BIBLIOTHECAE
ELECTORALIS
MONACENSIS.
Chriſtian. Wink. del.
J. Mich. Söckler. ſc. 1779.

BIBLIOTHECAE ELECTORALIS MONACENSIS.
Chriſtian. Wink. del.
J. Mich. Söckler. ſc. 1779.

aftr. P. 126. 4°

Euler

<36614137920010

<36614137920010

Bayer. Staatsbibliothek

9

Phil. 3004

Matheſis. Aſtronomia. De planetis in genere
771.

Leonh. Eulers,

Director der Königl. Academie der Wiſſenſchaften von Berlin, Mitglied der Kaiſerl. Academie der Wiſſenſchaften von Petersburg, der Königl. von Paris, London, und Göttingen ꝛc. ꝛc.

Theorie der Planeten und Cometen

von

Johann Freyherrn von Paccaſſi

überſetzt,

und mit einem Anhange und Tafeln vermehrt.

Wien,
gedruckt bey Johann Thomas Edlen von Trattnern,
kaiſerl. königl. Hofbuchdruckern und Buchhändlern.

1781.

Seiner Excellenz

dem

Hochgebohrnen des Heiligen Römiſchen Reichs

Grafen

Johann Philipp von Cobenzl,

Freyherrn auf Proſeck, ꝛc. ꝛc.

K. K. Kämmerer, wirkl. geheimen Rath,

und

Niederländiſchen Staatsrath, Haus- Hof- und Staats- Vicekanzler

der auswärtigen Geſchäfte,

wie auch

jener der Oeſtereichiſchen Niederlande und der Lombardie ꝛc. ꝛc.

g e w i d m e t.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Euer Excellenz!

Hochdieſelben erlaubten mir dieſe Schrift des berühmten Euler Dero Namen zu widmen; welche Gnade ich eben ſo ſehr als ein ſchätzbares Zeichen von Dero Wohlwollen gegen mich anſehe; als es die Welt für einen untrüglichen Beweis halten wird, daß Euer Excellenz die Wiſſenſchaften Hochdero Schutzes würdigen. — Welch einer glücklichen Zukunft haben ſich die Wiſſenſchaften, und Künſte zu erfreuen, wenn ein Miniſter, wie Euer Excellenz vor dem Throne des Monarchen für ſie das Wort führt! und wie

glücklich ſind wir, die wir in einem Staate leben, deſſen größte Miniſter ſich nicht ſchämen, Mäcenaten des Fleißes, und der Wiſſenſchaften zu ſeyn!

Ich habe die Ehre mit tiefeſter Hochachtung mich zu nennen

Euer Excellenz!

gehorſamſter Diener

Johann Freyherr von Paccaſſi.

Vorrede des Uiberſetzers.

Ich bin meinen Leſern Rechtſchaffenheit eines Unternehmens ſchuldig, welches, bey gegenwärtiger Läge der Wiſſenſchaften, dem größten Theile überflüßig ſcheinen könnte. Mir iſt ſehr wohl bekannt, daß man insgemein das Anſehen einer Wiſſenſchaft, einer Kunſt, oder überhaupt einer Erfindung nur nach dem augenblicklichen Nutzen, und unmittelbaren Einfluß zu ſchätzen pflegt, durch welches ſeltſame Betragen, die Genien abgeſchröcket werden, und viele Wiſſenſchaften uns beynahe unbekannt ſcheinen, welche in anderen Reichen im größten Flore ſind. —

Unter dieſe unglückliche Anzahl gehören die **Mathematik**, und **Sternkunde**, welche vielleicht auch deswegen für entbehrlich angeſehen werden, weil wir auf ebenen Wegen ohne Sternkunde die Straſſe finden können, und alles, was zum Leben nothwendig iſt, erhalten, ohne mehr als einen ſchlechten Auszug aus Wolfs Mathematik zu verſtehen. —

Dem ſey nun wie ihm wolle, ſo glaubte ich doch einem, obſchon ſehr geringen Theil teutſcher Leſer einen Gefallen zu erweiſen, wenn ich dieſe Schrift des größten Geometers unſeres Jahrhundertes in unſerer

Mut=

Mutterſprache lieferte; um ſo viel mehr, als alle Nationen um die Wette eifern, ſeine Schriften in ihre Sprache zu überſetzen. (*)

In meinen Zuſätzen ſuchte ich dasjenige nachzuholen, was man bey der Theorie des Herrn Eulers noch wünſchen konnte, und welches er ſelbſt unendlich beſſer würde gegeben haben, wenn ſeine Abſicht geweſen wäre, eine vollkommene Theorie der Cometen zu liefern.

Die beygefügten Tafeln ſind theils von anderen, theils von mir berechnet worden, und haben ihren vorzüglichen Nutzen, bey Anwendung der Theorie, welche ſonſt mühſame Rechnungen erfodern würde. —

Da meine Abſicht nur geweſen iſt nützlich zu ſeyn, ſo wird es mich ſehr freuen, wenn ich ſie nur einigermaſſen erreichet habe.

Geſchrieben, Wien den 1. Hornung 1781.

(*) Wie dann erſt kürzlich die neuen Theorien der Schiffkunſt und Artillerie des Hr. Euler auf Befehl des Königs von Frankreich durch die Academie der Wiſſenſchaften mit vielen Lobeserhebungen ſind überſetzet worden.

Von der Bewegung der Planeten, und Cometen um die Sonne.

§. 1.

Wenn wir die Geſetze genauer betrachten, nach welchen die Planeten ſowohl, als Cometen ſich um die Sonne bewegen, ſo zeigt ſich, daß die Laufbahnen dieſer letzteren nicht allein durch Ellypſen, ſondern durch alle Gattungen der Kegelſchnitte können vorgeſtellet werden. Dann Planeten und Cometen unterſcheiden ſich allein durch die Geſtalt ihrer Laufbahn, durch welche, wenn ſie eine nicht ſehr vom Kreiſe abweichende Ellypſe iſt, der Körper, der ſelbe beſchreibt den Namen eines **Planeten** erhält, wäre ſie aber eine ſehr eccentriſche Ellypſe, oder eine Parabel, oder Hyperbel, ſo wird der Körper ein **Comet** genennet. Beede Gattungen der Himmelskörper befolgen in ihrem Laufe die nämlichen Geſetze der Bewegung. Die Zeiten, in welchen ſie beſtimmte Theile ihrer Bahnen abmeßen, ſind durchgehends im geraden Verhältniße der um die Sonne beſchriebenen Flächen, und im umgekehrten cubiſchen der Parametern, und die Sonne wird für unbeweglich in einem Brennpunkte angenommen. Aus dieſem Geſetze kann nicht allein die Bewegung der **Planeten** und **Cometen in Parabeln**, **Ellypſen** oder **Hyperbeln** beſtimmet, ſondern auch die Laufbahn ſelbſt durch einige Beobachtungen gefunden werden.

§. 2. Aus eben dieſer Quelle hat man auch die aſtronomiſchen Tafeln für die Bewegung der Planeten hergeleitet, durch deren Hülfe die **wahre Anomalie**, aus der **mittle**-

ren oder umgekehrt gefunden wird, welche Methode aber nur für **ellyptiſche**, vom **Cirkel** nicht ſehr abweichende Bahnen zu gebrauchen iſt. Wenn wir alſo dieſe Theorie allgemein feſtſetzen, und auf die Bewegung der Cometen in Hyperbeln anwenden wollen, ſo müßen wir, von der gewöhnlichen Art das wechſelſeitige Verhältniß der **wahren** und **mittleren** Anomalie zu beſtimmen, abweichen, und einen anderen Weg einſchlagen. Dann die gewöhnliche Methode hat dieſen Fehler, daß die **Anomalien** von der **Sonnenferne** gerechnet werden: welches nur bey Ellypſen möglich, bey Parabeln aber, und Hyperbeln unmöglich iſt, weil ſie keine **Aphelien** haben. Dieſem Uebel nun könnte abgeholfen werden, wenn die **Anomalien** von der **Sonnennähe** (perihelio) gezählet würden, welches bey allen Gattungen krummlinigter **Bahnen** wohl angienge. Ferners, dürfte man auch die auf gewöhnliche Art beſtimmten **mittleren Anomalien** nicht gebrauchen, weil hiezu die periodiſche Umlaufszeit erfodert wird, welche bey **Parabeln**, und **Ellypſen** nicht Platz findet. Anſtatt alſo der **mittleren Anomalie**, werde ich jene Zeit gebrauchen, zu welcher der Körper im Perihelio ſich befindet, und die **wahre Anomalie** wird mir deſſen **heliocentriſche Entfernung** von der **Sonnennähe**. Nach dieſen Vorausſetzungen will ich folgende Aufgaben auflöſen, durch welche die Natur der himmliſchen Bewegungen ſowohl theoretiſch erkennet, als auch richtig in der Praktik angewendet werden kann.

Aufgabe I.

§. 3. Aus der gegebenen Fläche, die ein Comet, oder Planet in beſtimmter Zeit, um die Sonne beſchrieben hat, den Parameter ſeiner Laufbahn finden?

Auflöſung.

Da hier **Größen** von verſchiedener Art, nämlich **Zeiten** und **Flächen** vorkommen, ſo müßen beyde nach einem gewißen und beſtändigen Maaß ausgedrückt werden. Setzen wir alſo die mittlere Diſtanz der Sonne von der Erde 100000 ſo ſind alle übrigen Größen, in dieſen Theilen anzunehmen, und der geſuchte Parameter iſt ebenfalls in dieſer Einheit auszudrücken; ich ſetze ferners, daß die um die Sonne beſchriebene Fläche in ſolchen quadrat Theilen gegeben wird, deren 100000 die halbe Achſe der Erdbahn ausmachen. Es ſey alſo, die auf ſolche Art beſtimmte Fläche des Himmelskörpers $= \mathbf{A}$, und b ſey der halbe Parameter, oder die in dem Brennpunkt ſenkrechte Ordinate; die Zeit wollen wir künftig immer durch natürliche Täge, und Decimalien der mittleren Zeit angeben, und hier ſey die Zeit in welcher die Fläche **T** um die Sonne beſchrieben wird $= \mathbf{T}$, auf dieſe Art wären alſo die Gröſſen **A**, b und **T** dieſer Aufgabe, in abſoluten Zahlen ausgedrückt. Da nun nach den Geſetzen der um die Sonne laufenden Himmelskörper, die Zeit **T** mit der durch $\sqrt{b}$ getheilten Fläche **A** proportional iſt, ſo wird $\frac{\mathbf{A}}{\mathbf{T}\sqrt{b}} =$ einer beſtändigen Zahl, die ich m nenne; ſo daß $\mathbf{T} = \frac{\mathbf{A}}{m\sqrt{b}}$, oder $\sqrt{b} = \frac{\mathbf{A}}{m\mathbf{T}}$ und $b = \frac{\mathbf{A}^2}{m^2\mathbf{T}^2}$, wäre nun die Zahl m bekannt, ſo wäre das Problem aufgelöſet, weil alsdenn der halbe Parameter b in ſolchen

Grö-

Größen gefunden würde, deren 100000 der mittleren Diſtanz der Sonne von der Erde gleich ſind. Dieſe Zahl m zu finden, betrachten wir einen bereits bekannten Fall. Da ſchon bewußt iſt, daß die Erde in Zeit eines Sternen-Jahres, oder in 365 Tägen, 6h. 8'. 30" um die Sonne lauft, wenn wir ſetzen $T = 365, 256$; $A =$ der Fläche der ganzen Erdbahn, und $b =$ dem halben Parameter dieſer Bahn, ſo wird der Bruch $\frac{A}{T\sqrt{b}}$ den wahren Werth von m geben. Es ſey alſo die halbe Zwerchachſe der Erdbahn $= c = 100000$, ſo wird ihre conjugirte ſeyn: $= \sqrt{bc}$; iſt nun $1 : \pi$ das Verhältniß des Durchmeſſers zur Peripherie des Cirkels, ſo daß $\pi = 3{,}14159265$, ſo wird die Cirkelfläche deren Radius c gleich ſeyn πc^2, die ſich alſo zur Fläche der Erdbahn verhält, wie c zu $\sqrt{bc}$; daher die Area der Erdbahn $A = \pi c\sqrt{bc}$, und folglich $m = \frac{A}{T\sqrt{b}} = \frac{\pi c\sqrt{c}}{T}$, welches anzeigt, daß m durch bekannte Zahlen, als $\pi = 3, 14149265$; $c = 100000$; und $T = 365, 256$ gegeben wird. Durch Logarithmen iſt:

$$
\begin{array}{rcl}
l\pi & = & 0,\ 4971498727 \\
lc\sqrt{c} & = & 7,\ 5000000000 \\
\hline
 & & 7,\ 9971498727 \\
-\ LT & = & -\ 2,\ 5625973588 \\
\hline
Lm & = & 5,\ 4345525139
\end{array}
$$

alſo $m = 271989, 735$, hieraus alſo iſt der Parameter von was immer für einer, um die Sonne beſchriebenen Laufbahn $= 2b = \frac{2A^2}{m^2T^2}$.

1. Folgerung.

§. 4. Aus der bekannten Fläche, die der Comet in gegebener Zeit um die Sonne beſchreibt, kann der Parameter von deſſen Laufbahn alſo gefunden werden: daß deſſen Verhältniß zur mittleren Diſtanz der Sonne von der Erde angegeben wird.

2. Folgerung.

§. 5 Sollte aber der Parameter, den wir $2b$ nennen, ſchon bekannt ſeyn, ſo ließe ſich hieraus die Zeit finden, in welcher eine beſtimmte Fläche der ganzen Bahn um die Sonne durchloffen wird; dann es heiße dieſe Fläche A, ſo iſt die Zeit $T = \frac{A}{m\sqrt{b}}$ Täge: wenn nur, (was immer zu beobachten iſt) die Längen in ſolchen Theilen ausgedrückt werden, deren 100000 die halbe Erdbahn ausmachen, und wenn $m = 271989, 735$.

 3. Folg-

3. Folgerung.

§. 6. Umgekehrt alſo, kann aus dem Parameter $2b$ die Fläche geſucht werden, welche der Planet, oder Comet in der Zeit T um die Sonne beſchreibt: dann in der Zeit T (wenn ſie in Tägen gegeben iſt,) wird die Fläche ſeyn: $A = mT\sqrt{b}$.

2. Aufgabe. Fig. 1.

§. 7. Aus der Entfernung des Scheitels vom Brennpunkte AS, und dem Parameter, deſſen Hälfte BS, in dem Kegelſchnitte ABM das Verhältniß finden, welches zwiſchen der Diſtanz jeden Punktes M vom Brennpunkte S und der wahren Anomalie, oder dem Winkel ASM iſt.

Auflöſung.

Es ſeye gegeben die Entfernung AS des Scheitels vom Brennpunkte, oder in Planeten, und Cometen Bahnen, die periheliſche Diſtanz von der Sonne S, nämlich $AS = a$ und der halbe Parameter, das iſt die Ordinante $BS = b$. Es giebt alſo die verlängerte Linie AS die Axe des Kegelſchnittes an, auf welche aus M das Loth MP falle. Aus der Natur der Kegelſchnitte iſt die Diſtanz $MS = a + \frac{(b - a)}{a} . AP$. Da aber $AP = a + PS$; ſo iſt, wenn $MS = y$ und ASM oder die wahre Anomalie $= v$, und der Sinus totus $= 1$; $\text{coſ.}\ v = \frac{-PS}{MS} = \frac{-PS}{y}$, alſo $PS = -y\ \text{coſ.}\ v$ und $AP = a - y\ \text{coſ.}\ v$; ſetzt man dieſen Werth in obigen Ausdruck, ſo iſt: $MS = y = a + \frac{(b - a)}{a} . (a - y\ \text{coſ.}\ v) = b - \frac{(b - a)\ y\ \text{coſ.}\ v}{a}$; hieraus alſo kömmt: $\text{coſ.}\ v = \frac{a\ (b - y)}{y\ (b - a)}$ und $y = \frac{ab}{a + (b - a)\ \text{coſ.}\ v}$. Folglich iſt aus der wahren Anomalie v die Diſtanz y des Planeten oder Cometen von der Sonne, und umgekehrt jene aus dieſer zu finden.

1. Folgerung.

§. 8. Wenn die wahre Anomalie ASM verſchwindet, oder $v = o$ ſo iſt $\text{coſ.}\ v = 1$. und die Diſtanz von der Sonne $y = a$. daß heißt: wenn der Punkt M in A fällt, ſo wird MS (y) = AS (a) Eben ſo, wenn $ASM = v = 90°$, iſt $\text{coſ.}\ v. = o$ und $y = b$, welches klar iſt, weil M in B fällt.

2. Folgerung.

§. 9. Setzen wir $v = 180°$, ſo bedeutet y die Entfernung im Aphelio von der Sonne; es wird aber dieſe Diſtanz ſeyn: $\frac{ab}{2a - b}$, weil $\text{coſ.}\ v = -1$. Setzet man zu

die-

dieſer die perihéliſche Entfernung $= a$ von der Sonne, ſo kömmt die Zwerchachſe der Bahn $= \frac{2a^2}{2a - b}$; woraus der Abſtand des Brennpunktes vom Mittelpunkt $= \frac{a(b-a)}{2a-b}$; und die Eccentrizität $= \frac{b-a}{a}$.

3. Folgerung.

§. 10. Wenn alſo $b = a$; ſo wird aus dem Kegelſchnitte ein Cirkel, deſſen Mittelpunkt in S und deſſen Radius AS $= a$. Wenn aber $b > a$, ſo iſt die Linie eine Ellypſe, bis daß $b = 2a$, in welchem Fall eine Parabel entſtehet, weil die Zwerchachſe $\frac{2a^2}{2a - b}$ unendlich wird. Sollte aber $b > 2a$, ſo wird die Zwerchachſe verneinend, und die krumme Linie eine Hyperbel.

4. Folgerung.

§. 11. Wäre $b > a$, ſo entſtünde immer eine Ellypſe, deſſen entfernter Scheittelpunkt in A iſt, und alſo die Sonnenferne vorſtellte; der entgegengeſetzte Punkt alſo der Laufbahn wäre die Sonnennähe, deſſen Diſtanz vom Brennpunkte S ſeyn wird $= \frac{ab}{2a-b}$ welche kleiner iſt als a wenn $b < a$.

3. Aufgabe. Fig. 2.

§. 12. Aus zwo gegebenen Entfernungen von der Sonne FS; GS, dem eingeſchloſſenen Winkel FSG, und dem bekannten Parameter die ganze Laufbahn beſtimmen.

Auflöſung.

Der halbe Parameter ſey $= b$. Ferners FS $= f$, GS $= g$, und FSG $= \phi$, welche drey Größen gegeben ſind; aus den zu ſuchenden heiße die Entfernung AS, a, die Anomalie ASF $= v$, ſo iſt ASG $= v + \phi$; es giebt alſo vorhergehende Aufgabe zwo Gleichungen; nämlich:

$$\text{SF} = f = \frac{ab}{a + (b-a)\,\text{coſ.}\,v} \text{ und SG} = g = \frac{ab}{a + (b-a)\,\text{coſ.}\,(v+\phi)}$$

hieraus entſtehet für a ein gedoppelter Werth als:

$$a = \frac{bf\,\text{coſ.}\,v}{b - f + f\,\text{coſ.}\,v} = \frac{bg\,\text{coſ.}\,(v+\phi)}{b - g + g\,\text{coſ.}\,(v+\phi)},$$ wenn beede einander gleich geſetzet werden, erhalten wir:

$$(b-g)\,f\,\text{coſ.}\,v = (b-f)\,g\,\text{coſ.}\,(v+\phi) = (b-f)\,g\,(\text{coſ.}\,v\;\text{coſ.}\,\phi - \text{ſin.}\,v\;\text{ſin.}\,\phi)$$ alſo:

$\frac{(b - g) f}{(b - f) g} = \text{coſ. } \phi - \text{tang. } v \text{ ſin. } \phi$, aus welcher Gleichung die Anomalie v durch blos bekannte Größen gefunden wird als: $\text{tang. } v = \text{coſ. } \phi - \frac{(b - g) f}{(b - f) g \text{ ſin. } \phi}$. oder $\text{tang. } v = \frac{(b - f) g \text{ coſ. } \phi - (b - g) f}{(b - f) g \text{ ſin. } \phi}$. Aus dem Winkel $ASF = v$ folgt die periheliſche Entfernung $AS = a = \frac{bf \text{ coſ. } v}{b - f + f \text{ coſ. } v}$; und aus $AS = a$, nebſt dem halben Parameter b, kann die Bahn AFG durch vorhergehende Aufgabe beſtimmet werden.

1. Folgerung.

§. 13. Wenn alſo die Fläche ASG und die Zeit gegeben ſind, in welcher ein Comet, oder Planet den Raum FG durchlauft, ſo wird durch das erſte Problem der Parameter gefunden, und folglich hieraus die ganze Bahn AFG beſtimmet.

2. Folgerung.

§. 14. Erſtlich wird aus dem halbem Parameter b nebſt den Entfernungen $FS = f$, $GS = g$, und dem Winkel $FSG = \phi$ die Lage der Achſe AS aus dem Winkel $ASF = v$ gefunden, dann $\text{tang. } v = \text{cot. } \phi - \frac{(b - g) f}{(b - f) g \text{ ſin. } \phi}$, und aus dem Winkel v iſt $AS = a = \frac{bf \text{ coſ. } v}{b - f + f \text{ coſ. } v}$.

3. Folgerung.

§. 15. Aus der Natur der Kegelſchnitte erhellet, daß wenn in A das Perihelium der Laufbahn iſt, jene aus den Linien FS; GS dem Perihelio am nächſten ſey, welche die kürzeſte iſt, weil alſo oft ungewiß ſcheinet, welche aus den Linien FS, GS mit f ſollte bezeichnet werden, ſo wollen wir immer der kürzeren dieſe Benennung beylegen.

4. Folgerung.

§. 16. Sollte die Tangente der Anomalie v verneinet gefunden werden, ſo würde dieſes anzeigen, daß entweder der Winkel ASF größer als 90°, (obgleich kleiner, als zwey rechte Winkel,) oder daß er negativ ſeye, und alſo das Perihelium zwiſchen der Orte F und G falle. Weil alſo die Lage des Perihelium A zweifelhaft iſt, und zwiſchen zween gerade entgegen geſetzten Punkte fällt, ſo wird jene die wahre ſeyn, welche der kürzeren Diſtanz F näher kömmt, die andere aber wird den Punkt der Sonnenferne angeben.

4. Aufgabe. Fig. 3.

§. 17. Aus der gegebenen Laufbahne AM eines Himmelskörpers,, die Zeit finden, in welcher jede beliebige wahre Anomalie ASM beſchrieben wird.

Aufloͤſung.

Es ſey die Entfernung AS im Perihelio $= a$ der halbe Parameter $= b$, die wahre Anomalie ASM $= v$, und die Entfernung SM $= y$ ſo iſt $y = \frac{ab}{a + b(b - a) \text{ coſ. } v}$ oder coſ. $v = \frac{a(b - y)}{y(b - a)}$. Ferners ſey die Fläche ASM $=$ A, ſo iſt nach der erſten Aufgabe, die Zeit, in welcher der Bogen AM beſchrieben wird $= \frac{A}{m\sqrt{b}}$ Täge, dieſe Zeit zu beſtimmen müſſen wir alſo die Fläche ASM kennen. Man nehme das Element Mm, und ziehe Sm, ſo wird der Winkel MS$m = dv$; die Fläche des Dreyeckes MS$m = \frac{1}{2} y^2 dv$, alſo $A = \frac{1}{2}\int y^2 dv$, ſetzet man ſtatt y deſſen Werth, ſo iſt $A = \frac{1}{2}\int \frac{a^2 b^2 dv}{(a + (b - a) \text{ coſ. } v)^2}$.

Um dieſe Formel integriren zu können, ſeye tang. $\frac{1}{2}$ ASM $=$ tang. $\frac{1}{2}v = t$; ſo iſt $dv = \frac{2dt}{1 + tt}$ und coſ. $v = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$; dieſes ſubſtituirt, giebt: $A = \int \frac{a^2 b^2 dt (1 + t^2)}{[b + (2a - b) t^2]^2}$.

Es ſey $A = \frac{\alpha t}{b + (2a - b) t^2} + \beta \int \frac{dt}{b + (2a - b) t^2}$, nach angeſtellter Vergleichung iſt $\alpha + \beta = a^2 b$; und $\beta - \alpha = \frac{a^2 b^2}{2a - b}$, alſo: $\alpha = \frac{-a^2 b (b - a)}{2a - b}$ und $\beta = \frac{a^3 b}{2a - b}$; woraus die Area $A = \frac{a^3 b}{(2a - b)} \int \frac{dt}{b + (2a - b) t^2} - \frac{a^2 b (b - a) t}{(2a - b)(b + (2a - b) t^2}$. Für das Integrale dieſer Gleichung, giebt es vier Fälle: der erſte iſt:

I. Wenn $b = a$. wo die krumme Linie ein Cirkel wird, welcher Fall ſehr leicht, aus der erſten Formel aufgelöſt wird: welche giebt: $A = \frac{1}{2}\int a^2 dv = \frac{1}{2} a^2 v$; oder, wenn man den Ausdruck durch t verlangte, weil $v = 2A$ tang. t; ſo wäre die Fläche $A = a^2$. Bog. tang. t.

II. Wenn $b > a$ doch ſo, daß $b < 2a$, ſo entſtünde eine Ellypſe, und da wird, wie wir ſchon ſahen: $A = \frac{a^3 b}{2a - b} \int \frac{dt}{b + (2a - b) t^2} - \frac{a^2 b (b - a) t}{(2a - b)(b + (2a - b) t^2}$. Es iſt aber $\int \frac{dt}{b + (2a - b) t^2} = \frac{1}{\sqrt{(b(2a - b))}}$. Bogen tang. $t \frac{\sqrt{(2a - b)}}{(b)} = \frac{1}{\sqrt{(b(2a - b))}}$

B. ſin.

B. ſin. $t\,\frac{\sqrt{(2a-b))}}{\sqrt{(b+(2a-b)t^2)}} = \frac{1.}{\sqrt{(b(2a-b))}}$ B. Coſ. $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{(b+(2a-b)t^2)}}$; hieraus wird: $\int\frac{dt}{b+(2a-b)t^2} = \frac{1}{2\sqrt{b(2a-b)}}$ B. Sin. $\frac{2t\sqrt{b(2a-b)}}{b+(2a-b)t^2}$ es entſtehen alſo folgende Ausdrücke für die Fläche A nämlich:

$$A = \frac{a^3\sqrt{b}}{(2a-b)\sqrt{(2a-b)}}\ \text{B. tang. } t\,\frac{\sqrt{(2a-b)}}{(b)} - \frac{a^2b\,(b-a)\,t}{(2a-b)\,(b+(2a-b)\,t^5)}$$

oder: $$A = \frac{a^3\sqrt{b}}{2(2a-b)\sqrt{(2a-b)}}\ \text{B sin. } \frac{2t\sqrt{b(2a-b)}}{b+(2a-b)\,t^2} - \frac{a^2\,(b-a)\sqrt{b}}{2\,(2a-b\sqrt{(2a-b)})}.$$
$$\frac{2t\sqrt{b\,.(2a-b)}}{b+(2a-b)\,t^2}.$$ oder auch:

$$A = \frac{a^3\sqrt{b}}{2(2a-b)\sqrt{2a-b}}\left(\text{B. sin. } \frac{2t\sqrt{b(2a-b)}}{b+(2a-b)\,t^2} - \frac{(b-a)}{a}.\frac{2t\sqrt{b(2a-b)}}{b+(2a-b)\,t^2}\right).$$

III. Wenn $b = 2a$, ſo entſtehet eine Parabel und aus obiger Gleichung iſt:

$A = \int a^2 dt\,(1+t^2) = a^2\,(t+\frac{1}{3}t^3)$, in welchem einzigen Falle, die Area eines algebraiſchen Ausdruckes fähig iſt.

IV. Wenn endlich $b > 2a$, ſo iſt die Laufbahn eine Hyperbel, und man findet:

$$A = \frac{a^2b\,(b-a)\,t}{(b-2a)\,(b-(2b-2a)\,t^2)} - \frac{a^3b}{b-2a}\int\frac{dt}{b-(b-2a)\,t^2}.$$ Das Integrale hängt von Logarithmen ab, und es iſt: $\int\frac{dt}{b-(b-2a)\,t^2} = \frac{1.}{2\sqrt{b\,(b-2a)}}$

$$\text{Log}\left(\frac{\sqrt{b}+t\,\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}-t\,\sqrt{(b-2a)}}\right);$$ hieraus alſo findet man die Area

$$A = \frac{a^2\,b\,(b-a)\,t}{(b-2a)\,(b-(b-2a)\,t^2)} - \frac{a^3\sqrt{b}}{2(b-2a)\sqrt{(b-2a)}}\text{Log.}\frac{\sqrt{b}+t\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}-t\sqrt{(b-2a)}},$$ oder:

$$A = \frac{a^3\sqrt{b}}{2(b-2a)\sqrt{b-2a}}\ \frac{(b-a)}{a}.\frac{2t\sqrt{b\,(b-2a)}}{b-(b-2a)\,t^2} - \text{Log.}\frac{\sqrt{b}+t\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}-t\sqrt{(b-2a)}}.$$

Wenn alſo, in einem dieſer vier Fälle die Fläche ASM $=$ A gefunden wird, ſo iſt die Zeit in welcher ſie beſchrieben worden $= \frac{A}{m\sqrt{b}}$, welcher Ausdruck die Täge giebt, wenn $m = 271989,735$, und ſowohl A, als b die von mir anverlangte Abmeßung haben.

I. Fol-

1. Folgerung.

§. 18. Wenn alſo die Bahn ein Cirkel iſt, ſo wird die Zeit, in welcher der Winkel ASM $= v$ beſchrieben wird $= \frac{av\sqrt{a}}{2m}$, weil $b = a$: welches aus der gleichförmigen Bewegung von ſich ſelbſt folget. Weil übrigens der Cirkel kein Perihelium hat, ſo kann man ſich hier, der **wahren Anomalie** nur uneigentlich bedienen.

2. Folgerung.

§. 19. Iſt die Bahn eine Ellypſe, ſo ſuche man, um die Fläche A bequemer auszudrücken, den Winkel ω ſo, daß, tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(2a-b)}}{\sqrt{b}}$; tang. $\frac{1}{2}v = t\,\frac{\sqrt{(2a-b)}}{\sqrt{b}}$.

Aus dieſen Winkel ω ergiebt ſich die Fläche $A = \frac{a^2\sqrt{b}}{2(2a-b)^{\frac{1}{2}}}\left(\omega - \frac{(b-a)}{a}\,\text{ſin.}\,\omega\right)$

und die Zeit von $AM = \frac{a^3}{2m(2a-b)^{\frac{3}{2}}}\left(\omega - \frac{(b-a)}{a}\,\text{ſin.}\,\omega\right)$

3. Folgerung.

§. 20. Sollte aber die Laufbahn eine Hyperbel ſeyn, ſo ſuche man gleichfalls den Winkel ω deſſen tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}v$ oder $t = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{(b-2a)}}$ tang. $\frac{1}{2}\omega$. Hieraus wird die Fläche $ASM = A = \frac{a^3\sqrt{b}}{2(b-2a)^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{(b-a)}{a}\,\text{tang.}\,\omega - \text{Log. tang.}\,(45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)\right)$

und folglich die Zeit von $AM = \frac{a^3}{2m(b-2a)^{\frac{3}{2}}}\left(\frac{(b-a)}{a}\,\text{tang.}\,\omega - \text{L tang.}\,(45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)\right)$

4. Folgerung.

§. 21. Es iſt klar, daß der durch Integriren gefundene Logarithme von tang. $(45 + \frac{1}{2}\omega)$ zu den hyperboliſchen gehöre, wenn der Sinus totus $= 1$. In Abgang ſolcher Logarithmen Tafeln, nehme man den Logarithmus von tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\omega)$ aus den gemeinen Tafeln, ziehe von deſſen Charakteriſtick 10 ab, vielfältige den Reſt mit 2, 302585092994, und das Produkt wird der hyperboliſche Logarithme ſeyn von tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\omega)$; wo noch zu merken, daß 0, 3622156886 der Logarithme der Zahl, 2, 30258509 ſey.

1. Zuſatz.

§. 22. Eben dieſer logarithmiſche Ausdruck L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\omega)$ findet ſich in der **Hydrographie**, wenn man nämlich in einer Seecharte nach der Angabe des **Merkator**, jene **zunehmende Breite** verlangt, welche der Breite ω auf der Oberfläche der Erde entſpricht, wo man ſodann aus den Seetafeln, die jede Grade der **zunehmenden Breiten** enthalten,

den Werth von L tang. $(45° + \frac{1}{2}\omega)$ nehmen kann. Uebrigens läßt ſich auch ohne ihnen die Berechnung leicht führen. Dann es ſey L tang. $(45° + \frac{1}{2}\omega) = X$; man ſuche alſo in den gemeinen Logarithmen Tafeln L tang. $(45° + \frac{1}{2}\omega)$, und ziehe hievon ab den Logarithmus der Tangente von 45°, oder 10, 00000, der Reſt heiße R, ſo iſt $X = 2,302585092994 . R$, oder in Logarithmen: $L X = L R + 0,3622156886$, woraus der Werth von $X =$ L tang. $(45° + \frac{1}{2}\omega)$ durch die gemeinen Tafeln leicht gefunden wird. Es ſey zum Beyſpiel, der Winkel $\omega = 37°. 22'. 40''$, ſo iſt $\frac{1}{2}\omega = 18°. 41'. 20''$, und $(45° + \frac{1}{2}\omega) = 63°. 41'. 20''$. aus den Tafeln iſt:

L tang. $(45° + \frac{1}{2}\omega)$	$=$	$+$	10, 3058582068
— L tang. 45°	$=$	$-$	10, - - - - - - 0
R	$=$	$+$	0, 3058582068
L. R	$=$		9, 4855201380
		$+$	0, 3622156886
L X	$=$		9, 8477358266
X	$=$		0, 7042645474.

2. Zuſatz.

§. 23. Was die in der Ellypſe anzugebende Zeit betrift, iſt zu merken, daß der Bogen, oder Winkel ω, nicht wie gewöhnlich in Graden und Minuten, ſondern in Theilen des Radius = 1 müße ausgedrückt werden. So, wann $\omega = 180$, ſo wäre ſtatt ω die Länge des halben Umkreiſes 3, 1415926535 zu ſetzen. Auf dieſe Art läßt ſich jeder Winkel in Decimaltheilen des Radius = 1 angeben; dann man verwandle den Bogen ω in Secunden, und es ſey $\omega = n''$, ſo iſt klar, weil $180° = 648000''$, daß man ſetzen müße: $648000'' : 3,1415926535 = n''$: zu den Werth von ω alſo:

$$\omega = \frac{3,1415926535}{648000''} \cdot n, \text{ weil nun: } L.\ 648000 = 5,8115750059$$

$$- L\ 3,14159\ \&c. = -0,4971498727$$

$$5,3144251332$$

von dem Logarithmus n werde abgezogen 5, 3144251332, ſo wird der Reſt den Logarithmus von ω in Decimaltheilen des Radius angeben. Man kann auch zu den Logarithmus von n die Zahl 4, 6855748668 addiren, vermindere die Charakteriſtik der Summe um 10, ſo iſt der Reſt gleichfalls der Logarithmus des Winkels ω.

5. Aufgabe Fig. 2.

§. 24. Aus zween Entfernungen FS. GS von der Sonne, dem Winkel FSG und der Zeit in welcher der Bogen FG beſchrieben wird; den Parameter der Bahn finden, und hieraus die ganze Bahn beſtimmen, in der Vorausſetzung daß FSG ſehr klein ſeye.

Auf-

Aufloſung.

Es ſey FS = F; GS = G, und FSG = ϕ; wegen deſſen kleinem Werthe, der Bogen FG nicht viel von einer geraden Linie abweichen wird, woraus ſich alſo die Area FSG als ein geradliniges Dreyeck betrachten läßt, und folglich ſeyn wird = $\frac{1}{2}$ FG ſin. ϕ; weil ſie aber doch wegen der Krümmung des Bogens FG etwas größer ſeyn möchte, ſo nehme man den Ausdruck $\frac{1}{2}\,fg$ ſin. ϕ, welcher im Falle einer cirkulären Bahn die wahre Fläche angiebt. Um aber dieſe Area genauer zu beſtimmen, ſeye FS = y GS = Z und ASF = v; ferners die Fläche ASF = F und die Fläche ASG = G ſo iſt wegen ASG = $v + \phi$, die Area F = $\frac{1}{2}\int y^2 dv$ und G = $\frac{1}{2}\int z^2 dv$. Die periheliſche Sonnenferne AS ſey a, und der halbe Parameter $= b$, ſo iſt: $y = \frac{ab}{a + (b-a)\,\text{coſ.}\,v}$ und $z = \frac{ab}{a + (b-a)\,\text{coſ.}\,(v+\phi)}$; hieraus $dy = \frac{ab\,(b-a)\,dv\,\text{ſin.}\,v}{(a + (b-a)\,\text{coſ.}\,v)^2} = \frac{(b-a)\,y^2\,dv\,\text{ſin.}\,v}{ab}$, folglich $\frac{dy}{dv} = \frac{(b-a)\,y^2\,\text{ſin.}\,v}{ab}$

Da nun aus y entſtehet z, wenn ſtatt v geſchrieben wird $(v+\phi)$, ſo iſt $z = y + \frac{\phi dy}{dv} + \frac{\phi^2 d^2y}{{}^2dv^2} + \frac{\phi^3 d^3y}{6dv^3} +$ &c. wo dv beſtändig iſt. Eben ſo entſtehet aus der Fläche F die Fläche G, wenn ſtatt v geſchrieben wird $(v+\phi)$ ſo iſt $G = F + \frac{\phi dF}{dv} + \frac{\phi^2 d^2F}{2dv^2} + \frac{\phi^3 d^3F}{6dv^3} +$ &c. alſo die geſuchte Fläche $FSG = G - F = \frac{\phi dF}{dv} + \frac{\phi^2 d^2F}{2dv^2} + \frac{\phi^3 d^3F}{6dv^3} +$ &c. und weil $F = \frac{1}{2}\int y^2 dv$, ſo iſt: $\frac{dF}{dv} = \frac{1}{2}\,y^2$; hieraus alſo: $\frac{d^2F}{dv^2} = \frac{ydy}{dv}$; $\frac{d^3F}{dv^3} = \frac{yd^2y + dy^2}{dv^2}$; $\frac{d^4F}{dv^4} = \frac{yd^3y + 3dyd^2y}{dv^3}$; $\frac{d^5F}{dv^5} = \frac{yd^4y + 4\,dyd^3y + 3\,d^2y^2}{dv^4}$ &c. Aus dieſem folgt: $G - F = \frac{1}{2}\,y^2\phi + \frac{\phi^2 ydy}{2dv} + \frac{\phi^3\,(yd^2y + dy^2)}{6dv^2} + \frac{\phi^4\,(yd^3y + 3\,dyd^2y)}{24\,dv^3}$; es iſt aber $\frac{1}{2}\,yz\phi = \frac{1}{2}\,y^2\phi + \frac{\phi^2 ydy}{2dv} + \frac{\phi^3 yd^2y}{4dv^2} + \frac{\phi^4 yd^3y}{12\,dv^3} +$ &c. zieht man hievon den Werth von $\frac{1}{2}\,yz\phi$ ab, ſo bleibt:

$$G - F = \tfrac{1}{2}\,\phi yz + \frac{\phi^3\,(2dy^2 - yd^2y)}{12dv^2} + \frac{\phi^4\,(3dyd^2y - yd^3y)}{24\,dv^3} + \frac{\phi^5(6d^2y^2 + 8dyd^3y - 3yd^4y)}{24\,vdv^4}$$

$+$ &c. weil nun $\frac{dy}{dv} = \frac{(b-a)y^2\,\text{coſ.}\,v}{ab}$; ſo iſt $\frac{d^2y}{dv^2} = \frac{(b-a)y^2\,\text{coſ.}\,v}{ab} + \frac{2(b-a)ydy\,\text{ſin.}\,v}{ab\;dv} = \frac{(b-a)\,y^2\,\text{coſ.}\,v}{ab} + \frac{2\,(b-a)^2 y^3\,\text{ſin.}\,v}{a^2b^2}$; und $\frac{d^3y}{dv^3} = -\frac{(b-a)y^2\,\text{ſin.}\,v}{ab} + 6\frac{(b-a)^2y^3\,\text{ſin.}\,v\,\text{coſ.}\,v}{a^2b^2} + \frac{b\,(b-a)^3y^4\,\text{ſin.}^3\,v}{a^3\,b^3}$; endlich $\frac{d^4y}{dv^4} = -\frac{(b-a)\,y^2\,\text{coſ.}\,v}{a\,b} - \frac{8\,(b-a)^2y^3\,\text{ſin.}^2\,v}{a^2\,b^2} +$

$\frac{6(b-a)^2 y^3 \text{coſ.}\, v}{a^2 b^2} + \frac{3b(b-a)^3 y^4 \text{ſin.}^2 v\, \text{coſ.}\, v}{a^3 b^3} + \frac{24(b-a)^4 y^4 \text{ſin.}^4 v}{a^4 b^4} + \&c.$ Aus dieſen Ausdrücken folgt, daß: $\frac{2dy^2 - yd^2y}{dv^2} = -\frac{(b-a)y^3 \text{coſ.}\, v}{ab}$; $\frac{3\,dyd^2y - yd^3y}{dv^3} = \frac{(b-a)y^3 \text{ſin.}\, v}{ab} - \frac{3(b-a)^2 y^4 \text{ſin.}\, v\, \text{coſ.}\, v}{a^2b^2}$; $\frac{6d^2y^2 + 8dyd^3y - 3yd^4y}{dv^4} = \frac{3(b-a)y^3 \text{coſ.}\, v}{ab} + \frac{4(b-a)^2 y^4 (4\,\text{ſin.}^2 v - 3\,\text{coſ.}^2 v)}{a^2 b^2} - \frac{36(b-a)^3 y^5 \text{ſin.}^2 v\, \text{coſ.}\, v}{a^3b^3}$. Es wird alſo die Fläche $G - F = \frac{1}{2}\varphi yz - \frac{\varphi^3(b-a)y^3 \text{coſ.}\, v}{12ab} + \frac{\varphi^4(b-a)y^5 \text{ſin.}\, v}{24a^2b^2} - \frac{\varphi^4(b-a)^2 y^4 \text{ſin.}\, \text{coſ.}\, v}{8a^2b^2} + \frac{\varphi^5(b-a)y^3 \text{coſ.}\, v}{80ab} + \frac{\varphi^5(b-a)^2 y^4 \text{ſin.}^2 v}{15a^2b^2} - \frac{\varphi^5(b-a)^2 y^4 \text{coſ.}^2 v}{20a^2b^2} - \frac{3\varphi^5(b-a)^3 y^5 \text{ſin.}^2 v\, \text{coſ.}\, v}{20a^3b^3} + \&c.$ hieraus iſt $z = y + \frac{\varphi(b-a)y^2 \text{ſin.}\, v}{ab} + \frac{\varphi^2(b-a)y^2 \text{coſ.}\, v}{2ab} + \frac{\varphi^2(b-a)^2 y^3 \text{ſin.}^2 v}{a^2b^2}$. Da nun $\text{coſ.}\, v = \frac{a(b-y)}{y(b-a)}$ und $\text{coſ.}(v+\varphi) = \text{coſ.}\, v\, \text{coſ.}\, \varphi - \text{ſin.}\, v\, \text{ſin.}\, \varphi = \frac{a(b-z)}{z(b-a)}$; ſo iſt $\text{ſin.}\, v = \frac{a(b-y)}{y(b-a)} \cot.\, \varphi - \frac{a(b-z)}{z(b-a)} \text{coſec.}\, 2\varphi$. Man ſetze nun den Werth von $\text{coſ.}\, v$, ſo iſt $G - F = \frac{1}{2}\varphi yz - \frac{\varphi^3 y^2 (b-y)}{12b} + \frac{\varphi^4(b-a)y^3 \text{ſin.}\, v}{24ab} - \frac{\varphi^4(b-a)y^3(b-y)\, \text{ſin.}\, v}{8ab^2}$, und eben ſo den Werth von $\text{ſin.}\, v$, ſo iſt $G - F = \frac{1}{2}\varphi yz - \frac{\varphi^3 y^2 (b-y)}{12b} + \frac{\varphi^4}{24b^2} y^3 (3y - 2b) . \left(\frac{b-y}{y} \cot.\, \varphi - \frac{(b-z)}{z} \text{coſec.}\, \varphi\right)$. Weil aber keine Urſache iſt, warum nicht eben ſo gut z als y in dieſem Ausdruck enthalten ſeyn ſollen, ſo werden wir ſelben ſo einrichten, daß $G - F = \frac{1}{2}\varphi yz - \frac{1}{12}\varphi^3 yz + \frac{\varphi^3 yz \sqrt{yz}}{12b}$, mit Auslaſſung der übrigen Glieder. Es iſt aber $\text{ſin.}\, \varphi = \varphi - \frac{1}{6}\varphi^3 + \&c.$ alſo die Fläche $FSG = \frac{1}{2} yz\, \text{ſin.}\, \varphi + \frac{\varphi^3 yz\sqrt{yz}}{12b}$. Nun ſey die Zeit, in welcher der Bogen FG beſchrieben wird $= T$; ſo iſt $T = \frac{yz\, \text{ſin.}\, \varphi}{2m\sqrt{b}} + \frac{\varphi^3 yz \sqrt{yz}}{12mb\sqrt{b}}$, wo $m = 271989,735$. Weil nun $\text{ſin.}\, \varphi$ nicht ſehr unterſchieden iſt von φ, ſo ſetzen wir: $T = \frac{yz\, \text{ſin.}\, \varphi}{2m\sqrt{b}} + \frac{yz\sqrt{yz}}{12mb\sqrt{b}} \text{ſin.}^3 \varphi$, und um b zu finden, mache man dieſe Gleichung: $\frac{\sqrt{yz}}{\sqrt{b}}$

ſin.

$\text{ſin.}\,\phi = \frac{2m\,T}{\sqrt{yz}} + Q$, und es wird $T = T + \frac{Q\sqrt{yz}}{2m} + \frac{2m^2\,T^3}{3yz\sqrt{yz}}$; und hieraus: $Q = -\frac{4m^3\,T^2}{3y^2 z^2}$. Es iſt alſo: $\frac{\sqrt{yz}}{\sqrt{b}}\,\text{ſin.}\,\phi = \frac{2m\,T}{\sqrt{yz}} - \frac{4m^3\,T^3}{3y^2 z^2}$, und $\frac{\text{ſin.}\,\phi}{\sqrt{b}} = \frac{2m\,T}{yz} - \frac{4m^3\,T^3}{3y^2 z^2\sqrt{yz}}$. Folglich: $\frac{\sqrt{b}}{\text{ſin.}\,\phi} = \frac{yz}{2m\,T} + \frac{m\,T}{3\sqrt{yz}}$, und der halbe Parameter $b = \text{ſin.}^2\,\phi\left(\frac{y^2 z^2}{4m^2\,T^2} + \frac{1}{3}\sqrt{yz}\right)$. Aus welchen die ganze Laufbahn durch die dritte Aufgabe beſtimmet wird.

1. Folgerung.

§. 25. Wenn alſo zwo Diſtanzen von der Sonne $FS = f$ und $GS = g$ mit dem Winkel $FSG = \phi$ und der Zeit T von FG gegeben ſind, ſo iſt der halbe Parameter der Laufbahn $b = \left(\frac{fg^2}{4m^2\,T^2} + \frac{1}{3}\sqrt{fg}\right)\text{ſin.}^2\,\phi$; öfters aber wird die Berechnung leichter, wenn man ſucht $\sqrt{b} = \left(\frac{fg}{2m\,T} + \frac{m\,T}{3\sqrt{fg}}\right)\text{ſin.}\,\phi$.

2. Folgerung.

§. 26. Aus der Zeit T läßt ſich alſo die Fläche FSG näher beſtimmen, und um wie viel ſie das geradlinigte Dreyeck FSG übertrift; dann das Segment FG, zwiſchen den Bogen FG, und deſſen Chorde, deſſen Ausdruck $= \frac{fg\sqrt{fg}}{12b}\,\text{ſin.}^3\phi = \frac{m^2\,T^2\,\text{ſin.}\,\phi}{3\sqrt{fg}}$, giebt den Werth dieſes Ueberſchuſſes an.

3. Folgerung.

§. 27. Aus dem halben Parameter b, giebt ſich die Lage des Periheliumen A; dann wenn der Winkel $ASF = v$, ſo iſt $\text{tang.}\,v = \text{cot.}\,\phi - \frac{(b-g)\,f}{(b-f)\,\text{ſin.}\,\phi}$; hieraus alſo iſt $AS = a = \frac{bf\,\text{coſ.}\,v}{b - f + f\,\text{coſ.}\,v}$.

4. Folgerung.

§. 28. Iſt nun alſo die wahre Anomalie ASF, nebſt den Linien a und b bekannt, ſo läßt ſich die Zeit angeben, in welcher AF beſchrieben wird; und wiederum aus der Zeit, wo der Himmelskörper in F geweſen iſt, kann der Augenblick beſtimmet werden, wo der Planet im Perihelio geweſen iſt.

Zuſatz.

§. 29. Dieſen Augenblick zu beſtimmen, muß die Methode des 4ten Problems angewendet werden, wobey es drey Fälle giebt. Im erſten wo die krumme Linie AFG eine Ellypſe iſt, oder wo $2a > b$, muß der Winkel ω ſo beſtimmet werden, daß tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(2a-b)}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}v$, und die Zeit von AF wird ſeyn $= \frac{a^3}{2m(2a-b)^{\frac{3}{2}}}\left(\omega - \frac{(b-a)}{a}\,\text{ſin.}\,\omega\right)$. Im zweyten Fall, wo AFG eine Hyperbel, oder $b > 2a$; ſuche man den Winkel ω ſo daß tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}v$, woraus die Zeit von AF ſeyn wird $\frac{a^3}{2m(b-2a)^{\frac{3}{2}}}\left(\frac{b-a}{a}\,\text{tang.}\,\omega - \text{L tang.}\,(45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)\right)$. Im dritten Fall iſt die Linie eine Parabel, und $b = 2a$, wenn nun $t =$ tang. $\frac{1}{2}v$, ſo iſt die Zeit von AF $= \frac{a\sqrt{a}}{m\sqrt{2}}\left(t + \tfrac{1}{3}t^3\right)$. So leicht aber die Berechnung in dieſem Fall iſt, ſo verworren wird ſie, wenn die krumme Linie der Parabel nur nahe kommt; dann da werden ſowohl $2a - b$) als ($b - 2a$) ſehr kleine Größen, weil auch der Winkel ω ſehr klein iſt, und im Ausdrucke für die Zeit wird der Nenner ſo klein, daß der geringſte Fehler in den Winkel ω, den gröſten in Beſtimmung der Zeit nach ſich ziehet. Daher ſcheint es in ſolchen Fällen beſſer, die Zeit durch ſchickliche Annäherung auszudrücken, als in Berechnung der wahren Zeit vergebene Mühe zu verwenden.

6. Aufgabe Fig. 3.

§. 30. Wenn die Bahn des Cometen, von der Parabel nicht ſonderlich abweichet, ſie mag nun eine Ellypſe ſeyn, oder eine Hyperbel, die Zeit in welcher eine beliebige wahre Anomalie ASM beſchrieben wird, zu finden.

Aufl öſung.

Es ſey wie bisher die Diſtanz AS $= a$. und der halbe Parameter $= b$, weil nun $2a$ und b nicht ſehr unterſchieden ſind, ſetzen wir $2a - b = \delta$, ſo iſt δ eine ſehr kleine bejahte Größe im Falle einer Ellypſe, bey einer Hyperbel aber verneinend. Die gegebene wahre Anomalie ASM ſey $= v$, und man ſetze tang. $\frac{1}{2}v = t$, ſo iſt, wie wir ſchon (§. 17.) geſehen haben, die Fläche ASM $= \int \frac{a^2 b^2 dt\,(1 + t^2)}{(b + \delta t^2)^2}$; es ſey nun dieſes gleich $\frac{a^2 b^2 z}{b + \delta t^2}$, und weil $b + \delta = 2a$ ſo iſt $z = \frac{t}{b} + \frac{2at^3}{3b^2} - \frac{2a\delta t^5}{15b^3} + \frac{2a\delta^2 t^7}{35\,b^4} - \frac{2a\delta^3 t^9}{63\,.\,b^5}$ &c. alſo die Fläche ASM $= \frac{a^2 b}{b + \delta t^2}\left(t + \frac{2at^3}{3b} - \frac{2a\delta t^5}{15b^2} + \frac{2a\delta^2 t^7}{35\,b^3} - \frac{2a\delta^3 t^9}{63\,b^4}\,\&c.\right)$.

Oder

Oder, weil $\frac{b}{b+\delta t^2} = 1 - \frac{\delta t^2}{b} + \frac{\delta^2 t^4}{b^2} - \frac{\delta^3 t^6}{b^3} + \&c.$ ſo iſt die Fläche ASM =

$$a^2 \left(t + \tfrac{1}{3}t^3 - \frac{4a\delta t^5}{5b^2} + \frac{6a\delta^2 t^7}{7b^3} - \frac{8a\delta^3 t^9}{9b^4} + \frac{\delta^2 t^5}{b^2} - \frac{\delta^3 t^7}{b^3} + \frac{\delta^4 t^9}{b^4} \&c. \right)$$

Weil nun die Zeit ausgedrückt wird, durch $\frac{\text{Area ASM}}{m\sqrt{b}}$ Täge, ſo iſt die Zeit, in welcher die wahre Anomalie ASM $= v$ beſchrieben worden, in Tägen: $= \frac{a^2}{m\sqrt{b}} \left(t + \tfrac{1}{3}t^3 - \frac{4a\delta t^5}{5b^2} + \frac{6a\delta^2 t^7}{7b^3} - \frac{8a\delta^3 t^9}{9b^4} + \frac{\delta^2 t^5}{b^2} - \frac{\delta^3 t^7}{b^3} + \frac{\delta^4 t^9}{b^4} \&c. \right)$ Dieſer Ausdruck, ob er gleich ins Unendliche fortgehet, convergiret doch ſehr geſchwind, wenn $\delta = 2a - b$ ſehr klein angenommen wird, wie wir es gethan haben.

1. Folgerung.

§. 31. Weil $2a = b + \delta$, ſo ſetze man dieſen Werth von $2a$ in der unendlichen Reihe, woraus die Zeit gefunden wird, in welcher die wahre Anomalie ASM $= v$ beſchrieben wird, wenn alſo tang. $\frac{1}{2}v = t$, ſo iſt dieſe Zeit =

$$\frac{a^2}{m\sqrt{b}} \left(t + \tfrac{1}{3}t^3 - \frac{2\delta t^5}{5b} + \frac{3\delta^2 t^7}{7b^2} - \frac{4\delta^3 t^9}{9b^3} + \frac{3\delta^2 t^5}{5b^2} - \frac{4\delta^3 t^7}{7b^3} + \frac{5\delta^4 t^9}{9b^4} \&c. \right)$$

2. Folgerung.

§. 32. Weil in der Hyperbel δ verneint iſt; ſo werden alle Glieder bejaht herauskommen, dann, wenn in dieſem Falle $b - 2a = \delta$, ſo iſt die Zeit von dem Bogen AM =

$$\frac{a^2}{m\sqrt{b}} \left(t + \tfrac{1}{3}t^3 + \frac{2\delta t^5}{5b} + \frac{3\delta^2 t^7}{7b^2} + \frac{4\delta^3 t^9}{9b^3} + \frac{3\delta^2 t^5}{5b^2} + \frac{4\delta^3 t^7}{7b^3} + \frac{5\delta^4 t^9}{9b^4} \right)$$

3. Folgerung.

§. 33. Je kleiner der Winkel ASM iſt, deſto mehr nähern ſich dieſe Reihen, ſollte er aber ſo groß ſeyn, daß deſſen Hälfte 45° viel übertreffe, und folglich ſeine Tangente um viel groſſer ſey, als die Einheit, ſo würde dieſes convergiren um vieles vermindert werden. In ſolchen Fällen iſt es beſſer, ſich der directen Methode zu bedienen; wenn immer der Winkel

kel ω ſo genommen wird, daß tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{2a-b}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}v$ oder tang. $\frac{1}{2}\omega =$ $\frac{\sqrt{(b-2a)}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}v$ noch eine merkliche Größe hat.

7. Aufgabe. Fig. 3.

§. 34. Wenn die Laufbahn von der Parabel nicht ſehr abweichet, aus der verfloſſenen Zeit vor oder nach der Ankunft an das Perihelium, den wahren Ort des Cometen in ſeiner Bahn, das heißt: die wahre Anomalie ASM, und die Diſtanz von der Sonne finden.

Aufloͤſung.

Da die Natur der Laufbahn gegeben iſt, ſo ſetzen wir die Entfernung im Perihelio von der Sonne AS $= a$ den halben Parameter $= b$, und weil die Bahn der Parabel nahe kömmt, ſo iſt $2a - b = \delta$ wo δ eine ſehr kleine Größe iſt; ferners ſey die Zeit, vor oder nach der Ankunft an das Perihelium in Tagen ausgedrückt $=$ T; die wahre Anomalie aber, die man ſuchet, ſey ASM $= v$ und $t =$ tang. $\frac{1}{2}v$. aus vorhergehender Aufgabe haben wir dieſe Gleichung:

$$T = \frac{a^2}{m\sqrt{b}}\left(t + \tfrac{1}{3}t^3 - \frac{2\delta t^5}{5b} + \frac{3\delta^2 t^7}{7b^2} - \frac{4\delta^3 t^9}{9b^3} + \frac{3\delta^2 t^5}{5b^2} - \frac{4\delta^3 t^7}{7b^3} + \frac{5\delta^4 t^9}{9b^4}\right) \text{ \&c.}$$

aus welcher der Werth von t zu ſuchen iſt. Setzen wir $\frac{mT\sqrt{b}}{a^2} = n$, ſo daß $n = t + \frac{1}{3}t^3$

$$- \frac{2\delta t^5}{5b} + \frac{3\delta^2 t^7}{7b^2} - \frac{4\delta^3 t^9}{9b^3} + \frac{3\delta^2 t^5}{5b^2} - \frac{4\delta^3 t^7}{7b^3} + \frac{5\delta^4 t^9}{9b^4};$$

und es ſey Anfangs die Laufbahn paraboliſch, wo $\delta = o$, ſo iſt $n = t + \frac{1}{3}t^3$, und $t^3 + 3t - 3n = o$, die Wurzel dieſer cubiſchen Gleichung, nach Cardans Regeln iſt:

$$t = \sqrt[3]{\left(\tfrac{3}{2}n + \sqrt{\left(\tfrac{9}{4}n^2 + 1\right)}\right)} - \sqrt[3]{\left(-\tfrac{3}{2}n + \sqrt{\left(\tfrac{9}{4}n^2 + 1\right)}\right)}$$ oder auch:

$$t = \sqrt[3]{\tfrac{3}{2}n + \sqrt{\tfrac{4}{9}n^2 + 1}} - \frac{1}{\sqrt[3]{\tfrac{3}{2}n + \sqrt{\tfrac{9}{4}n^2 + 1}}}$$ oder auch

$$t = \frac{1}{\sqrt[3]{-\tfrac{3}{2}n + \sqrt{\tfrac{9}{4}n^2 + 1}}} - \sqrt[3]{-\tfrac{3}{2}n + \sqrt{\tfrac{9}{4}n^2 + 1}}$$: Aus dieſen Formeln alſo,

oder

oder aus den hiezu berechneten Tafeln kann der Werth von t gefunden werden, aus welchen die wahre Anomalie ASM $= v$ durch die Gleichung, tang. $\frac{1}{2}v = t$ erhalten wird. Ferners iſt die Entfernung von der Sonne SM $= y = \frac{ab}{a + (b - a) \operatorname{coſ.} v}$. Da aber in der Parabel $b = 2a$, ſo iſt $y = \frac{2a}{1 + \operatorname{coſ.} v} = \frac{a}{\operatorname{coſ.}^2 \frac{1}{2}v}$. Und auf dieſe Art wird der Ort des Cometen für eine beſtimmte Zeit in der Parabel gefunden.

Sollte aber die Laufbahn eine ſehr eccentriſche Ellypſe, oder eine von der Parabel nicht ſehr abweichende Hyperbel ſeyn, und wäre $\delta = 2a - b$ eine ſehr kleine Größe, ſo ſetze man $\frac{mT\sqrt{b}}{a^2} = n$, und dann müßte folgende Gleichung aufgelöſet werden.

$$n = t + \tfrac{1}{3}t^3 - \frac{2\delta t^5}{5b} + \frac{3\delta^2 t^7}{7b^2} - \frac{4\delta^3 t^9}{9b^3} + \frac{3\delta^2 t^5}{5b^2} - \frac{4\delta^3 t^7}{7b^3} + \frac{5\delta^4 t^9}{9b^4}.$$

Man nehme erſtlich nur die Gleichung $n = t + \frac{1}{3}t^3$, ſuche wie vorhin den Werth von t, und es ſeye $t = \theta$, ſo daß $n = \theta + \frac{1}{3}\theta^3$; ſo wird, weil δ ſehr klein iſt, θ dem Werthe von t am nächſten kommen. Der wahre Werth von t ſeye aber: $t = \theta + A\theta^3 + B\theta^5 + C\theta^7 +$ &c. ſo iſt

$$t^3 = \theta^3 + 3A\theta^5 + 3B\theta^7 + 3A^2\theta^7 \text{ \&c. und}$$

$t^5 = \theta^5 + 6A\theta^7$ &c. endlich $t^7 = \theta^7$ ſetzen wir dieſe Werth ein die Gleichung, ſo iſt:

$$n = \theta + \tfrac{1}{3}\theta^3 = \theta + A\theta^3 + B\theta^5 + C\theta^7 + \tfrac{1}{3}\theta^3 + A\theta^5 + B\theta^7 + \&c. - \frac{2\delta\theta^5}{5b} + A^2\theta^7 + \frac{3\delta^2\theta^5}{5b^2} - \frac{2\delta A\theta^7}{b} + \frac{3\delta^2 A\theta^7}{b^2} \text{ \&c.} + \frac{3\delta^2\theta^7}{7b^2} - \frac{4\delta^3\theta^7}{7b^3};$$

werden nun wie gewöhnlich die einzelnen Glieder dem Nichts gleich gemacht, ſo erhalten wir: $A = o$; $B = \frac{2\delta}{5b} - \frac{3\delta^2}{5b^2}$;

$$C = -B - \frac{3\delta^2}{7b^2} + \frac{4\delta^3}{7b^3} = -\frac{2\delta}{5b} + \frac{6\delta^2}{35b^2} + \frac{4\delta^3}{7b^3} = \frac{2\delta}{b}\left(\frac{\delta}{b} + 1\right)\cdot\left(\frac{2\delta}{7b} - \frac{1}{5}\right).$$

Aus dem nahen Werthe θ von t iſt nun deſſen wahrer: $t = \theta + \left(\frac{2\delta}{5b} - \frac{3\delta^2}{5b^2}\right) \theta^5 - \left(\frac{2\delta}{5b} - \frac{6\delta^2}{35b^2} - \frac{4\delta^3}{7b^3}\right) \theta^7$: Endlich weil $t = \text{tang. } \frac{1}{2}v$, ſo kennet man auch die wahre Anomalie ASM $= v$, und hieraus die Diſtanz von der Sonne SM $= y =$

$$\frac{ab}{a + (b - a) \text{ coſ. } v} = \frac{b}{1 + \frac{b-a}{a} \text{ coſ. } v}.$$

1. Folgerung.

§. 35. Für eine ſehr lange Ellypſe, wo δ eine bejahte Größe iſt, wird der wahre Werth von t größer ſeyn, als der Werth θ, welcher in der Hypotheſe einer Parabel iſt gefunden worden.

2. Folgerung.

§. 36. In der Hyperbel iſt δ negativ, folglich der wahre Werth von t kleiner als θ; in beyden Fällen aber wird wegen der hohen Potenzen von θ der Ausdruck von t ungemein convergiren, wenn nur $\theta < 1$, welches immer geſchieht, wenn die wahre Anomalie v kleiner iſt als ein rechter Winkel.

Zuſatz.

§. 37. Sollte nun aber die wahre Anomalie v viel größer ſeyn, als ein rechter Winkel, ſo daß δ oder t eine größere Zahl würde, als die Einheit iſt, und der gefundene Ausdruck von t folglich mehr ſich entfernen, als nähern müßte, dann dürfte man ſich dieſer Methode nicht bedienen, auſſer δ wäre zufälliger Weiſe ſo äuſſerſt klein, daß durch ſelbe alle Glieder ebenfalls unbeträchtlich gemacht würden. In dieſen Fällen müßte der wahre Ausdruck des Verhältniſſes zwiſchen der Zeit, und der wahren Anomalie zu Hülfe genommen, und aus ſelben eine Methode geſucht werden, um für jede gegebene Zeit die wahre Anomalie zu finden. Die Art dieſes ins Werk zu ſetzen, will ich in folgenden Aufgaben weiter ausführen, damit in jedem vorkommendem Falle die Theorie könne angewendet, und durch ſelbe die wahre Bewegung der Cometen, ſowohl als der Planeten genau beſtimmet werden.

8. Aufgabe.

§. 38. Wenn die Laufbahn eine bekannte Ellypſe iſt, für jede gegebene Zeit vor, oder nach der Ankunft an das Perihelium, die wahre Anomalie ASM, und die Entfernung von der Sonne SM finden.

Auf-

Aufløſung.

Es ſey die periheliſche Diſtanz von der Sonne AS $= a$, der halbe Parameter $= b$; ſo iſt $2a > b$, weil wir von einer Ellypſe handeln, die Zeit aber vor, oder nach der Ankunft an das Perihelium, ſey in Tägen ausgedrückt $=$ T. Nun ſetze man die geſuchte Anomalie ASM $= v$, und nehme einen anderen Winkel ω mit dieſer Eigenſchaft, daß $\text{tang.}\ \frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{2a - b}}{\sqrt{b}}\ \text{tang.}\ \frac{1}{2}v$, ſo iſt nach vorhergehenden §. 19. die Zeit T $= \frac{a^3}{2m(2a - b)^{\frac{3}{2}}}\left(\omega - \frac{(b - a)}{a}\ \text{ſin.}\ \omega\right)$ aus welcher Gleichung der Winkel ω zu finden wäre. Man ſetze alſo $\omega - \frac{(b - a)}{a}\ \text{ſin.}\ \omega = \frac{2m(2a - b)^{\frac{3}{2}}T}{a^3}$, und verwandle dieſen bekannten Ausdruck, $\frac{2m(2a - b)^{\frac{3}{2}}T}{a^3}$ in einen Cirkelbogen, deſſen Radius $= 1$ auf folgende Art: man nehme den Logarithmus des Ausdruckes, $\frac{2m(2a - b)^{\frac{3}{2}}T}{a^3}$; addire zu dieſen den Logarithmus 5, 3144251332, und die Summe giebt den Logarithmus des geſuchten Bogens in Secunden ausgedrückt. Oder auch, weil $Lm = 5,4345525139$, ſo addire man zu L $\frac{(2a - b)^{\frac{3}{2}}T}{a^3}$, den Logarithmus 11, 0500076428, und die Zahl des herauskommenden Logarithmus giebt den Bogen ebenfalls in Secunden an. Dieſer Winkel nun heiſſe u, welcher eben jener iſt, den die Aſtronomen, die mittlere Anomalie zu nennen pflegen, und der wie nun gezeigt worden, entweder aus der gegebenen Zeit T kann gefunden, oder aus den aſtronomiſchen Tafeln genommen werden, wenn die Rede von einem Planeten iſt. Im erſten Falle, wenn er in Secunden ausgedrückt wird, iſt $Lu = 11,0500076428 + \frac{3}{2}L(2a - b) + LT - 3La$; in Ermanglung aſtronomiſcher Tafeln, iſt alſo die mittlere Anomalie u leicht anzugeben. Man habe nun dieſe Anomalie u gefunden, ſo iſt, $u = \omega - \frac{(b - a)}{a}\ \text{ſin.}\ \omega$, welche Gleichung durch einige Verſuche am bequemſten aufgelöſet wird, dann weil $\omega > u$, ſo nehme man einen Winkel für ω nach Belieben an, und berechne den Winkel $\frac{(b - a)}{a}\ \text{ſin.}\ \omega$, auf folgende Art; von L $\frac{(b - a)}{a}$ + L ſin. ω aus den Tafeln genommen, ziehe man ab 4,6855748668, und der übrig bleibende Logarithmus giebt die Anzahl von Secunden, welche dem $\frac{(b - a)}{a}$ ſin. ω gleich ſind. Iſt dieſes geſchehen, ſo wird hieraus entweder ein gröſſer, oder kleinerer Winkel als u iſt, gefunden werden; im erſten Falle, war der angenommene

Winkel ω zu groß, im zweyten zu klein, und auf dieſe Art wird, nach verbeſſerten Hypotheſen der wahre Winkel ω ziemlich nahe gefunden werden. Es ſeye nun dieſer ziemlich nahe gefundene Winkel $\omega = \varrho$ der wahre aber ſey $\omega = \varrho + z$ ſo iſt: $\sin. (\varrho + z) = \sin. \varrho + z \cos. \varrho$, folglich: $u =$

$$\varrho + z - \frac{b-a}{a} \sin. \varrho - (b-u)\, z \cos. \varrho,$$ hieraus aber wird $z =$

$$\frac{u - \varrho + \frac{b-a}{a} \sin. \varrho}{1 - \frac{b-a}{a} \cos. \varrho},$$ wo jedoch der Theil des Zählers $\frac{b-a}{a} \sin. \varrho$ auf oben gezeigte Art in einen Winkel zu verwandeln iſt; der Nenner wird eine bloſſe Zahl ſeyn, und weil der Sinus totus $= 1$, muß die Caracteriſtik von L coſ. ϱ um 10 vermindert werden. Auf dieſe Art findet man den Winkel z, welcher zu dem Winkel ϱ hinzugezählt, den wahren geſuchten Winkel ω angiebt. Sollte aber der angenommene Winkel ϱ zu viel vom wahren abweichen, ſo wird durch dieſe Methode der Werth des Winkels ω viel näher gefunden, welcher ſtatt ϱ geſetzet, den ziemlich nahen Werth von ω angeben wird. Iſt nun einmal der Winkel ω bekannt, ſo ergiebt ſich leicht die wahre Anomalie ASM $= v$ durch die Formel tang. $\frac{1}{2}v = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{2a-b}}$ tang. $\frac{1}{2}\omega$; und die Entfernung von der Sonne SM iſt hieraus $= \frac{ab}{a + (b-a) \cos. v}$.

1. Folgerung.

§. 39. Der in dieſer Berechnung vorkommende Coeficient $\frac{b-a}{a}$ wird die Eccentricität der Laufbahn genennet; §. 9. deſſen Logarithmus ganz beſonders zu bemerken iſt, weil durch ſelben der ganze Calcul ſehr erleichtert wird.

2. Folgerung.

§. 40. Aus der gegebenen Eccentricität $\frac{b-a}{a}$, läßt ſich durch angeführte Methode für jede mittlere Anomalie, die entſprechende wahre bald finden, und auf ſolche Art werden die Equations Tafeln der Cometen oder Planeten, in ellyptiſchen Laufbahnen leicht berechnet.

9. Aufgabe Fig. 3.

§. 41. Wenn der Comet eine Hyperbel um die Sonne beſchreibt, und die Zeit, wenn er durch das Perihelium A gegangen, bekannt iſt, für jede andere gegebene Zeit deſſen

Ort

Ort in der Laufbahne finden, oder die wahre Anomalie ASM, und die Entfernung von der Sonne SM berechnen.

Auflöſung.

Es ſey abermals die Diſtanz im Perihelio AS $= a$, und der halbe Parameter $= b$ ſo iſt $b > 2a$. Die gegebene Zeit ſey von jener, wo der Comet im Perihelio geweſen iſt, um T Tage unterſchieden. Die zu findende wahre Anomalie ASM heiße v; man nehme nun einen andern Winkel ω an, ſo daß $\text{tang.}\ \tfrac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{b-2a}}{\sqrt{b}}\ \text{tang.}\ \tfrac{1}{2}v$ ſo iſt nach vorigen (§. 20); $T = \frac{a^3}{2m(b-2a)^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{b-a}{a}\ \text{tang.}\ \omega - \text{L tang.}\ (45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)\right)$ Setzen wir $\frac{2m(b-2a)^{\frac{1}{2}}T}{a^3} = u$, ſo iſt u eine bekannte Größe, die mit jener analog iſt, welche wir zuvor die mittlere Anomalie genennet haben: dieſes u müßen wir in unſerem Falle in Zahlen ausdrücken, nicht aber wie oben geſchehen, in einen Winkel verkehren. Nach dieſen Vorausſetzungen iſt alſo $u = \frac{b-a}{a}\ \text{tang.}\ \omega - \text{L tang.}\ (45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)$, wo wir durch Verſuche einen ziemlich nahen Werth für ω beſtimmen müßen; dieſer ſo beſtimmte Werth ſey der Winkel ϱ, und $\omega = \varrho + z$, ſo iſt wegen des ſehr kleinen Winkels z; $\text{tang.}\ \omega = \frac{\text{tang.}\ (\varrho + z)}{1 - z\ \text{tang.}\ \varrho}$, oder $\text{tang.}\ \omega = \text{tang.}\ \varrho + z\,(1 + \text{tang.}^2\varrho) = \text{tang.}\ \varrho + \frac{z}{\text{cos.}^2\varrho}$. Damit nun auch der Werth von L tang. $(45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)$ gefunden werde, ſetzen wir L tang. $(45^\circ + \tfrac{1}{2}\varrho =)\ R$, ſo iſt: L tang. $(45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega)$ jenem Werthe von R gleich, welcher herauskömmt, wenn anſtatt ϱ geſchrieben wird $\varrho + z$, nämlich dem Werthe $R + \frac{z\,dR}{d\varrho}$ Es iſt aber $dR = \frac{\tfrac{1}{2}d\varrho}{(\text{cos.}^2(45^\circ + \tfrac{1}{2}\varrho).\ \text{tang.}\ (45^\circ + \tfrac{1}{2}\varrho)} = \frac{d\varrho}{\text{cos.}\ \varrho}$; folglich $\text{L tang.}\ (45^\circ + \tfrac{1}{2}\omega) = \text{L tang.}\ (45^\circ + \tfrac{1}{2}\varrho) + \frac{z}{\text{cos.}\ \varrho}$. Wenn dieſes ſubſtituiret wird, ſo iſt: $u = \frac{b-a}{a}\ \text{tang.}\ \varrho + \frac{(b-a)z}{a\ \text{cos.}^2\varrho} - \text{L tang.}\ (45^\circ + \tfrac{1}{2}\varrho) - \frac{z}{\text{cos.}\ \varrho}$; woraus gefunden wird:

$$z = \frac{u + \text{L tang.}\ (45^\circ + \tfrac{1}{2}\varrho) - \frac{b-a}{a}\text{tang.}\ \varrho}{\frac{1}{\text{cos.}^2\varrho}\left(\frac{b-a}{a} - \text{cos.}\ \varrho\right)}$$ oder auch:

$$z = \frac{u + L\,\text{tang.}\,(45^\circ + \tfrac{1}{2}\varrho) - \frac{b-a}{a}\,\text{tang.}\,\varrho}{\frac{b-a}{a}\,\text{coſ.}\,\varrho}\,.\,\text{coſ.}^2\,\varrho.$$ So wird nun der

Werth von z gefunden, wobey aber doch die oben (§. 22) für L tang. $(45^\circ + \frac{1}{2}\varrho)$ gegebene Regel zu beobachten iſt, und hat man z ſo muß dieſes in einem Winkel auf ſchon gezeigte Art verwandelt werden. Nach dieſen Berechnungen bekömmt man den wahren Werth des Winkels $\omega = \varrho + z$, welcher aber wieder anſtatt ϱ könnte geſetzt werden, wenn man an ſeiner Richtigkeit zweifelte, oder die Genauigkeit noch weiters treiben wollte. Aus dem Winkel ω ergiebt ſich leicht, $\text{tang.}\,\frac{1}{2}\,\nu = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b-2a}}\,\text{tang.}\,\frac{1}{2}\omega$, und folglich die wahre Anomalie $ASM = \nu$, aus welcher endlich die geſuchte Diſtanz $SM = y = \frac{ab}{a + (b-a)\,\text{coſ.}\,\nu}$ gefunden wird.

Zuſatz.

§. 42. Um dieſe, in der Aſtronomie nicht ſehr gewöhnliche Berechnungsart mehr zu erläutern, ſetzen wir der Comet bewege ſich in einer gleichſeitigen Hyperbel, und ſeine Entfernung im Perihelio, ſey der mittleren Diſtanz der Sonne von der Erde gleich, alſo $a =$ 100000, woraus $b = a\,(1 + \sqrt{2}) = 241421,356$, man ſolle nur ſeinen wahren Ort, hundert Tage nach ſeiner Ankunſt an das Perihelium finden, ſo iſt $T = 100$. Man ſuche erſtlich den Werth von u. ſo daß, $L\,u = L\,2m + L\,T + \frac{3}{2}\,L\,41421,356 - 3\,L\,100000$, und mache folgende Berechnung:

L 2 m	=	5, 7 3 5 5 8 2 5
L T	=	2, 0 0 0 0 0 0 0
L 41421, 356	=	4, 6 1 7 2 2 4 3
die Hälfte davon	—	2, 3 0 8 6 1 2 2
		1 4, 6 6 1 4 1 9 0
3 L 100000	=	1 5, 0 0 0 0 0 0 0
L u	=	9, 6 6 1 4 1 9 0
alſo iſt u	=	0, 4 5 8 5 8 4

Ferners iſt $\frac{b-a}{3} = 1,41421356 = \sqrt{2}$, folglich, $L\,\frac{b-a}{a} = 0,1505150$,

man ſetze erſtlich: $\text{tang.}\,\omega = \frac{a}{b-a}\,u$; mit Weglaſſung des anderen Gliedes, ſo iſt:

L u

$$L\,u = 9{,}6614190$$

$$-\ L\,\frac{b-a}{a} = -0{,}1505150$$

$$L\ \text{tang.}\ \omega = 9{,}5109040,$$ folglich

$$\omega = 17^\circ.\,58'.$$

und der Winkel $(45^\circ + \frac{1}{2}\,\omega) = 53^\circ.\,59'$

deſſen Tangente $= 1{,}3755403$ Hieraus erhellet, daß der Winkel $\omega = 17^\circ \cdot 58'$ um viel zu klein iſt angenommen worden, eben ſo auch wenn man ſetzen wollte $\omega = 30^\circ$, woraus u würde $= 0{,}26719$. Man mache alſo $\omega = 40^\circ$, ſo kömmt $u = 0{,}4237$, da aber $u = 0{,}458584$, und beyde Werthe nicht ſehr von einander abweichen, ſo mache man zwiſchen dieſen beyden Sätzen 30° und 40° einen Verſuch, welcher anzeigen wird, daß ω beynahe 42° haben muß; man nehme alſo dieſen Werth anſtatt des ϱ, ſo daß $\varrho = 42^\circ$, und $\frac{1}{2}\varrho = 21^\circ$, und $45^\circ + \frac{1}{2}\varrho = 66$; die Berechnung iſt alsdann folgende:

tang. 66° — 10	=	0, 3 5 1 4 1 6 9
der Logarithmus	=	9, 5 4 5 8 2 2 6
nach §. 22 beyde addiret..............		0, 3 6 2 2 1 5 7
alſo iſt.................		9, 9 0 8 0 3 8 3

$$L\ \text{tang.}\ (45^\circ + \tfrac{1}{2}\varrho = 0{,}809167$$

$$\text{Log. tang.}\ \varrho = 9{,}9544374$$

$$+\ L\,\frac{b-a}{a} = +\ 0{,}1505150$$

$$L\,\frac{b-a}{a}\ \text{tang.}\ \varrho = 1{,}1049524$$ alſo

$$\frac{b-a}{a}\ \text{tang.}\ \varrho = 1{,}273364$$

Man

Man addire alſo zu u	=	0,458584
L tang. $(45° + \frac{1}{2}\varrho)$	=	0,809167
		1,267751
— L $\frac{b-a}{a}$ tang. ϱ	=	— 1,273364
ſo iſt der Zähler	=	— 0,005613
$\frac{b-a}{a}$	=	1,4142135
— coſ. ϱ	=	— 7431448
der Nenner	=	0,6710687
L coſ. ϱ	=	9,8710735
L coſ.^{2} ϱ	=	9,7421470
+ Logarith.		7,7491950
		7,4913420
— Log. von 10.		9,8267670
L — z	=	7,6645750
— Logarith.		4,6855749
		2,9790001 alſo iſt — z

$= 952,79'' = 15'. 53''$, und $\omega = \varrho + z = 41° 44'. 7''$.

Da nun der Winkel $\omega = 41°. 44'. 7''$ gefunden worden, ſo iſt tang. $\frac{1}{2}\nu = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b-2a}}$ tang. $\frac{1}{2}\omega$ weil aber $b = a(1+\sqrt{2})$ ſo iſt $\frac{b}{b-2a} = \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = (1+\sqrt{2})^2$

folglich $\sqrt{\frac{b}{b-2a}} = 1 + \sqrt{2} = 2,41421356$, und weil $\frac{1}{2}\omega = 20°. 52'. 3\frac{1}{2}''$, ſo iſt die Berechnung folgende:

zu L $\frac{\sqrt{b}}{b-a}$	=	0,3827756
addiret L tang. $\frac{1}{2}\omega$	=	9,5811709
L tang. $\frac{1}{2}\nu$	=	9,9639465
alſo iſt $\frac{1}{2}\nu$	=	$42°. 37'. 28''$
folglich ν	=	$85°. 14'. 56''$

Es hat alſo dieſer Comet in Zeit von 100 Tägen, nach ſeinem Perihelio den Winkel ASM $= \nu = 85°. 14'. 56''$. beſchrieben und deſſen Entfernung von der Sonne wird hieraus ge-

fun-

funden $SM = y = \frac{ab}{a + (b - a)\,\text{coſ.}\,v} = \frac{b}{1 + \frac{b-a}{a}\,\text{coſ.}\,v}$, es werde alſo

zu dem L coſ. v	=	8, 9 1 8 1 7 4 7
addiret L $\frac{b-a}{a}$	=	0, 1 5 0 5 1 5 0
		9, 0 6 8 6 8 9 7 folglich iſt:
$\frac{b-a}{a}$ coſ. v	=	0, 1 1 7 1 3 6 und
der Nenner	=	1, 1 1 7 1 3 6 Nun werde von dem
L b	=	5, 3 8 2 7 7 5 6 abgezogen
der Logarith. des Nenners,	=	0, 0 4 8 1 0 6 1
ſo iſt L y	=	5, 3 3 4 6 6 9 5 und
$SM = y$	=	2 1 6 1 0 7. Da nun die Diſtanz von

der Sonne im Perihelio = 100000 geſetzt worden, ſo wird nach 100 Tägen die Entfernung von der Sonne seyn = 216107. Dieſes Beyſpiel ſcheinet nun hinlänglich, die Art der Berechnung zu erläutern.

10. Aufgabe Fig. 4.

§. 43. Aus zween, nicht weit von einander entfernten Orten eines Planeten, oder Cometen, nebſt der Zeit in welcher der Bogen TH iſt beſchrieben worden, den wahren Ort C für jede gegebene mittlere Zeit angeben.

Aufløſung.

Damit dieſe Aufgabe bequemer aufgelöſet werde, wollen wir es auf die Bewegung der Erde anwenden, und ſetzen, ſie beſchreibe in der mittleren Entfernung von der Sonne, mit der mittleren Bewegung einen Cirkel. Es ſey alſo die Sonne in S, die Erde in F und h, die Zeit von $f\,h$ ſey = T; da die mittlere Diſtanz von der Sonne $fs = hs = c = 100000$, wie bisher angenommen worden, ſo findet ſich der Winkel fsh, wenn man den Logarithmus 5, 3144251332 zu L $\frac{2m\,T}{c\sqrt{c}}$ addiret, davon die Summe den Winkel fsh in Secunden giebt; oder man kann auch zu Logarith. T den Logarithmus 2, 5500076427 addiren, weil m und c bekannt ſind, die Summe giebt ebenfalls den Winkel fsh in Secunden. Man ſöndere nun die Zeit T in zween Theile α und β ab, daß $T = \alpha + \beta$; ſo iſt klar, daß nach Verlauf der Zeit α die Erde in g ſeyn wird, und daß wenn man gs ziehet, die Winkel $fsg : gsh = \alpha : \beta$, folglich $fsg = \frac{\alpha}{T} \cdot fsh$, und $gsh = \frac{\beta}{T}\,fsh$. Es werde die Chorda fh gezogen die den Radius sg in o ſchneidet, und man ſuche den Pfeil og auf folgende Art.

Weil $sfo = 90^\circ - \frac{1}{2} fsh$ und $sof = 90^\circ + \frac{1}{2} fsh - \frac{\alpha}{T} fsh = 90 + \frac{(\beta - \alpha)}{2T}$ fsh, ſo iſt: $so : sf = \text{coſ.}\ \frac{1}{2} fsh : \text{coſ.}\ \frac{\beta - \alpha}{2T} fsh$, folglich: $so = c. \frac{\text{coſ.}\ \frac{1}{2} fsh}{\text{coſ.}\ \frac{\beta - \alpha}{2T} . fsh}$.

und der Pfeil $go = c \frac{\left(\text{coſ.}\ \frac{\beta - \alpha}{2T} . fsh - \text{coſ.}\ \frac{1}{2} fsh\right)}{\text{coſ.}\ \frac{\beta - \alpha}{2T} fsh} = \frac{2c\ \text{ſin.}\ \frac{\beta}{2T} . fsh . \text{ſin.}\ \frac{\alpha}{2T} fsh}{\text{coſ.}\ \frac{\beta - \alpha}{2T} fsh}$.

Es iſt aber $\frac{1}{2T} fsh$ ein beſtändiger Winkel, $= 29', 3498'' = 1774, 098''$, deſſen Logarithmus iſt: 3, 2489776471; ſetzen wir ihm nun gleich τ; und drücken die Zeiten α. β in Tägen aus, ſo iſt der Pfeil $go = \frac{2c\ \text{ſin},\ \beta\tau.\ \text{ſin.}\ \alpha\tau}{\text{coſ.}\ (\beta - \alpha)\,\tau}$. Dieſes vorausgeſetzt, ſey der Planet, oder Comet in F beobachtet worden, nach der Zeit aber $\tau = \alpha + \beta$ in H, und man verlangte zu wiſſen, wo er nach der Zeit α ſtehen würde, nachdem er in F geweſen iſt? So nehmen wir an, der geſuchte Ort ſey G und da die Zeiten in jeder Laufbahn, ſich wie die, um die Sonne S beſchriebenen Flächen verhalten, ſo iſt die Fläche FSG zur Fläche GSH, wie α zu β. Man ziehe die Chorda HF, welche SG in O ſchneidet, und beſtimme auf nachfolgende Art den Pfeil GO. Weil die Krümmung der Bahn FGH von der **Senckkraft** herkömmt, ſo nehmen wir an, dieſe **Kraft** ſey $= \varrho$, und in den Raum FGH beſtändig, welches wegen Nähe der Orte g. H, von der Wahrheit nicht ſehr abweichet; um aber noch genauer zu ſeyn, ſetzen wir P ſey jene Senckkraft die in dem mittleren Orte g wircket, und ihre Richtung, ſey mit SG gleichlauffend. Gleichfalls ſey jene **Senckkraft**, welche die Erde in der Cirkelbahn hält $= p$ ſie wird alſo beſtändig ſeyn, und ſoll wie wir annehmen auf die Erde während ſie den Raum fgh beſchreibt, in der Richtung gs unverändert wircken. In F und f ziehe man die Tangenten FMN, fmn; und aus H und h die Linien HN; hn mit SG; sg parallel, ſo ſtellen HN, und hn die Wirkungen der **Senckkräfte** vor, und weil ſie in der nämlichen Zeit $\alpha + \beta$ wirken, ſo ſind ſie auch denen Kräften ſelbſt proportional, folglich wird, HN : hn = P : p. Aus der Natur der gleichförmigen Bewegung, mit welcher die Tangenten FN; fn beſchrieben würden, wenn keine **Senckkraft** vorhanden wäre, ſind die Raume FM : MN $= \alpha : \beta$ und $fm : mn = \alpha : \beta$, folglich wegen den ähnlichen Dreyecken FOM und FHN, iſt auch: FO : HO $= \alpha : \beta$. Da alſo ſowohl die Chorda FH, als auch das Verhältniß von α zu β gegeben wird; ſo ſchneide man, um den mittleren Ort g zu finden die Chorda FH in O dergeſtalt, daß, FO : OH $= \alpha : \beta$, ſo wird die aus S durch O gezogene Linie, durch den geſuchten Ort G gehen. Es übrigt alſo nur noch die Beſtimmung des Pfeiles GO, welches aus der Wirkung der Kräfte am füglichſten auf folgende Art geſchehen kann. Es iſt klar, daß HN : GM $= \text{FN}^2 : \text{FM}^2 = (\alpha + \beta)^2 : \alpha^2$; und gleichfalls, $hn : gm = fn^2 : fm^2 =$ $(\alpha + \beta)^2$:

$(\alpha+\beta)^2 : \alpha^2$, daher auch, HN : GM = $hn : gm$; oder HN : hn = GM : gn; es iſt aber auch, HN : hn = OM : om, woraus folgt HN : hn = OG : og = P : p, folglich iſt, OG $= \frac{P}{p}\, og$. Weil ferners, $og = \frac{2c \text{ ſin. } \alpha\tau . \text{ ſin. } \beta\tau}{\text{coſ.}\, (\beta-\alpha)\,\tau}$; ſo iſt der geſuchte Pfeil OG $= \frac{2Pc \text{ ſin. } \alpha\tau . \text{ ſin. } \beta\tau}{p \text{ coſ.}\, (\beta-\alpha)\,\tau}$: theilet man nun die Chorda FH in den Verhältniß der Zeiten $\alpha : \beta$ in O ziehet SO, und macht GO $= \frac{2Pc \text{ ſin. } \alpha\tau . \text{ ſin. } \beta\tau}{p \text{ coſ.}\, (\beta-\alpha)\,\tau}$, ſo iſt in g der geſuchte Ort des Planeten, wenn F und H nicht weit von einander entfernet ſind. Da endlich die Senckkräfte, im umgekehrten quadratiſchen Verhältniß der Entfernungen von der Sonne ſind, ſo iſt, P : $p = c^2 : \text{SG}^2$, oder weil man die mittlere Kraft, zwiſchen den äußerſten Kräften nehmen muß, ſo wird die Berechnung genauer, wenn man ſetzt: P : $p = 4c^2 : (\text{SF}+\text{SH})^2$; wird nun auch dieſes Verhältniß der Senckkräfte, in den Kalkul gebracht, ſo iſt der Pfeil OG $= \frac{8c^3 \text{ ſin. } \alpha\tau . \text{ ſin. } \beta\tau}{(\text{SF}+\text{SH})^2 . \text{ coſ.}\, (\beta-\alpha)\,\tau}$.

1. Folgerung.

§. 44. Wenn das Verhältniß der Zeiten $\alpha : \beta$, und alſo auch der Abſchnitt FO : OH von der Chorde, der Gleichheit nahe kömmt, ſo kann man ohne Fehler anſtatt $\frac{\text{FS}+\text{SH}}{2}$ ſchreiben SG; daß folglich OG $= \frac{2c^3 \text{ ſin. } \alpha\tau . \text{ ſin. } \beta\tau}{\text{SG}^2 . \text{ coſ.}\, (\beta-\alpha)\tau}$; wären aber α und β einander gänzlich gleich, ſo wäre OG $= \frac{2c^3 \text{ ſin.}^2\, \alpha\tau}{\text{SG}^2} = \frac{c^3 \text{ ſin. } v . \, 2\alpha\tau}{\text{SG}^2}$.

2. Folgerung.

§. 45. Wenn alſo im Gegentheil der Ort g gegeben iſt, ſo können in den Linien SF und SH, welche die heliocentriſchen Orte vorſtellen, zween Punkte F und H beſtimmet werden, in denen der Körper in der Zeit von α Tägen bevor er in G war, und in der Zeit von β Tägen nachdem er in g geweſen iſt, zu ſtehen kömmt. Dann man nehme von g angefangen den Pfeil GO $= \frac{2c^3 \text{ ſin. } \alpha\tau . \text{ ſin. } \beta\tau}{\text{SG}^2 . \text{ coſ.}\, (\beta-\alpha)\,\tau}$; und ziehe durch O die Linie FOH, daß FO : HO $= \alpha : \beta$; ſo werden F und H die geſuchten Orte ſeyn.

3. Folgerung.

§. 46. Je geringer die Zwiſchenräume der Zeiten α und β ſind, und je näher ſie der Gleichheit kommen, je mehr nahet ſich dieſe Beſtimmung der Wahrheit; obgleich übrigens der Fehler nie merklich ſeyn wird, es ſey dann der Winkel FSH wäre etwas größer, und

betrüge über 10° oder 15° Grade, in welchem Falle, die Breite hinlangen würde, um andere nützliche Methoden, für Cometen und Planeten Bahnen herzuleiten.

11. Aufgabe.

§. 47. Wenn drey nicht ſehr von einander entfernte geocentriſche Orte, eines Himmelskörpers bekannt ſind, nebſt deſſen wahren Entfernung von der Erde, zu Zeit der mitleren Beobachtung; man ſoll hieraus die wahre Laufbahn um die Sonne beſtimmen?

Auflöſung Fig. 5.

In der erſten Beobachtung ſey die Erde in f die Sonne in $ſ$ die Länge der Sonne $= F$. In der zweyten die Erde in g, der Sonnenlänge $= g$; in der dritten die Erde in h die Länge der Sonne $= h$. Die Zeit, von der erſten, zur zweyten Beobachtung heiße α, und von der zweyten zur dritten heiße β. So iſt der Winkel $ſſg = g - f$; und $gſh = h - g$, und die Theorie der Sonne, giebt die Entfernungen $ſf$; $ſg$; $ſh$. Das Papier ſtelle die Fläche der Ecliptik vor, und in der erſten Beobachtung ſey die Länge des Planeten, oder Cometen, $= F$, welches die Linie $f\zeta$ vorſtelle; in der zweyten ſey ſie $= G$, welches die Linie $g\eta$, und in der dritten ſey dieſe Länge $= H$, welches die Linie hb andeute. Endlich ſey in der erſten Beobachtung die Breite des Cometen $= \zeta$ in der zweyten $= \eta$ in der dritten $= d$. Aus den beobachteten Längen, ſind die Winkel:

$$ſf\zeta = F - f;\ ſr\eta = G - f.;\ fmg = G - F.$$
$$ſg\eta = G - g;\ ſp\zeta = F - g;\ gnh = H - G.$$
$$ſh\theta = H - h;\ ſs\vartheta = H - g;$$
$$ſp\eta = G - h;$$

man ziehe nun fx mit gm, und $g\eta$ mit hn parallel, ſo iſt im Dreyecke $ſfx$ aus den bekannten Winkeln, und der Seite $ſf$;

$$fx = \frac{\text{ſin. }(G-f)}{\text{ſin. }(G-g)}\, ſf;\ fx = \frac{\text{ſin. }(g-f)}{\text{ſin. }(G-g)}\, ſf;\ \text{und } gx = \frac{\text{ſin. }(G-f)}{\text{ſin. }(G-g)}.(ſf - ſg).$$

Ferners aus den Winkeln und der Seite $ſx$, iſt in dem Dreyecke fpx:

$$fp = \frac{\text{ſin. }(G-g)}{\text{ſin. }(F-g)}\, fx = \frac{\text{ſin. }(g-f)}{\text{ſin. }(F-g)}\, ſf;\ px = \frac{\text{ſin. }(G-F)}{\text{ſin. }(F-g)}\, fx.$$ Folglich iſt:

$$px : fp = \text{ſin. }(G-F)\ \text{ſin. }(G-g) = gx : fm;$$ woraus

$$fm = \frac{\text{ſin. }(G-f)}{\text{ſin. }(G-F)}\, ſf - \frac{\text{ſin. }(G-g)}{\text{ſin. }(G-F)}\, ſg.$$ Weiters iſt; $pm = \frac{\text{ſin. }(g-f)}{\text{ſin. }(F-g)}\, ſf + fm$; alſo: $\text{ſin. }(G-g) : pm = \text{ſin. }(F-g) : gm$, woraus; $gm = \frac{\text{ſin. }(F-g)}{\text{ſin. }(G-g)}\, fm. + \frac{\text{ſin. }(g-f)}{\text{ſin. }(G-g)}\, ſf$; oder, $gm = \frac{\text{ſin. }(G-f)\ \text{ſin. }(F-g) + \text{ſin. }(g-f)\ \text{ſin. }(G-F)}{\text{ſin. }(G-g)\ \text{ſin. }(G-F)}\, ſf -$

ſin.

$\frac{\text{ſin.}\,(F-g)}{\text{ſin.}\,(G-F)}\,\text{ſ}g$. Es iſt aber, $\text{ſin.}\,(G-f)\,\text{ſin.}\,(F-g) + \text{ſin.}\,(g-f)\,\text{ſin.}\,(G-F) = \text{ſin.}\,(F-f)\,\text{ſin.}\,(G-g$, alſo auch:

$$gm = \frac{\text{ſin.}\,(F-f)}{\text{ſin.}\,(G-F)}\,\text{ſ}f - \frac{\text{ſin.}\,(F-g)}{\text{ſin.}\,(G-F)}\,\text{ſ}g.$$

Durch eben dieſen Weg findet man auch die noch übrigen Werthe der Linien gn und hn; und es iſt:

$$fm = \frac{\text{ſin.}\,(G-f)}{\text{ſin.}\,(G-F)}\,\text{ſ}f - \frac{\text{ſin.}\,(G-g)}{\text{ſin.}\,(G-F)}\,\text{ſ}g.$$
$$gm = \frac{\text{ſin.}\,(F-f)}{\text{ſin.}\,(G-F)}\,\text{ſ}f - \frac{\text{ſin.}\,(F-g)}{\text{ſin.}\,(G-F)}\,\text{ſ}g.$$
$$gn = \frac{\text{ſin.}\,(H-g)}{\text{ſin.}\,(H-G)}\,\text{ſ}g - \frac{\text{ſin.}\,(H-h)}{\text{ſin.}\,(H-G)}\,\text{ſ}h.$$
$$hn = \frac{\text{ſin.}\,(G-g)}{\text{ſin.}\,(H-G)}\,\text{ſ}g - \frac{\text{ſin.}\,(g-h)}{\text{ſin.}\,(H-G)}\,\text{ſ}h.$$

Da nun die Punkte m und n gefunden worden, deren wir in der Folge bedürfen, ſo ſetzen wir G ſey der wahre Ort des Cometen in der zwoten Beobachtung, laße ein Loth $G\eta$ auf die Ecliptick fallen, und nenne die Entfernung von der Erde r, ſo wird wegen der beobachteten Breite $= \eta$ die Entfernung $g\eta = r\ \text{coſ.}\ \eta$; und $G\eta = r\ \text{ſin.}\ \eta$, woraus der auf die Ecliptick gebrachte Ort η des Cometen, ſämmtlich den Linien $m\eta = g\eta - gm$; und $n\eta = g\eta - gn$ bekannt ſind. Aus η werde die Linie $\text{ſ}\eta$ an die Sonne gezogen, und fällt aus ſ auf $g\eta$ das Loth SM, ſo iſt, $SM = \text{ſ}g\ \text{ſin.}\,(G-g)$, und $gM = \text{ſ}g\ \text{coſ.}\,(G-g)$; woraus dann, $M\eta = g\eta - gM$; $\text{tang.}\ \eta SM = \frac{\eta M}{SM} = \text{cot.}\ S\eta M$; und $\text{ſ}\eta = \frac{SM}{\text{ſin.}\ \text{ſ}\eta M}$.

Ferners werde die heliocentriſche Breite geſucht; dann $\text{tang.}\ G\text{ſ}\eta = \frac{G\eta}{\text{ſ}\eta}$, und die Entfernung von der Sonne $GS = \frac{G\eta}{\text{ſin.}\ G\text{ſ}\eta} = \frac{\text{ſ}\eta}{\text{coſ.}\ G\text{ſ}\eta}$. Es ſeyen nun F und H die Orte des Cometen in der erſten, und dritten Beobachtung, ſo müßen die auf die Ecliptick fallenden Lothe, an die Linien $f\zeta$ und $h\theta$ treffen, ziehet man die Chorda FH, welche von dem Radius SG in O geſchnitten wird, ſo iſt: $FO : HO = \alpha : \beta$, und der Pfeil $GO = \frac{2c^2\ \text{ſin.}\ \alpha\tau\ .\ \text{ſin.}\ \beta\tau}{\text{ſ}G^2\ \text{coſ.}\ (\beta-\alpha)\,\tau}$ (§. 44.). Gleichfalls gehe von O das Loth Oo auf die Fläche der Ecliptick, welches die Linie $\text{ſ}\eta$ ſchneiden wird; und $\eta o : GO = \text{ſ}\eta : SG$, folglich; $\eta o = GO\ \text{coſ.}\ G\text{ſ}\eta$. Da nun $\zeta o\theta$ die auf der Ecliptick entworfene Chorda der Laufbahn iſt, und da, $\theta o : \zeta o = HO : FO = \beta : \alpha$, ſo muß durch den Punkt O. die Linie $\zeta o\theta$ zwiſchen den Schenkeln $m\zeta$ und $n\theta$ alſo gezogen werden, daß $\zeta o : \theta o = \alpha : \beta$. Um dieſes zu bewirken, nehme man in der verlängerten $\text{ſ}\eta$, die Linie oi dergeſtalten, daß, $lo : oi = \alpha : \beta$, und durch i werden θi parallel mit $m\zeta$ gezogen, der Punkt θ, wo ſich θi und $n\theta$ ſchneiden,

giebt die geſuchte Lage der Chorda $\zeta o\theta$. Die Berechnung muß nun folgendermaßen angeſtellet werden, um die Punkte ζ und θ zu beſtimmen. Man ſetze den bekannten Winkel $s\eta M = \mu$ ſo iſt im Dreyecke $m\eta l$;

$$\sin.(G - F + \mu) : m\eta = \sin.(G - F) : \eta l = \sin.\mu : ml, \text{ folglich iſt,}$$

$$\eta l = \frac{\sin.(G-F)}{\sin.(G-F+\mu)}\, m\eta; \text{ und } ml = \frac{\sin.\mu}{\sin.(G-F+\mu)}\, m\eta; \text{ woraus, } lo$$

$= \eta l - \eta o$; und $oi = \frac{\beta}{\alpha}\, lo$, und $li = \frac{(\alpha+\beta)}{\alpha}\, lo = \lambda\theta$, wenn $\lambda\vartheta$ parallel mit li gezogen wird. Betrachten wir nun das Dreyeck $\theta k\lambda$, ſo iſt; $\sin.(H - F) : \lambda\theta = \sin.(G - F + \mu) : k\theta = \sin.(\mu - H + G) : k\lambda$, woraus, $k\theta = \frac{\sin.(\mu + G - F)}{\sin.(H - F)}\, \lambda\theta$; und $k\lambda = \frac{\sin.(\mu - H + G)}{\sin.(H - F)}\, \lambda\theta$; auf dieſe Art erkennet man die Punkte θ und λ. Ferners iſt $km = \frac{\sin.(H-G)}{\sin.(H-F)}\, mn$, und $nk = \frac{\sin.(G-F)}{\sin.(H-F)}$ mn; folglich $l\lambda = ml + km - k\lambda$. Endlich iſt, $\beta : \alpha = l\lambda : l\zeta$, alſo $l\zeta = \frac{\alpha}{\beta}$ $l\lambda$, welches den Punkt ζ giebt. Da nun im Dreyecke $\zeta k\vartheta$ die Seiten $k\zeta$; $k\theta$ ſamt dem Winkel $\zeta k\theta = H - F$ bekannt ſind, ſo findet ſich die Seite $\zeta\theta$ und der Winkel $k\zeta\theta$ woraus der Winkel $so\zeta = 180° - k\zeta\theta - \mu - G + F$, alſo iſt auch die Seite $\zeta\theta$, und ihre Lage gegeben. Weiters iſt aus den beobachteten Breiten $F\zeta = f\zeta$. tang. ζ und $H\theta = h\vartheta$ tang. ϑ, welches die Lage der Chorda FH zeigt. Man verlängere die Chorda HF. bis ſie in der Fläche der Ecliptick mit $\vartheta\zeta$ in N zuſammenſtoſſe, ſo wird SN der Ort ſeyn, wo die Cometen Bahn, und Ecliptick ſich ſchneiden, oder die Knotenlinie; und zwar in N der aufſteigende Knoten, wenn die Breiten nördlich ſind, und die Orte des Cometen, die in der Figur gezeichnete Lage heben. Dieſen Punkt zu finden, ſetze man:

$$H\vartheta - F\zeta : \zeta\vartheta = H\vartheta : \vartheta N, \text{ woraus}$$

$$\vartheta N = \frac{\zeta\vartheta}{H\vartheta - F\zeta}.\, H\vartheta; \text{ und } \frac{H\vartheta - F\zeta}{\zeta\vartheta} \text{ giebt die Tangente des Winkels } HN\vartheta.$$

In den Dreyeck SoN werden ſodann aus den Seiten so, No und dem Winkel $SoN = So\zeta$ die Winkel Nso, SNo ſamt der Seite SN gefunden. Wenn alſo der Winkel $Ns\eta + \eta sg$ von der Länge der Erde $= 6^s + g$ in der mittleren Beobachtung abgezogen wird, ſo bleibt die heliocentriſche Länge des Knotens N. Endlich falle aus o nach SN das Loth oP, und zieht man die Linie OP, ſo zeigt der Winkel OPo die Neigung der Cometen Bahn auf die Ecliptick; es iſt aber $oP = No \sin. SNo$; und $Oo = No.$ tang. $HN\vartheta$, folglich

$$\text{tang. } OPo = \frac{\text{tang. } HN\vartheta}{\sin. SNo} = \frac{H\vartheta - F\zeta}{\zeta\vartheta.\ \sin.\ SNo}.$$ Ferners iſt $\cos. SNH = \frac{NP}{NO} = \frac{NP.\ No}{No.\ NO} = \cos. SNo.\ \cos. HN\vartheta$. Letztlich findet man $NF = \frac{F\zeta}{\sin.\ HN\vartheta}$; und

HN=

$HN = \frac{H\vartheta}{\text{ſin. } HN\vartheta}$, auf dieſe Art, werden in der Fläche der Cometen Bahn SNFH, die Seiten SN; NF, und NH, ſammt den Winkel SNH gegeben, woraus die Winkel NSF, NSH, mit den Seiten SF, und SH leicht zu finden ſind; man kennet alſo zwo Entfernungen FS, HS des Cometen von der Sonne, ſammt dem Winkel FSH, und der Zeit $\alpha + \beta$, in welcher der Comet von F nach H gekommen iſt; woraus dann nach der vierten Aufgabe, die ganze Laufbahn beſtimmet wird.

1. Folgerung.

§. 48. Damit dieſe gemachte Berechnung genau zutreffe, müßen die Beobachtungen nahe auf einander folgen, und das Verhältniß $\alpha : \beta$ von der Gleichheit nicht ſehr entfernet ſeyn. Nebſt dieſen ſollen auch die Beobachtungen mit großer Sorgfalt angeſtellt werden, und die Entfernung des Cometen von der Erde, zur Zeit der mittleren Beobachtung von der wahren, ſo wenig als möglich iſt, abweichen.

2. Folgerung.

§. 49. Wenn die Länge des Cometen $g\eta$ bey der mittleren Beobachtung, in die Länge der Sonne $gſ$ fällt, dann wird der Winkel $ſ\eta g$ entweder dem Nichts gleich, oder er wird 180°., und in dieſem Falle würde die Berechnung nicht wenig verkürzet werden.

1. Zuſatz.

§. 50. Die Berechnung kann entweder, durch genaue Zeichnung der Figur auf großem Papiere geſchehen, oder welches ich vorziehe, durch trigonometriſche Calculn, damit alſo das letztere mit möglichſter Kürze geſchehen möge, wollen wir die ganze Behandlung hieherſetzen, auf daß man ſich deſſen mit mehr Bequemlichkeit, bey den Cometen Bahnen gebrauchen könne. Vor allen bemerke man, was aus den Beobachtungen gegeben iſt, nämlich:

die Zeit von der erſten zur zweyten Beobachtung $= \alpha$ Täge,
von der zweyten zur dritten —— $= \beta$ Täge; ferners

Beobachtung	Länge der ⊙	Entfern. der ⊙ von ♁	Länge des Comet.	Breite des Comet.
I.	f	$ſf$	F	ζ
II.	g	$ſg$	G	η
III.	h	$ſh$	H	θ

Hier-

Hieraus beſtimme man die Winkeln $fmg = \zeta m\eta = G - F.$
$gnh = \eta n\theta = H - G.$
$fkh = \zeta k\theta = H - F.$

Gleichfalls: $ſf\zeta = F - f$; $ſr\eta = G - f$; $ſs\theta = H - g$
$ſg\eta = G - g$; $ſp\zeta = F - g$; $ſq\eta = G - h.$
$ſh\theta = H - h$;

Dieſes giebt nun: $fm = \frac{\text{ſin. } ſr\eta}{\text{ſin. } fmg}\, ſf - \frac{\text{ſin. } ſg\eta}{\text{ſin. } fmg}\, ſg.$

$$gm = \frac{\text{ſin. } ſf\zeta}{\text{ſin. } fmg}\, ſf - \frac{\text{ſin. } ſp\zeta}{\text{ſin. } fmg}\, ſg.$$

$$gn = \frac{\text{ſin. } ſs\theta}{\text{ſin. } gnh}\, ſg - \frac{\text{ſin. } ſh\theta}{\text{ſin. } gnh}\, ſh.$$

$$hn = \frac{\text{ſin. } ſg\eta}{\text{ſin. } gnh}\, ſg - \frac{\text{ſin. } ſq\eta}{\text{ſin. } gnh}\, ſh.$$

woraus dann, $mn = gm - gn$; $mk = \frac{\text{ſin. } gnh}{\text{ſin. } fkh}\, mn$; und $nk = \frac{\text{ſin. } fmg}{\text{ſin. } fkh}\, mn.$ Es ſey nun in der zwoten Beobachtung, die Diſtanz des Cometen von der Erde $= r$, ſo iſt; $G\eta = r \text{ ſin. } \eta$; $g\eta = r \text{ coſ. } \eta$; $m\eta = g\eta - gm$; $n\eta = g\eta - gn.$ Ferners iſt auch $\text{tang. } \frac{1}{2}(g\eta ſ - gſ\eta) = \frac{gſ - g\eta}{gſ + g\eta} \text{ cot. } \frac{1}{2}ſg\eta$, woraus dann:

$g\eta ſ = \frac{1}{2}(g\eta ſ - gſ\eta) + 90 - \frac{1}{2}ſg\eta$; und $gſ\eta = 90 - \frac{1}{2}ſg\eta - \frac{1}{2}(g\eta ſ - gſ\eta)$ und

$$ſ\eta = \frac{\text{ſin. } ſg\eta}{\text{ſin. } g\eta ſ}\, ſg.$$

Weiters iſt: $\text{tang. } Gſ\eta = \frac{G\eta}{ſ\eta}$; und $ſG = \frac{G\eta}{\text{ſin. } Gſ\eta}.$ Man ſetze den Winkel 1774, $\frac{98''}{1000} = \tau$, daß $L\tau = 3{,}2489776$, und ſuche die Winkel $\alpha\tau$; $\beta\tau$, wenn $c = 100000$; ſo iſt: $GO = \frac{2c^3 \text{ ſin. } \alpha\tau \,.\, \text{ſin. } \beta\tau}{ſG^2 \,.\, \text{coſ. } (\beta - \alpha)\tau}$; und $\eta o = GO \text{ coſ. } Gſ\eta$; $ſo = ſ\eta - o\eta$; Ferners iſt der Winkel $\zeta lo = g\eta ſ + \zeta m\eta$; und $l\eta = \frac{\text{ſin. } \zeta m\eta}{\text{ſin. } \zeta lo} \,.\, m\eta$; und $ml = \frac{\text{ſin. } g\eta ſ}{\text{ſin. } \zeta lo}\, m\eta$; woraus dann $lo = l\eta - \eta o$, und aus dieſen: $\lambda\theta = \frac{\alpha + \beta}{\alpha}\, lo$; $k\theta = \frac{\text{ſin. } \zeta lo}{\text{ſin. } \zeta k\theta}\, \lambda\vartheta$; und (weil $k\vartheta\lambda = \zeta lo - \zeta k\vartheta$) ſo iſt $k\lambda = \frac{\text{ſin. } k\vartheta\lambda}{\text{ſin. } \zeta k\vartheta}\, \lambda\vartheta$; woraus $l\lambda = ml + km - k\lambda$;

$l\zeta = \frac{\alpha}{\beta} l\lambda$; $k\zeta = km + ml + l\zeta$; und $\text{tang.}\,\frac{1}{2}(k\vartheta\zeta - k\zeta\vartheta) = \frac{k\zeta - k\vartheta}{k\zeta + k\vartheta}\,\text{cot.}\,\frac{1}{2}\zeta k\vartheta$; wie auch $k\vartheta\zeta = 90 - \frac{1}{2}\zeta k\vartheta + \frac{1}{2}(k\vartheta\zeta - k\zeta\vartheta)$; $k\zeta\vartheta = 90 - \frac{1}{2}\zeta k\vartheta - \frac{1}{2}(k\vartheta\zeta - k\zeta\vartheta)$; endlich, $\vartheta\zeta = \frac{\text{ſin.}\,\zeta k\vartheta}{\text{ſin.}\,k\zeta\vartheta}.\,k\vartheta$; und $ſo\zeta = 190°.\,k\zeta\vartheta - \zeta lo$. Aus dieſen iſt ferners, $f\zeta = fm + ml + l\zeta$: $h\vartheta = hn + k\vartheta$; und $F\zeta = f\zeta\,\text{tang.}\,\zeta$; $H\vartheta = h\vartheta\,\text{tang.}\,\vartheta$; $\text{tang.}\,HN\vartheta = \frac{H\vartheta - F\zeta}{\zeta\vartheta}$; $\vartheta N = \frac{H\vartheta}{\text{tang.}\,HN\vartheta}$, und $\vartheta o = \frac{\beta}{\alpha + \beta}\zeta\vartheta$, wie auch $No = N\theta - \theta o$. Es iſt auch $\text{tang.}\,\frac{1}{2}(SNo - oSN) = \frac{oS - oN}{oS + oN}\,\text{cot.}\,\frac{1}{2}So\zeta$ und $SNo = 90 - \frac{1}{2}So\zeta + \frac{1}{2}(SNo - oSN)$; $oSN = 90 - \frac{1}{2}So\zeta - \frac{1}{2}(SNo - oSN)$, und $SN = \frac{\text{ſin.}\,So\zeta}{\text{ſin.}\,oSN}No$, woraus die heliocentriſche Länge des Knoten wird; $N = 6^s + g - gſ\eta - oſN$; und die Tangente der Neigung der Bahn auf die Ecliptik $= \frac{\text{tang.}\,HN\theta}{\text{ſin.}\,ſNo}$. Ferners iſt: $\text{coſ.}\,SNH = \text{coſ.}\,ſNo\,.\,\text{coſ.}\,HN\vartheta$, und $FN = \frac{F\zeta}{\text{ſin.}\,HN\theta}$; $HN = \frac{H\theta}{\text{ſin.}\,HN\theta}$. Endlich wird, $\text{tang.}\,\frac{1}{2}(NFS - NSF) = \frac{SN - NF}{SN + NF}\,\text{cot.}\,\frac{1}{2}SNH$; $NFS = 90 - \frac{1}{2}SNH + \frac{1}{2}(NFS - NSF)$; $NSF = 90 - \frac{1}{2}SNH - \frac{1}{2}(NFS - NSF)$ und $SF = \frac{\text{ſin.}\,SNH}{\text{ſin.}\,NFS}SN$; wie auch $\text{tang.}\,\frac{1}{2}(NHS - NSH) = \frac{SN - NH}{SN + NH}\,\text{cot.}\,\frac{1}{2}SNH$; woraus dann, $NHS = 90 - \frac{1}{2}SNH + \frac{1}{2}(NHS - NSH)$, und $NSH = 90 - \frac{1}{2}SNH - \frac{1}{2}(NHS - NSH)$; und $SH = \frac{\text{ſin.}\,SNH}{\text{ſin.}\,NHS}SN$; und $FSH = NSH - NSF$.

2. Zuſatz.

§. 51. Sind zwey Entfernungen FS; HS, ſammt dem Winkel FSH und der Zeit von den Beobachtungen $= \alpha + \beta$ bekannt; ſo wird die Laufbahn durch folgende Berechnung beſtimmet. Es ſey die Entfernung $FS = y$ die Zeit $\alpha + \beta = \tau$; die Entfernung $HS = z$, der Winkel $FSH = \varphi$, weil nun $m = 27{,}1989{,}735$, und $lm = 5{,}4345525139$, ſo iſt der Parameter $b = \left(\frac{y^2 z^2}{4m^2 \tau^2} + \frac{1}{3}\sqrt{yz}\right)\text{ſin.}^2\varphi$.

Wenn nun die Diſtanz von der Sonne im Perihelio $= a$, und die wahre Anomalie des Ortes F $= v$ ſo iſt tang. $v = \text{cot.}\ \varphi - \frac{(b - z)y}{(b - y)z \sin. \varphi}$ und $a = \frac{by \cos. v}{b - y + y \cos. v}$.

Man nehme tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(2a - b)}}{\sqrt{b}}$ tang $\frac{1}{2}v$, im Falle, daß $2a > b$, und die Bahn ellyptiſch wäre: ſo iſt die Zeit, in welcher der Comet vom Perihelio an den Ort F gelanget, in Tägen ausgedrückt $= \frac{a^3}{2m(2a - b)^{\frac{3}{2}}} \left(\omega - \frac{b - a}{a} \sin. \omega \right)$; ſollte aber $b < 2a$, und die Bahn eine Hyperbel ſeyn, ſo nehme man, tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(b - 2a)}}{\sqrt{b}}$ tang. $\frac{1}{2}v$, und die Zeit, in welcher der Comet vom Perihelio nach F kömmt, iſt in Tägen ausgedrückt $= \frac{a^3}{2m(b - a)^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{b - a}{a} \text{tang.}\ \omega - \text{L tang.}\ (45^\circ + \frac{1}{2}\omega) \right)$. Wäre aber die Laufbahn paraboliſch, oder wieche ſie nicht ſehr davon ab, ſo ſetze man tang. $\frac{1}{2}v = t$; und $\delta = 2a - b$; $n = \frac{\delta}{b} = \frac{2a - b}{b}$, ſo iſt die Zeit vom Perihelio bis auf F in Tägen $= \frac{a^2}{m\sqrt{b}} \left(t + \frac{1}{3}t^3 - \frac{2}{5}nt^5 + \frac{3}{7}n^2t^7 - \frac{4}{9}n^3t^9 \right.$
$\left. + \frac{3}{5}n^2t^5 - \frac{4}{7}n^3t^7 + \frac{5}{9}n^4t^9 \text{ \&c.} \right)$

Aus der bekannten Zeit alſo, wenn der Comet in F geſtanden hat, kann zugleich der Augenblick abgeleitet werden, wenn er durch das Perihelium gegangen iſt; und wenn von der wahren Anomalie v des Ortes F der Winkel FSN abgezogen wird, bleibt die Diſtanz des Knoten N vom Perihelio. Uebrigens ſcheinet dieſe Aufgabe wenig Nutzen zu haben, da es nie möglich iſt, die Parallaxe des Cometen ſo genau zu beſtimmen, als es hiezu nothwendig wäre, doch aber wird der Vortheil unſerer Auflöſung in folgender Aufgabe ſich klärer zeigen.

12. Aufgabe.

§. 52. Aus einigen Beobachtungen die wahre Bahn eines Cometen beſtimmen.

Auflöſung.

Durch Hülfe der Beobachtungen, aus welchen entweder deſſen Entfernung von den Fixſternen, oder die Mitagshöhen bekannt ſind, berechne man deſſen geocentriſche Länge, und

Breite, und bemerke bey jeder Beobachtung den Augenblick, wenn ſie iſt gemacht worden nach der mittleren Zeit. Aus dieſen ſo eingerichteten Orten wähle man drey, nicht ſehr von einander entfernte, ſo daß die Differenz der Zeiten beynahe in gleichem Verhältniße ſtehen, nehme in der mittleren Beobachtung die Entfernung des Cometen von der Erde für bekannt an, und beſtimme hieraus nach der dritten Aufgabe die Bahn deſſelben, welche wahr oder falſch ſeyn wird, je nachdem die angenommene Diſtanz mit der Wahrheit übereinkömmt. Man ſuche alſo eine vierte Beobachtung, welche von den drey vorhergehenden, sehr weit entfernet iſt, und berechne, mit der gefundenen Bahn, den geocentriſchen Ort des Cometen für die vierte Beobachtung, trift ſelber mit der Beobachtung überein, ſo ſind die Elementen richtig beſtimmt, und ſo im Gegentheil. Zu dieſem Ende nehme man zwey oder drey Diſtanzen für die mittlere Beobachtung an, berechne aus jeder die Laufbahn, und bemerke wohl, wie nahe jede derſelben, der vierten Beobachtung komme, ſollte nun gleich keine aus dieſen Bahnen, mit der wahren eintreffen, ſo läßt ſich doch hieraus abnehmen, welche der wahren am nächſten ſey, und ſo könnte die wirkliche Laufbahn auch durch bloſſes Interpoliren gefunden werden, wenn die Unterſchiede nicht ſehr beträchtlich wären; wären ſie aber ſehr groß, ſo läßt ſich doch leicht auf eine anders anzunehmende mittlere Diſtanz ſchlieſſen, und auf dieſe Art, nach widerholten vorigen Berechnungen endlich die Elementen der wahren Laufbahn mit möglicher Genauigkeit beſtimmen.

1. Folgerung.

§. 53. Weil die erſte Hypotheſe nur gemacht wird, um die wahre Laufbahn überhaupt zu erkennen, ſo darf die Berechnung nicht mit beſonderer Schärfe geführet werden, ſondern es iſt eine geometriſche Verzeichnung hiezu allerdings hinlänglich.

2. Folgerung.

§. 54. Auf gleiche Art, ließen ſich auch die Bahnen der Planeten unterſuchen, und durch vier Beobachtungen beſtimmen, da aber durch Beobachtungen ihre periodiſchen Zeiten und Knoten Linien leicht gefunden werden, ſo führet dieſes auf bequemere Methoden, als vorhergehende iſt, deren man ſich füglicher bedienen kann.

Zuſatz.

§. 55. Der Nutzen unſerer Methode wird ſich übrigens am beſten durch ein Beyſpiel erklären laßen, welches auch die Art zeigen wird, wie die Berechnung bequem zu führen iſt.

iſt. Zu dieſem Ende wähle ich den Cometen, welcher im Jahre 1680, und 1681 erſchienen iſt, und deſſen Beobachtungen ſowohl, als übrige Elementen mit größter Sorgfalt und Genauigkeit beſtimmet ſind. Da wir nun von ihm durch vier Monate richtige Beobachtungen haben, und ſeine Bahn ſelbſt durch die Sorgfalt der berühmten Männer **Newton** und **Halley** iſt berechnet worden, ſo ſollte es überflüßig ſcheinen, wenn ich eben dieſe Arbeit vornehme; — ich werde es aber doch nicht unterlaſſen, weil dadurch meine Methode nicht nur ſehr erleichtert, ſondern auch durch Uebereinſtimmung mit jenen kräftiger bewieſen wird. Die Beobachtungen führet **Newton** in den **mathematiſchen Anfangsgründen der natürlichen Weltweisheit** an, woraus ich ſelbe entlehnen werde.

Beobachtungen des Cometen von 1680 und 81, auf die mittlere Zeit, alten Styls, und den Meridian von Londen gebracht.

Jahr 1680.	T. h. ′	s Länge	Breite	
Monat Novemb.	16. 17. 10.	6. 8. 0.	0. 44.	ſüdlich
	17. 17. 10.	6. 12. 52.	1. 0.	
	18. 21. 44.	6. 18. 40.	1. 18.	
	19. 17. 10.	6. 22. 48.	1. 30.	
	20. 17.	6. 27. 52.	1. 45.	
	21. 17.	7. 2. 56.	1. 58.	
	23. 17. 15.	7. 12. 58.	2. 20.	
	24. 17. 30.	7. 17. 53.	2. 29.	
Decembr.	12. 4. 46. 0.	9. 6. 31. 21.	8. 26. 0.	nördlich.
	21. 6. 36. 59.	10. 5. 7. 38.	21. 45. 30.	
	24. 6. 17. 52.	10. 18. 49. 10.	25. 23. 24.	
	26. 5. 20. 44.	10. 28. 24. 6.	27. 0. 57.	
	29. 8. 3. 2.	11. 13. 11. 45.	28. 10. 5.	
	30. 8. 10. 26.	11. 17. 39. 5.	28. 11. 12.	
1681 Jänner.	5. 6. 1. 38.	0. 8. 49. 10.	26. 15. 26.	
	9. 7. 0. 53.	0. 18. 43. 18.	24. 12. 42.	
	10. 6. 6. 10.	0. 20. 40. 57.	23. 44. 0.	
	13. 7. 8. 55.	0. 25. 59. 34.	22. 17. 36.	
	25. 7. 58. 42.	1. 9. 35. 48.	17. 56. 54.	
	30. 8. 21. 53.	1. 13. 19. 36.	16. 40. 57.	
Febr.	2. 6. 34. 51.	1. 15. 13. 48.	16. 2. 2.	
	5. 7. 4. 41.	1. 16. 59. 52.	15. 27. 23.	
	25. 8. 41.	1. 26. 18. 17.	12. 46. 54.	
	27. 8. 26.	1. 27. 4. 24.	12. 36. 12.	
März.	1. 11. 10.	1. 27. 53. 6.	12. 24. 52.	
	2. 8. 10.	1. 28. 12. 27.	12. 20. 0.	
	5. 11. 39.	1. 29. 20. 51.	12. 3. 30.	
	9. 8. 38.	2. 0. 43. 3.	11. 45. 53.	

Berechnung der Laufbahn.

Man wähle ſich folgende drey im Jäner 1681 gemachte Beobachtungen.

Zeit. d h ′ ″	Länge der ⊙ s ° ′ ″	Entfer. ⊙ v. ♁	Länge des Comet. s	Breite des Comet.
5. 6. 1. 38.	9. 26. 22. 18.	98363,5.	0. 8. 49. 10.	26. 15. 26. N.
9. 7. 0. 53.	10. 0. 29. 2.	98407,0.	0. 18. 43. 18.	24. 12. 42.
13. 7. 8. 55.	10. 4. 33. 20.	98458,8.	0. 25. 59. 34.	22. 17. 36.

Hieraus iſt:

$\alpha = 4.\ 0.\ 59.\ 15. = 4{,}0411$; | $L\alpha = 0{,}6064996$ (d h ′ ″)

$\beta = 4.\ 0.\ 8.\ 2. = 4{,}0055$; | $L\beta = 0{,}6026567$

$\alpha + \beta = 8{,}0466$; $L(\alpha + \beta) = 0{,}9056124$, ferners:

s ° ′ ″	s ° ′ ″	° ′ ″
$f = 9.\ 26.\ 22.\ 18.$	$F = 0.\ 8.\ 49.\ 10.$	$\zeta = 26.\ 15.\ 26.$
$g = 10.\ 0.\ 29.\ 2.$	$G = 0.\ 18.\ 43.\ 18.$	$\eta = 24.\ 12.\ 42.$
$h = 10.\ 4.\ 33.\ 20.$	$H = 0.\ 25.\ 59.\ 34.$	$\theta = 22.\ 17.\ 36.$

(° ′ ″)

fmg = *ζmη* = G — F = 9. 54. 8.

gnh = *ηnθ* = H — G = 7. 16. 16.

fkh = *ζkθ* = H — F = 17. 10. 24.

ſfζ = F — *f* = 72. 16. 52.

ſgη = G — *g* = 78. 14. 16.

ſhθ = H — *h* = 81. 26. 14.

ſrη = G — *f* = 82. 21. 0.

ſpζ = F — *g* = 68. 20. 8.

ſsθ = H — *g* = 85. 30. 32.

ſqη = G — *h* = 74. 9. 58.

ſf = 98363,5	L. *ſf* = 49928340.
ſg = 98407,0	L. *ſg* = 49930260.
ſh = 98458,8	L. *ſh* = 49932545.

\+ L. ſf = + 4, 9928340
− L. ſin. fmg = − 9, 2354458

5, 7573882
L. ſin. ſrη = 9, 9961174
L. ſin. ſſζ = 9, 9792946

L (ſin. ſrη / ſin. fmg) ſf = 5, 7535056
L (ſin. ſſζ / ſin. fmg) ſf = 5, 7366828

L. ſg = 4, 9930260
L. ſin. fmg = 9, 2354458

5, 7575802
L. ſin. ſgη = 9, 9907836
L. ſin. ſpζ = 9, 9681848

L (ſin. ſgη / ſin. fmg) ſg = 5, 7483638
L (ſin. ſpζ / ſin. fmg) ſg = 5, 7257650

(ſin. ſrη / ſin. fmg) ſf = + 566898, 9
(ſin. fgη / ſin. fmg) . ſg = − 560226, 8

fm = 6672, 1

(ſin. ſſζ / ſin. fmg) ſf = + 545359, 4
(ſin. ſpζ / ſin. fmg) ſg = − 531820, 4

gm = 13539, 0
gn = 5875, 0

mn = 7664, 0

\+ L ſg = + 4, 9930260
− L ſin. gnh = − 9, 1023116

5, 8907144
L ſin. ſsθ = 9, 9986644
L ſin. ſgη = 9, 9907836

L (ſin. ſsθ / ſin. gnh) ſg = 5, 8893788
L (ſin. ſgη / ſin. gnh) ſg = 5, 8814980

L ſh = 4, 9932545
L ſin. gnh = 9, 1023116

5, 8909429
L ſin. ſhθ = 9, 9951318
L ſin. ſqη = 9, 9832008

L (ſin. ſhθ / ſin. gnh) ſh = 5, 8860747
L (ſin. ſqη / ſin. gnh) ſh = 5, 8741437

(ſin. ſsθ / ſin. gnh) ſg = + 775137, 7
(ſin. ſhθ / ſin. gnh) ſh = − 769262, 7

gn = 55875, 0

(ſin. ſgη / ſin. gnh) ſg = + 761198, 5
(ſin. ſqη / ſin. gnh) ſh = − 748417, 0

hn = 12781, 5

L mn = 3, 8844555
L ſin. fkh = 9, 4702096

4, 4142459

mk

mk	=	3285, 168
nk	=	4436, 666

L ſin. gnh	=	9, 1023116
L ſin. fmg	=	9, 2354458
L mK	=	3, 5165575
L nK	=	3, 6496917

Damit wir die Mühe erſpahren, den Werth von gG = r zu ſuchen, wollen wir ſelben aus der Theorie des Newton entlehnen, welcher für die Entfernung von der Sonne 110970 angiebt, woraus alſo Gg = 72747. Nehmen wir alſo ſtatt r dieſe zween Werthe 72700, und 72800, ſo giebt dieß folgende Rechnung.

Es ſey r	=	72700	72800
L r	=	4, 8615344	4, 8621314
addirt { L ſin. ν	=	9, 6128990	9, 6128990
addirt { L coſ. ν	=	9, 9600122	9, 9600122
L Gν	=	4, 4744334	4, 4750304
L gν	=	4, 8215466	4, 8221436
gν	=	66305, 05	66396, 26
fgν = 78°. 14′. 16″ gm	=	13539, 0	13539, 0
½ fgν = 39 . 7 . 8 gn	=	5857, 0	5857, 0
Complem. = 50°. 52 . 32″ mν	=	52766, 05	52857, 26
nν	=	60430, 05	60521, 26
fg	=	98407, 0	98407, 0
gν	=	66305, 05	66396, 26
fg + gν	=	164712, 05	164803, 26
fg — gν	=	32101, 95	32010, 74
L (fg — gν)	=	4, 5065314	4, 5052957
L (fg + gν)	=	5, 2167254	5, 2169658
		9, 2898060	9, 288 299
L tang. (90 — ½ fgν)	=	0, 0897890	10, 0897890
L tang. ½ (gνf — gfν)	=	9, 3795950	9, 3781189

$\frac{1}{2}(g\eta ſ - gſ\eta)$ =	13. 28. 38	13. 25. 59″
$(go - \frac{1}{2} ſg\eta)$ =	50. 52. 52	50. 52. 52
$g\eta ſ$ =	64. 21. 30	64. 18. 51
$gſ\eta$ =	37. 24. 14	37. 26. 53
zu L $ſg$ =	4, 9930260	4, 9930260
addiret L ſin. $ſg\eta$ =	9, 9907836	9, 9907836
	14, 8938096	14, 9838096
abgezogen L ſin. $g\eta ſ$ =	9, 9549744	9, 9548136
$lſ\eta$ =	5, 0288352	5, 0289960
L $g\eta$ =	4, 4744334	4, 4750304
L tang. $Gſ\eta$ =	9, 4455982	9, 4460344
$Gſ\eta$ =	15°. 35. 20	15. 36. 14
von L$G\eta$ =	4, 4744334	4, 4750304
abgezogen L ſin. $Gſ\eta$ =	9, 4293210	9, 4297284
LSG =	5, 0451124	5, 0453020
$l\tau$ =	3, 2489276	
$l\alpha$ =	0, 6064996	
$l\beta$ =	0, 6026567	
L$\alpha\tau$ =	3, 8554772	
L$\beta\tau$ =	3, 8516343	
$\alpha\tau$ =	7169″, 3 = 1°. 59′. 29″	
$\beta\tau$ =	7106 , 1 = 1 . 58 . 26	
$(\alpha-\beta)\tau$ =	63 , 2 = 1 . 3	
L ſin. $\alpha\tau$ =	8, 5409422	
L ſin. $\beta\tau$ =	8, 5371103	
L $2c^3$ =	15, 3010300	
	32, 3790825	
abgezogen L coſ. $(\alpha-\beta)\tau$ =	10, 0000000	
	12, 3790825	12, 3790825
abgezogen 2 L SG =	10, 0902248	10, 0906040

L GO =	2, 2888577	2, 2884785
addiret L coſ. G ſη =	9, 9837231	9, 9836924
L ηo =	2, 2725808	2, 2721709
ηo =	187, 32	187, 14
von ſη =	106864, 9	106904, 5
So =	106677, 6	106717, 4
der Winkel gηſ =	64. 24. 30″	64. 18. 51″
ζmη =	9. 54. 8	9. 54. 8
ζlo =	74. 15. 38	74. 12. 59
L mη =	4, 7223546	4, 7231046
abgezogen L ſin. ζlo =	9, 9834031	9, 9833086
	4, 7389515	4, 7397960
addiret. { L ſin. ζmη =	9, 2354458	9, 2354458
addiret. { L ſin. gηſ =	9, 9549744	9, 9548136
L lη =	3, 9743973	3, 9752418
L ml =	4, 6929259	4, 6946096
Folglich, lη =	9427, 52	9445, 87
abgezogen ηo =	187, 32	187, 14
lo =	9240, 20	9285, 73
L lo =	3, 9656814	3, 9665515
addiret, L $\frac{(\alpha+\beta)}{\alpha}$ =	0, 2991128	0, 2991128
ſo iſt: L λθ =	4, 2647942	4, 2656643
der Winkel ζlo =	74. 15. 38	74. 12. 59
abgezogen ζKθ =	17. 10. 24	17. 10. 24
Kθλ =	57. 5. 14	57. 2. 35
Lλθ =	4, 2647942	4, 2656643
abgezogen L ſin. ζKθ =	9, 4702096	9, 4702096
	4, 7945846	4, 7954547
addiret { L ſin. ζlo =	9, 9834031	9, 9833086
addiret { L ſin. Kθλ =	9, 9240200	9, 9238032

L Kθ =

L Kθ =	4, 7779877	4, 7787633
L Kλ =	4, 7186046	4, 7192579
ml =	49422, 63	49500, 50
km =	3285, 17	3285, 17
kl =	52707, 80	52785, 67
abgezogen kλ =	52312, 40	52391, 15
lλ =	395, 40	394, 52
L lλ =	2, 5970367	2, 5960690
addiret L $\frac{\alpha}{\beta}$ =	0, 0038429	0, 0038429
L lζ =	2, 6008796	2, 5999119
½ ζkθ =	8°. 35′. 12″	8°. 35′. 12″
90 — ½ ζkθ =	81°. 24′. 48″	81 . 24 . 48
kζ =	3285, 17	3285, 17
ml =	49422, 63	49500, 50
lζ =	398, 91	398, 02
kζ =	53106, 71	53183, 69
kθ =	59977, 42	60084, 63
kθ + kζ =	113084, 13	113268, 32
kθ — kζ =	6870, 71	6900, 94
L (kθ — kζ) =	3, 8370016	3, 8389082
L (kθ + kζ =	5, 0534016	5, 0541084
	8, 7836000	8, 7847998
L. tang. (90 — ½ ζkθ) =	10, 8210294	10, 8210294
	9, 6046294	9, 6058292
½ (kζθ — kθζ) =	21°. 55′. 7″	21°. 58′. 24″
½ (kζθ + kθζ) =	81°: 24′. 48″	81 . 24 . 48
kζθ =	103°. 19′. 55″	103°. 23′. 12″
kθζ =	59°. 29′. 41″	59 . 26′. 24
kζθ + ζlo =	177 . 35 . 33″	177 . 36′. 11
ſoζ =	2°. 24 . 27 .	2 . 23 . 49

Von L ſin. ζkθ =	9, 4702096	9, 4702096
abgezogen L ſin. kζθ =	9, 9881354	9, 9880368
	9, 4820742	9, 4821728
addiret L kθ =	4, 7779877	4, 7787633
L θζ =	4, 2600619	4, 2609361
fm =	6672, 1	6672, 1
ml =	49422, 6	49500, 5
lζ =	398, 9	398, 0
ſo iſt: fζ =	56493, 6	56570, 6
hn =	12781, 5	12781, 5
nk =	4463, 6	4463, 6
kϑ =	59977, 4	60084, 6
ſo wird: hϑ =	77222, 6	77329, 8
zu L fζ =	4, 7519993	4, 7525908
addiret den L tang. ζ =	9, 6931129	9, 6931129
L Fζ =	4, 4451122	4, 4457037
L hϑ =	4, 8877445	4, 8883470
addiret L tang. ϑ =	9, 6127775	9, 6127775
L Hϑ =	4, 5005220	4, 5011245
Alſo Hϑ =	31666, 8	31704
F ζ =	27868, 4	27906, 4
Hϑ — Fζ =	3792, 4	3798, 4
L (Hϑ — Fζ) =	3, 5789141	3, 5796007
abgezogen L. ζϑ =	4, 2600619	4, 2609361
L tang. HNϑ =	9, 3188522	9, 3186646
L. Hϑ =	4, 5005220	4, 5011245
L. Nϑ =	5, 1816698	5, 1824599
der Winkel HNϑ =	11°. 46′. 15″.	11°. 45′. 57″
Nϑ =	151939, 2	152215, 9

$L\,\zeta\theta =$	4, 2600619	4, 2609361
abgezogen $L\,\frac{\alpha+\beta}{\beta} =$	0, 3029557	0, 3029557
$L.\,\theta o =$	3, 9571062	3, 9579804
$\theta o =$	9059, 5	9077, 8
$No =$	142879, 7	143138, 1
$\frac{1}{2} So\zeta =$	1°. 12′. 13″, 5	1°. 11′. 54″, 5
$90 - \frac{1}{2} So\zeta =$	88. 47. 46″, 5	88. 48. 5, 5
$So =$	106677, 6	106717, 4
$No =$	142879, 7	143138, 4
$No + So =$	249557, 3	249855, 5
$No - So =$	36202, 1	36420, 7
von $L\,(No - So) =$	4, 5587338	4, 5613482
abgezogen $L\,(No = So) =$	5, 3971703	5, 3976889
	9, 16156,5	9, 1636583
addirt L tang. $(90 - \frac{1}{2} So\zeta) =$	11, 6775226	51, 6794316
L tang. $\frac{1}{2}(oSN - SNo) =$	10, 8390861	10, 8430899
$\frac{1}{2}(oSN - SNo) =$	81°. 45′. 29″, 5	81°. 49′. 58″
$\frac{1}{2}(oSN + SNo) =$	88°. 47. 46, 5	88. 48. 5″, 5
$oSN =$	170°. 33. 16″,	170°. 38. 3″ ½
$SNo =$	7. 2. 17″.	6. 58. 7″,5
von L ſin. $So\zeta =$	8, 6233157	8, 6214086
abgezogen L ſin. $oSN =$	9, 2151360	9, 2114815
	9, 4081297	9, 4099271
addirt $L.\,No =$	5, 1549705	5, 1557552
$L\ SN =$	4, 5631502	4, 5656823
der Winkel $gS\eta =$	37°. 24′. 14″	37°. 26′. 53″
addirt $oSN =$	5ˢ. 20°. 33. 16	5ˢ. 20. 38. 3
abgezogen,	6ˢ. 27°. 57. 30	6ˢ. 28. 4′. 56″
von $(6^s + g) =$	16. 0. 29. 2″.	16. 0. 29. 2.

Länge des ſteigenden Knoten =	9ˢ. 2°. 31′. 32″	9ˢ. 2°. 24′. 6″
L tang. HNθ =	9, 3188523	0, 3186645
abgezogen L ſin. SNo =	9, 0882372	9, 0839610
L tang. der Inclination =	10, 2306151	10, 2347035
Neigung der Bahn gegen die Ecliptik =	59°. 32′. 38″	59°. 46′. 45″
L. coſ. SNo =	9, 9967152	9, 9967798
addirt L. coſ. HNθ =	9, 9907700	9, 9907779
L. coſ. SNH =	9, 9874852	9, 9876577
Alſo iſt SNH =	13°. 41′. 19″	13°. 38′. 59
von { L. Fℨ =	4, 4451122	4, 4457037
{ L. Hθ =	4, 5005220	4, 5011245
abgezogen L ſin. HNθ =	9, 3096223	9, 3094424
L. FN =	5, 1354899	5, 1362613
L. HN =	5, 1908997	5, 1916821
$\frac{1}{2}$ SNH =	6°. 50′. 36$\frac{1}{2}$″	6°. 49′. 29″$\frac{1}{2}$
90° — $\frac{1}{2}$ SNH =	83. 9. 20$\frac{1}{2}$	83°. 10′. 30″$\frac{1}{2}$
SN =	36572, 12	36785, 97
NF =	136612, 3	136855, 2
NF + SN =	173184, 4	173641, 2
NF — SN =	100040, 2	100069, 2
von L. (NF — NS) =	5, 0001745	5, 0003004
abgezogen L. (NF + SN) =	5, 2385087	5, 2396528
	9, 7616658	9, 7606476
addirt L tang. (90 — $\frac{1}{2}$ SNH) =	10, 9207206	10, 9219679
L tang. $\frac{1}{2}$ (NSF — NFS) =	10, 6823864	10, 6826155
$\frac{1}{2}$ (NSF — NFS) =	78°. 15′. 42″, 5.	78°. 16′. 4″, 5
$\frac{1}{2}$ (NSF + NFS) =	83. 9. 12″, 5.	83. 10, 30, 5
NSF =	161°. 25′. 3″.	161°. 26′. 35″
NFS =	4. 53. 38″.	4. 54. 261$\frac{1}{6}$
von L ſin. SNH =	9, 3740724	9, 3728853
abgezogen L ſin. NFS =	8, 9310033	8, 9321860

	0, 4430690	0, 4406993
addirt L SN =	4, 5631502	4, 5656823
L. SF =	5, 0062193	5, 0063816
NH =	155202, 8	155482, 7
SN =	36572, 12	36785, 97
NH + SN =	191774, 9	192268, 7
NH — SN =	118630, 7	118696, 7
von L (NH — SN) =	5, 0741971	5, 0744387
abgezogen L (NH + SN) =	5, 2827918	5, 2839086
	9, 7914053	9, 7905301
addirt L tang. (90 — ½SNH) =	10, 9207206	10, 9219679
L tang. ½(NSH — NHS) =	10, 7121259	10, 7124980
½(NSH — NHS) =	79°. 1′. 9″ $\frac{1}{6}$	79°. 1′. 42″, ½
½(NSH + NHS) =	83. 9. 20″ ½	83. 10. 30″, ½
NSH =	162°. 10. 29″ $\frac{2}{3}$	162. 12. 13
NHS =	4. 8. 11 $\frac{1}{3}$	4. 8. 48
von L ſin. SNH =	9, 3740724	9, 3728853
abgezogen L ſin. NHS =	8, 8581311	8, 8591973
	0, 5159413	0, 5136880
addirt L. SN =	4, 5631502	4, 5656823
L. SH =	5, 0790915	5, 0793703
NSH =	162°. 10′. 29″ $\frac{2}{3}$	162°. 12′. 13″
NSF =	161. 25. 3.	161. 26. 35
FSH =	0°. 45′. 26″ $\frac{2}{3}$	0°. 45′. 38″
FS = y =	101442, 3	101480, 3
HS = z =	119175, 2	120052, 2
L. T =	0, 9056124	0, 9056124
φ =	0°. 45′. 26″ $\frac{2}{3}$	0. 45′. 38.
L ſin. φ =	8, 1211936	8, 1229950
L coſ. φ =	9, 9999635	9, 9999638

L.

L. cot. φ =	11, 8787699	11, 8769688
L. y =	5, 0062193	5, 0063816
L. z =	5, 0790915	5, 0793703
L. yz =	10, 0853108	10, 0857519
L. y^2z^2 =	20, 1706216	20, 1715038
L. 4 =	0, 6020600	
L. m^2 =	10, 8691050	
L. T^2 =	1, 8112248	
L. $4m^2T^2$ =	13, 2823898	13, 2823898
L. $\frac{y^2z^2}{4m^2T^2}$ =	6, 8882318	6, 8891140
addirt 2 L ſin. φ =	16, 2423872	16, 2459900
	3, 1306190	3, 1351040
Der erſtere Theil .... =	1350, 887	1364, 910
L. $\sqrt{yz}$ =	5, 0426554	5, 0428759
abgezogen L. 3 =	0, 4771213	0, 4771213
	4, 5655341	4, 5657546
addirt 2 L φ =	16, 2423872	16, 2459900
	0, 8079213	0, 8117446
der folgende Theil =	6,426	6,482
Alſo iſt b =	1357,313	1371,392
y =	101442,003	101480,003
z =	119975, 2	120052, 2
$(y - b)$ =	100085, 0	100108, 9
$(z - b)$ =	118617, 9	118680, 8
von L $(z - b)$ =	5, 0741502	5, 0743804
abgezogen L $(y - b)$ =	5, 0004690	5, 0004728
	0, 0737812	0, 0739076
addirt L $\frac{y}{z}$ =	9, 9271278	9, 9270113

	10, 0009090	10, 0009189
Abgezogen L. ſin. φ =	8, 1211936	8, 1229950
der Logarith. des folgenden Theils abgezogen ..	1, 8797154	1, 8779239
abgezogen dieſes..............	75, 80807	75, 49600
von cot. φ =	75, 64322	75, 33014
— tang. v =	0, 16485	0, 16586
Folglich iſt — v =	9°. 21′. 40″	9°. 25′. 4″
die wahre Anomalie von F, oder v =	170 . 38 . 20.	170. 34. 56.
abgezogen FSN =	161. 25. 3	161. 26. 35
Diſtanz des ☊ vom Perihelio =	9°. 13′. 17″.	9°. 8′. 21″
zu L. y =	5, 0062193 .	5, 0063816
addiret (L — coſ. v) =	9, 9941775 .	9, 9941065
L (— y coſ. v) =	5, 0003968	5, 0004881
addiret L. b =	3, 1326800	3, 1371615
L des Zählers =	8, 1330768	8, 1376496
— y coſ. v =	100091, 41	100112, 45
addiret (y — b) =	100085, 0	100108, 9
der Nenner =	200176, 4	200221, 3
L des Nenners =	5, 3014129	5, 3015103
L a =	2, 8316639	2, 8361393
Entfernung von der ☉ im Perihelio, a =	678, 628	685, 708
folglich 2a =	1357, 356	1371, 416
und b =	1357, 313	1371, 392
$\delta = 2a - b$ =	0, 043	0, 024

In beeden Fällen iſt alſo die Bahn des Cometen eine ſehr eccentriſche, und der Parabel nahe kommende Ellypſe;

von L δ =	(—2), 6334685	(—2), 3802112
abgezogen L b =	3, 1326800	3, 1371615
Die Characteriſtick um 10 vermindert L n =	5, 5007885	5, 2430498

$\frac{1}{2} v =$	85°. 19′. 10″.	85°. 17′. 28″
L. t =	1, 0868576	1, 0842248
n =	0, 0000316	0, 0000175
L. t^3 =	3, 2605728	3, 2526744
L. t^5 =	5, 4342880	5, 4211240
L. t^7 =	7, 6080032	7, 5895736
L. nt^5 =	0, 9350765	0, 6641737
L. $n^2 t^7$ =	(—2), 6095802	(—2), 0756730
t =	12, 21399	12, 14017
$\frac{1}{3} t^3$ =	607, 36750	596, 42150
$t + \frac{1}{3} t^3$ =	619, 58149	608, 5616
abgezogen	3, 4445	1, 8460
addiret	0, 0174	0, 0051
$t + \frac{1}{3} t^3 - \frac{2}{3} n t^5 + \frac{3}{7} n^2 t^7 - \&c.$ =	616, 1544	606, 7207
deſſen Logarithmus =	2, 7896895	2, 7829888
2 L a =	5, 6633278	5, 6722786
abgezogen L. $\sqrt{b}$ =	1, 5663400	1, 5685808
	4, 0969878	4, 1036978
abgezogen L m =	5, 4345525	5, 4345525
	8, 6624353	8, 6691473
addiret	2, 7896895	2, 7829888
	1, 4521248	1, 4521361
Täge vom Perihelio bis F =	28, 3221	28, 3228
oder =	28 T. 7 h. 43′. 50″	28 T. 7 h. 44′. 50″
Die Zeit in F iſt aber 1680. Decembr. =	36 T. 6 h. 1′. 38.	39. 9. 1′. 38
Alſo gieng der Comet durchs Perihel. 1680. Dec.	7 T. 22 h. 17′. 48″	7 T. 22 h. 16′. 48″
Entfern. im Perihelio von ☉ =	678, 678	685, 708
halbe Parameter =	1357, 313	1371, 392
Diſtanz des ☊ Knoten vom Perihelio =	9°. 13′. 17″	9°. 8′. 21″
Länge des ☊ Knoten =	9ˢ. 2°. 31′. 32″	9ˢ. 2°. 24′. 6″
Neigung der Bahn auf die Ecliptic =	59°. 32′. 38.	59°. 46′. 45

Man vergleiche nun dieſe zwo herausgebrachten Beſtimmungen, mit einer vierten Beobachtung; zum Beyſpiel mit der die im Jahre 1680 den 12ten Decembr. gemacht worden welche iſt:

J. 1680. Decembr; $12^{T}. 4^{h}. 46'. 0''$.
Länge des Cometen; = $9^{s}. 6^{\circ}. 31'. 21''$
Breite deſſelben = $8^{\circ}. 26'. 0''$
Länge der Sonne = $9^{s}. 1^{\circ}. 51. 23''$.
Entfernung der ⊙ von der ♁ = 98275 deſſen Logarith. = 4, 9924431

die vorgegebene Zeit, J. 1680

	T h ′ ″	T h ′ ″
Decembr.	12. 4. 46. 0	12. 4. 46. 0.
abgezogen die Zeit des Perihelium	7. 22. 17. 48	7. 22. 16. 48
die Zeit T =	4. 6. 28. 12	4. 6. 29. 12
In Tägen iſt: T =	4, 26958	4, 27027
L T =	0, 6303852	0, 6304553
addiret L m =	5, 4345525	5, 4345525
	6, 0649377	6, 0650078
abgezogen L $\frac{a^2}{\sqrt{b}}$ =	4, 0969878	4, 1036978
Nach der 7 Aufgabe iſt L n =	1, 9679499	1, 9613100
und n =	92, 88592	91, 47660
$\frac{1}{2} n$ =	46, 44296	45, 73830
alſo $\frac{3}{2} n$ =	139, 32888	137, 21490
L $\frac{3}{2} n$ =	2, 1440412	2, 1374012
2 L $\frac{3}{2} n$ =	4, 2880824	4, 2748024
$\frac{9}{4} n^2$ =	19413, 55	18827, 93
+ 1 =	19414, 55	18828, 93
L. $(\frac{9}{4} n^2 + 1)$ =	4, 2881271	4, 2748255
L. $\sqrt{(\frac{9}{4} n^2 + 1)}$ =	2, 1440636	2, 1374128
$\sqrt{(\frac{9}{4} n^2 + 1)}$ =	139, 3361	137, 2185
addiret $\frac{3}{2} n$ =	139, 3289	137, 2149

	278, 6650	274, 4334
$L\left(\frac{1}{2}n+\sqrt{\left(\frac{1}{4}n^2+t\right)}\right) =$	2, 4450823	2, 4384369
Logarith. des größern Theils =	0, 8150274	0, 8128123
Logarith. des kleinern Theils =	9, 1849725	9, 1871876
der größere Theil =	6, 531718	6, 498489
der kleinere Theil =	0, 153099	0, 153882
So iſt: θ =	6, 378619	6, 344607
L. θ =	0, 8047267	0, 8024047
$L\,\frac{2\delta}{b}$ =	(—5), 8018185	(—5), 5440797
$L\,\frac{2\delta\theta}{b}$ =	(—4), 6065452)	(—4), 3464844
$2\,L\,\theta$ =	1, 6094534	1, 6048094
$L.\,\frac{2\delta\theta^3}{b}$ =	(—2), 2159986	(—2), 9512938
	0, 4771213	0, 4771213
$L.\,\frac{2\delta}{3b}\theta^3$ =	(—3), 7388773	(—3), 4741725
B. tang. θ =	81°. 5′. 24″.	81°. 2′. 35″
oder auch =	291924″.	291755″
deſſen Logarithme =	5, 4652698	5, 4650183
werde addirt	4, 6855749	4, 6855749
	0, 1508447	0, 1505932
$L.\,\frac{2\delta}{b}$ =	(—5), 8018185	(—5), 5440799
$L.\,\frac{2\delta}{b}$ B. tang. θ =	(—5), 9526632	(—5), 6946729
θ =	6, 378619	6, 344607
Abgezogen $\frac{2\delta}{b}.\,\theta$ =	0, 000404	0, 000222

	6, 378215	6, 344385
addirt $\frac{2\delta}{3b}\,\theta^3$ =	0, 005481	0, 002980
$\frac{2\delta}{b}$ B. tang. θ =	0, 000089	0, 000049
t = tang. $\frac{1}{2}v$ =	6, 383785	6, 347414
L. tang $\frac{1}{2}v$ =	10, 8050782	10, 8025969
$\frac{1}{2}v$ =	81°. 5′. 50″.	81°. 2′. 49″.
und v =	162. 11. 40.	162. 5. 38.
b =	1357, 313	1371, 392
a =	678, 678	685, 708
$b - a$ =	678, 635	685, 684
L. $(b - a)$ =	2, 8316362	2, 8361240
L. a =	2, 8316639	2, 8361393
L. $\frac{(b-a)}{a}$ =	9, 9999723	9, 9999847
L. − coſ. v =	9, 9786825	9, 9784370
L. $(b - a)$ =	9, 9999723	9, 9999847
	9, 9786548	9, 9784217
$-\frac{b-a}{a}$ coſ. v =	0, 9525392	0, 9515284
Der Nenner =	0, 0479607	0, 0484715
Logarith. des Zählers = L. b =	3, 1326800	3, 1371615
Logarith. des Nenners =	8, 6808855	8, 6854865
L. y =	4, 4517945	4, 4516750
von v =	162°. 11′. 40″.	162°. 5′. 38″
abgez. die Diſtanz des ☊ vom Perihelio, =	9. 13. 17.	9. 8. 21
Entfernung des Cometen von Knoten =	152°. 58′. 23″.	152. 57. 17

Es ſey alſo in dem bey B rechtwinklichten Kugeldreyecke CNP (Fig. 6.), der aufſteigende Knoten N, die Ecliptik NP, und die Bahn des Cometen NC, ſo iſt:

NC =	152°. 58′. 23″	152°. 57′. 17″
der Winkel CNP =	59. 32. 38.	59. 46. 45
(ſin. CP = ſin. NC. ſin. N). L ſin. NC =	9, 6574473	9, 6577197
(tang. NP = coſ. N. tang. NC). L. ſin. N =	9, 9355161	9, 9365599
L. ſin. CP. =	9, 5929634	9, 5942796
heliocentriſche Breite CP =	23°. 3′. 39″.	23°. 8′. 6″
L. coſ. N. =	9, 7049036	9, 7018564
L. — tang. NC =	9, 7076705	9, 7080138
L. — tang. NP =	9, 4125741	9, 4098702
folglich NP =	165°. 30′. 10″.	165°. 35′. 20″,
oder NP =	5^s. 15°. 30′. 10.	5^s. 15°. 35′. 20″,
addirt die Länge des Knotens =	9^s. 2°. 31′. 32″.	9^s. 2°. 24′. 6″
heliocentriſche Länge =	2^s. 18°. 1′. 42″	2^s. 17°. 59′. 26″
Länge der Erde =	3^s. 1°. 51′. 23″.	3. 1. 51. 23
alſo der Winkel *c*ST =	13°. 49′. 41″	13°. 51′. 57″
CS*c* =	23°. 3′. 39″.	23°. 8′. 6″
L. *y* = L. CS =	4, 4517945	4, 4516750
addiret { L. ſin. CS*c* =	9, 5929634	9, 5942796
{ L. coſ. CS*c* =	9, 9638300	9, 9635903
L. C*c* =	4, 0447579	4, 0459546
L. S*c* =	4, 4156245	4, 4152653
addirt { L. ſin. *c*ST =	9, 3784143	9, 3795762
{ L. coſ. *c*ST =	9, 9872269	9, 9871565
L. *c*P =	3, 7940388	3, 7948415
L. SP =	4, 4028514	4, 4024218
SP =	25284, 32	25259, 32
von ST =	98275, 00	98275, 00
ſo iſt TP =	72990, 68	73015, 68
von L, *c*P =	3, 7940388	3, 7948415
abgezogen L. TP =	4, 8632675	4, 8634162

L. tang. STc =	8, 9307713	8, 9314253
STc =	4°. 52′. 24″	4°. 52′. 51″
addirt die Länge der Sonne =	9ˢ. 1°. 51. 23″	9ˢ. 1°. 51′. 23″
Die geocentriſche Länge des Cometen =	9ˢ. 6°. 43′. 47″	9ˢ. 6°. 44′. 14″
von L. TP =	4, 8632675	4, 8634162
abgezogen L. coſ. STc =	9, 9984272	9, 9984223
L. cT =	4, 8648403	4, 8649939
von L. Cc =	4, 0447579	4, 0459546
L. tang. CTc =	9, 1799176	9, 1809607
geocentriſche Breite =	8°. 36′. 18″	8°. 37′. 32″

Es nähert ſich alſo die erſte Hypotheſe, in welcher wir angenommen $r = 72700$ mehr der Wahrheit, als die zweyte, woraus zu ſchließen, daß r viel kleiner ſeyn müße, als wir geſetzet haben. Und zwar zeigen die Breiten an, daß r um 835, die Längen aber, daß r um 2763 müſſe vermindert werden, der mittlere Werth aus beyden wird alſo ſeyn $r = 72700 - 1800 = 70900$. Durch dieſe Hypotheſe wird die Bahn des Cometen der Ellypſe näher gebracht, und kennt man einmal die Elementen davon, ſo iſt leicht die periodiſche Zeit des Cometen zu beſtimmen. Da dieſe Unterſuchung von Wichtigkeit ſcheinet, ſo wollen wir ſie weiters vornehmen, und abermals dem r zween Werthe geben, zwiſchen welchen der wahre enthalten iſt. Es ſey nun:

r =	70000	72000
ſo iſt, L. r =	4, 8450980	4, 8573325
addirt { L. ſin. η =	9, 6128990	9, 6128990
addirt { L. coſ. η =	9, 9600122	9, 9600122
L. $G\eta$ =	4, 4579970	4, 4702315
L. $g\eta$ =	4, 8051102	4, 8173447

G η

gy =	63842, 5	65666, 6
gm =	13539, 0	13539, 0
gn =	5875, 0	5875, 0
my =	50303, 5	52127, 6
ny =	57967, 5	59791, 6
ſg =	98407, 0	98407, 0
gy =	63842, 5	65666, 6
ſg + gy =	162249, 5	164073, 6
ſg — gy =	34564, 5	32740, 4
L. (ſg — gy) =	4, 5386302	4, 5150840
L. (ſg + gy) =	5, 2101833	5, 2150387
	9, 3284469	9, 3000453
L. tang. (90 — ½ſgy =	10, 0897890	10, 0897890
L. tang. ½ (gyſ — gſy) =	9, 4182359	9, 3898343
½ (gyſ — gſy) =	14°. 40′. 46″	13°. 47′. 12″
½ (gyſ + gſy) =	50°. 52′. 52″	50°. 52. 52″.
gyſ =	65°. 33. 38″	64°. 40′. 4′
gſy =	36. 12. 6.	37. 5. 40
von L. ſg ſin. ſgy =	14, 9838096	14, 9838096
abgezogen L. ſin. gyſ =	9, 9592327	9, 9560926
L. ſy =	5, 0245769	5, 0277170
L. Gy =	4, 4579970	4, 4702315
L. tang. Gſy =	9, 4334201	9, 4425145
Gſy =	15°. 10′. 41″	15°. 29′. 2″
von L. Gy =	4, 4579970	4, 4702315
abgezogen L. ſin. Gſy =	9, 4180021	9, 4264582
L. ſG =	5, 0399949	5, 0437733
	12, 3790825	12, 3790825
abgezogen 2 L. ſG =	10, 0799898	10, 0875466
L. GO =	2, 2990927	2, 2915359
addirt L. coſ. Gſy =	9, 9845798	9, 9839443

L.

L. ηo =	2, 2836725	2, 2754802
Folglich ηo =	192, 164	188, 573
$ſ\eta$ =	105822, 22	106590, 12
S o =	105630, 06	106401, 55
die Winkel $g\eta ſ$ =	65°. 33′. 38″	64°. 40′. 4″
$\zeta m\eta$ =	9 . 54 . 8	9 . 54 . 8
ζlo =	75°. 27′. 46″.	74°. 34′. 12″.
von $lm\eta$ =	4, 7015982	4, 7170677
abgezogen L. ſin. ζlo =	9, 9858686	9, 9840573
	4, 7157296	4, 7330104
addiret { L. ſin. $\zeta m\eta$ =	9, 2354458	9, 2354458
addiret { L. ſin. $g\eta ſ$ =	9, 9592327	9, 9560926
L. $l\eta$ =	3, 9511754	3, 9684562
L. ml =	4, 6749623	4, 6891030
Alſo: $l\eta$ =	8936, 67	9299, 43
abgezogen ηo =	192, 16	188, 57
lo =	8744, 51	9110, 86
L. lo =	3, 9417355	3, 9595593
addirt L. $\frac{\alpha+\beta}{\alpha}$ =	0, 2991128	0, 2991128
L. $\lambda\,\theta$ =	4, 2408483	4, 2586721
vom Winkel ζlo =	75°. 27′. 46″	74°. 34′. 12″
abgezogen $\zeta k\theta$ =	17 . 10 . 24 .	17 . 10 . 24
$k\theta\lambda$ =	58 . 17 . 22	57°. 23 . 48
von $l\lambda\,\theta$ =	4, 2408483	4, 2586721
abgezogen L. ſin. $\zeta k\theta$ =	9, 4702096	9, 4702096
	4, 7706387	4, 7884625
addirt { L. ſin. ζlo =	9, 9858686	9, 9840573
addirt { L. ſin. $k\theta\lambda$ =	9, 92978[illegible]7	9, 9255293

L. $k\theta$ =	4, 7565073	4, 7725198
L. $k\lambda$ =	4, 7004224	4, 7139918
ml =	47311, 02	48876, 81
addirt km =	3285, 17	3285, 17
kl =	50596, 19	52161, 98
$k\lambda$ =	50167, 50	51759, 70
$l\lambda$ =	428, 69	402, 28
L. $l\lambda$ =	2, 6321433	2, 6045284
addirt L. $\frac{\alpha}{\beta}$ =	0, 0038429	0, 0038429
L. $l\zeta$ =	2, 6359862	2, 6083713
kl =	50596, 19	52161, 98
$l\zeta$ =	432, 50	405, 85
$k\zeta$ =	51028, 69	52567, 83
$k\theta$ =	57082, 07	59227, 02
$k\theta + k\zeta$ =	108110, 76	111794, 85
$k\theta - k\zeta$ =	6053, 38	6659, 19
L. $(k\theta - k\zeta)$ =	3, 7819979	3, 8234215
L. $(k\theta + k\zeta)$ =	5, 0338690	5, 0484219
	8, 7481289	8, 7749996
L. tang. $(90 - \frac{1}{2}\zeta k\theta)$ =	10, 8210294	10, 8210294
	9, 5691583	9, 5960290
$\frac{1}{2}(k\zeta\theta - k\theta\zeta)$ =	20°. 20′. 44″	21°. 31′. 42″,
$\frac{1}{2}(k\zeta\theta + k\theta\zeta)$ =	81 . 24 . 48.	81 . 24 . 48
$k\zeta\theta$ =	101°. 45 . 32.	102°. 56′. 30
$k\zeta\theta$ =	61°. 4. 4.	59 . 53 . 6
ζlo =	75 . 27 . 46.	74 . 34 . 12
$k\zeta\theta + \zeta lo$ =	1 7°. 13 . 18.	177 . 30 . 42.
$So\zeta$ =	2°. 46′. 42″,	2°. 29′. 18″
von L. ſin. $\zeta k\theta$ =	9, 4702096	9, 4702096
abgezogen L. ſin. $k\zeta\theta$ =	9, 9907889	9, 9888258

	9, 9794207	9, 4813838
addirt L. $k\theta$ =	4, 7565073	4, 7725198
L. $\vartheta\zeta$ =	4, 2359280	4, 2539036
fm =	6672, 1	6672, 1
ml =	47311, 0	48876, 8
$l\zeta$ =	432, 5	405, 8
So iſt: $f\zeta$ =	54415, 6	55954, 8
hk =	17245, 1	17245, 1
$k\theta$ =	57082, 1	59227, 0
und $h\theta$ =	74327, 2	76472, 1
L. $f\zeta$ =	4, 7357234	4, 7478373
L. tang. ζ =	9, 6931129	9, 6931129
L. F ζ =	4, 4288363	4, 4409502
L. $h\theta$ =	4, 8711478	4, 8835030
L. tang. θ =	9, 6127775	9, 6127775
L. Hθ =	4, 4839253	4, 4962805
So iſt: Hθ =	30473, 7	31353, 1
Fζ =	26843, 3	27602, 6
(Hθ — Fζ) =	3630, 4	3750, 5
L. (Hθ — Fζ) =	3, 5599545	3, 5740892
L. $\zeta\theta$ =	4, 2359280	4, 2539036
L. tang. HNθ =	9, 3240265	9, 3201856
L. Hθ =	4, 4839253	4, 4962805
L. Nϑ =	5, 1598988	5, 1760949
der Winkel HNθ =	11°. 54′. 28″	11°. 48′, 21″.
Nθ =	144510, 3	150001, 3
von L. $\zeta\vartheta$ =	4, 2359280	4, 2539036
abgezogen L. $\frac{\alpha+\beta}{\beta}$ =	0, 3029557	0, 3029557
L. ϑo =	3, 9329723	3, 9509479
θo =	8569, 83	8931, 98

No =	135940, 5	141069, 3
½ Soζ =	1°. 23′. 21″.	1°. 14′. 39″
90 — ½ Soζ =	88°. 36. 39.	88. 45. 21
So =	105630, 06	106401, 55
No =	135940, 5	141069, 3
So + No =	241570, 5	247470, 8
No — ſo =	30310, 5	34667, 8
L (No — ſo) =	4, 4815930	4, 5399263
L (No + ſo) =	5, 3830439	5, 3935239
	9, 0985491	9, 1464024
L. tang. (90 — ½ ſoζ) =	11, 6152831	11, 6631758
L. tang. ½ (oSN — SNo) =	10, 7138322	10, 8095782
½ (oſN — SNo) =	79°. 3′. 40″.	81°. 11′. 15″.
½ (oſN — SNo) =	88. 36. 39.	88. 45. 21
oſN =	167°. 40. 19.	169. 56. 36
SNo =	9. 32. 59.	10. 34. 6
von L ſin. ſoζ =	8, 6854914	8, 6376495
abgezogen L ſin. oſN =	9, 3294159	9, 2420989
	9, 3560755	9, 3955506
L. No =	5, 1333489	5, 1494324
L. SN =	4, 4894244	4, 5449830
der Winkel gſη =	36°. 12′. 6″	37°. 5′. 40″
oder	1^s. 6°. 12′. 6″.	1^s. 7°. 5. 40″
oſN =	5^s. 17. 40. 19″	5^s. 19°. 56. 36
	6^s. 23°. 52′. 25″	6. 27. 2. 16″
$6^s + g$ =	16. 0. 29. 2″	16. 0. 29. 2″
Länge des auffſteigenden Knoten	9^s. 6. 36′. 37″.	9^s. 3°. 26′. 46″
L. tang. HN♃ =	9, 3240265	9, 3201856
abgezogen L. ſin. SNo =	9, 2178555	9, 1196138
	10, 1041710	10, 2005718

Mei-

Neigung der Bahn gegen die Ecliptic =	51°. 48′. 24″.	51°. 47′. 2″
L. coſ. SNo =	9, 9939394	9, 9962000
addirt L. coſ. HNϑ =	9, 9905525	9, 9907146
L. coſ. SNH =	9, 9844919	9, 9869146
SNH =	15°. 13′. 15″.	13°. 59′. 40″.
von { L. Fζ =	4, 4288363	4, 4409502
von { L. Hϑ =	4, 4839253	4, 4962805
abgezogen L. ſin. HNϑ =	9, 3145790	9, 3109002
L. FN =	5, 1142573	5, 1300500
L. HN =	5, 1693463	5, 1853803
½ SNH =	7°. 36′. 37″½	6°. 59′. 50″.
90 — ½ SNH =	82. 23. 22″½	83. 0. 10″
SN =	30862, 02	35073, 82
NF =	130094, 03	134911, 87
SN + NF =	160956, 05	169985, 7
NF — SN =	99232, 01	99838, 05
L (NF — SN) =	4, 9966517	4, 9992961
L (NF + SN) =	5, 2067073	5, 2304124
	9, 7899444	9, 7688837
L. tang. (90 — ½ SNH) =	10, 8741495	10, 9110303
L tang. ½ (NSF — NFS) =	10, 6640939	10, 6799140
½ (NSF — NFS) =	77°. 36′. 18″,	78°. 11′. 48″
½ (NSF + NFS) =	82. 23. 22″½	83. 0. 10″.
NSF =	160. 9′. 41″.	161. 11. 58″
NFS =	4. 37. 4″.	4. 48. 22″.
L. ſin. SNH =	9, 4191955	9, 3835062
abgezogen L. ſin. NFS =	8, 9058404	8, 9231624
	0, 5133553	0, 4603438
L. SN =	4, 4894244	4, 5449830
L. SF =	5, 0027797	5, 0053268

NH =	147688, 39	153242, 89
SN =	30862, 02	35073, 82
(NH + SN) =	1785050, 41	188316, 71
(NH — SN) =	1168026, 37	118169, 07
L. (NH — SN) =	5, 0675410	5, 0725038
L. (NH + SN) =	5, 2517608	5, 2748889
	9, 8157802	9, 2976149
L. tang. (90 — ½ SNH) =	10, 4741495	10, 9110303
	10, 6899297	10, 7086452
½ (NSH — NHS) =	78°. 27′. 30″⅔	78°. 55′. 49″¼
½ (NSH + NHS) =	82. 23. 22½	83. 0. 10
NSH =	160°. 50. 53″⅙	161°. 56′. 9″¼
NSF =	160. 9. 41.	161. 11. 58
FSH =	0. 41′. 12″⅙	0. 44′. 11″¼
NHS =	3°. 55′. 52″.	4. 4. 11″
von L. ſin. SNH =	9, 4191955	9, 3835062
abgezogen L. ſin. NHS =	8, 8360518	8, 8510771
	0, 5831437	0, 5324291
L. SN =	4, 4894244	4, 5449830
L. SH =	5, 0725681	5, 0774121
FS = y =	100642, 1	101234, 1
HS = z =	118186, 6	119512, 2
φ =	0°. 41′. 12″, ⅙	0°. 44′. 11″¼
L. ſin. φ =	8, 0786123	8, 1090132
L. coſ. φ =	9, 9999688	9, 9999641
L. cot. φ =	11, 9213565	11, 8909509
L. y =	5, 0027797	5, 0053268
L. z =	5, 0725681	5, 0774121
L. yz =	10, 0753478	10, 0827389

L.

L. $y^2 z^2$ =	20, 1506956	20, 1654778
abgezogen	13, 2823898	13, 2823898
	6, 8683058	6, 8830880
addirt 2 L. ſin. φ =	16, 1572246	16, 2180264
	3, 0255304	3, 1011144
erſter Theil =	1060, 548	1262, 160
L. $\sqrt{yz}$ =	5, 0376739	5, 0413694
	0, 4771213	0, 4771213
	4, 5605526	4, 5642481
2 L. ſin. φ =	16, 1572246	16, 2180264
	0, 7177772	0, 7822745
folgender Theil =	5, 221	6, 057
alſo b =	1065, 769	1268, 217
y =	100642, 1	101234, 1
z =	118168, 6	119512, 2
$y - b$ =	99576, 4	99965, 9
$z - b$ =	117120, 9	118244, 0
von L. $(z - b)$ =	5, 0686344	5, 0727790
abgezogen L. $(y - b)$ =	4, 9981564	4, 9998519
	0, 0704780	0, 0729271
addirt L. $\frac{y}{z}$ =	9, 9302116	9, 9279147
	10, 0006896	10, 0008418
abgezogen L. ſin. φ =	8, 0786123	8, 1090132
	1, 9220773	1, 8918286
abzuziehen =	83, 57518	77, 95224
von cot. φ =	83, 43658	77, 79487
— tang. v =	0, 13860	0, 15737
wahre Anomalie von F = v =	172°. 6′. 32″.	171°. 3′. 24″.
abgezogen FSN =	160°. 9. 41″.	161°. 11′. 58″

Diſtanz

Diſtanz des Knoten vom Perihelio =	11°. 56′. 51″.	9°. 51′. 26″.
L. y =	5, 0027797	5, 0053268
addirt L — coſ. v =	9, 9958679	9, 9946878
L — y coſ. v =	4, 9986476	5, 0000146
addirt L. b =	3, 0276634	3, 1031935
Logarith. des Zählers =	8, 0263110	8, 1032081
— y coſ. v =	99689, 10	100003, 36
y — b =	99576, 4	99965, 9
der Nenner =	199262, 5	199969, 2
L. des Nenners =	5, 2994320	5, 3009631
L. a =	2, 7268790	2, 8022450
Diſtanz von ⊙ im Perihelio = a =	533, 1864	634, 1274
alſo $2a$ =	1066, 3728	1268, 4548
b =	1065, 769	1268, 217
$\delta = 2a - b$ =	0, 603	0, 237
L. δ =	9, 7803173	9, 3747483
L. b =	3, 0276634	3, 1031935
abezogen 10 von der Charakter. L. n =	6, 7526539	6, 2715548
$\frac{1}{2}$ v =	86°. 3′. 16″	85°. 31′. 42″.
L. t =	1, 1613272	1, 1067702
L. t^3 =	3, 4839816	3, 3203106
L. t^5 =	5, 8066360	5, 5338510
L. t^7 =	8, 1292904	7, 7473914
L. n^2 =	13, 5053078	12, 5431096
L. nt^5 =	2, 5592899	1, 8054058
L. n^2t^5 =	9, 3119438	8, 0769606
L. n^2t^7 =	1, 6345982	0, 2905010
L. n^3t^7 =	8, 3872521	6, 5620558
L. n^3t^9 =	9, 5485793	7, 6688260

t =	14, 4986	12, 7870
$\frac{1}{3}t^3$ =	1015, 9220	696, 9303
$\frac{2}{5}n^2t^5$ =	0, 1231	0, 0071
$\frac{2}{7}n^2t^7$ =	18, 4766	0, 8366
	1049, 0203	710, 5610
abgezogen $\frac{2}{5}n^3t^5$ =	144, 9940	25, 5544
	904, 0263	685, 0066
abgezogen $\frac{4}{7}n^3t^7$ =	0, 0139	0, 0002
$\frac{4}{9}n^3t^9$ =	0, 1572	0, 0020
$t+\frac{1}{3}t^3+$ &c. =	903, 8552	685, 0044
2 L. a =	5, 4537580	5, 6044900
L. $\sqrt{b}$ =	1, 5138317	1, 5515967
	3, 9399263	4, 0528933
L. m =	5, 4345525	5, 4345525
	8, 5053738	8, 6183408
addirt L. $(t+\frac{1}{3}t^3+$ &c.$)$ =	3, 9560989	2, 8356934
	1, 4614727	1, 4540342
Tage von Perihelio bis an F =	28, 9383	28, 4468
	T. h. ′. ″.	T. h. ′. ″.
oder =	28. 22. 31. 9.	28. 10. 43. 23.
	T. h. ′. ″.	
der Comet war in F 1680 Monath Dec. =	36. 6. 1, 38	36. 6. 1. 38
	T. h. ′. ″.	
Gieng durchs Perihelium, 1680 M. Dec. =	7. 7. 30. 29″	7. 19. 18′. 15″
periheliſche Diſtanz = a =	533, 1864	634, 2274
halbe Parameter = b =	1065, 769	1268, 217
Diſtanz des ☊ Knoten von Perihelio =	11°. 56′. 51″	9°. 51′. 26″
heliocentriſche Länge des ☊ Knoten =	9ˢ. 6°. 36. 37.	9ˢ. 3°. 26′. 46
Neigung auf die Ecliptik =	51°. 48. 24″.	57°. 47. 2″

Auf die nämliche Art werde der geocentriſche Ort des Cometen berechnet,

	T. h. ′. ″.	T. h. ′. ″.
für 1680, Monath Decembr.	12. 4. 46. 0.	12. 4. 46. 0
abgezogen die Zeit des Perihelium	7. 7, 30. 29.	7. 18. 19. 15

T =	$4^{T}.\ 21^{h}.\ 15'.\ 30''$	$4^{T}.\ 9^{h}.\ 27''.\ 45''$
in Zehntheilchen T =	$4^{T}.\ 8857$	$4^{T}.\ 3943$
(Aufgabe 8) L. $(2a - b)$ =	9, 7803173	9, 3747484
die Hälfte =	9, 8901586	9, 6873742
$\frac{3}{2}$ L. $(2a - b)$ =	9, 6704759	9, 0621225
L. T =	0, 6889268	0, 6428897
addirt =	11, 0500076	11, 0500076
	11, 4094103	10, 7550198
abgezogen 3 L a =	8, 1806370	8, 4067350
L u =	3, 2287733	2, 3482848
Folglich u =	1693″, 4	223″, 0
mittlere Anomalie = u =	0°. 28′. 13″.	0°. 3′. 43″
$b - a$ =	532, 583	633, 990
L. $(b - a)$ =	2, 7263872	2, 8020824
L. a =	2, 7268790	2, 8022450
L. $\frac{b-a}{a}$ =	9, 9995082	9, 9998374
Es ſeye ϱ =	21°. 30′. 0″	10°. 30′. 0″
L. ſin. ϱ =	9, 5640754	9, 2606330
addirt	5, 3139333	5, 3142625
L. $\frac{(b-a)}{a}$ ſin. ϱ =	4, 8780087	4, 5748955
$\frac{b-a}{a}$ ſin. ϱ =	75510″, 7	37574″, 7
addiret u	1693, 4	223, 0
	77204, 1	37797, 7
$u + \frac{b-a}{a}$ ſin. ϱ =	21°. 26′. 44″,	10°. 29′. 57″.
abgezogen ϱ =	21 . 30. 0.	10. 30. 0″

der

der Zähler = —	— 3′. 16″.	— 0′. 3″.
L. coſ. ϱ =	9, 9686779	9, 9926661
L. $\frac{(b-a)}{a}$ =	9, 9995082	9, 9998374
	9, 9681861	9, 9925035
$1 - \frac{(b-a)}{a}$ =	0, 070634	0, 017112
ſo iſt z =	— 46′. 15″.	— 2′. 55″.
und ω =	20°. 43′. 5″.	10°. 27′. 5″.
$\frac{1}{2}\omega$ =	10. 21. 32″ ½	5. 13. 32 ½
L. tang. $\frac{1}{2}\omega$ =	9, 2619149	8, 9612284
abgezogen L. $\frac{\sqrt{2a-b}}{b}$ =	8, 3763269	8, 1357774
L. tang. $\frac{1}{2}v$ =	10, 8856380	10, 8254510
Alſo $\frac{1}{2}v$ =	82°. 35′. 9″ ½	81°. 29′. 56″ ½
wahre Anomalie v =	165. 10. 19″	162. 59. 53.
L. — coſ. v =	9, 9852909	9, 9805920
L. $\frac{b-a}{a}$ =	9, 9995082	9, 9998374
	9, 9847991	9, 9804294
$-\frac{b-a}{a}$ coſ. v =	0, 965604	0, 955937
Nenner =	0, 034395	0, 044062
L. b =	3, 0276634	3, 1031935
Logarithmus des Nenners =	8, 5364953	8, 6440642
L. y =	4, 4911681	4, 4591293
von v =	165°. 10′. 10″.	162°. 59′. 53″.
Diſtanz des ☊ von Perihelium =	11. 56. 51	9. 51. 26″.
NC = Diſtanz des Comet von ☊ (Fig. 6) =	153. 13. 28″.	153. 8. 27″.
CNP =	51. 48. 24″	57. 47′. 2″.

L. ſin. NC =	9, 6536916	9, 6549454
L. ſin. N =	9, 8953998	5, 9273925
L. ſin. CP =	9, 5490914	9, 5823379
L. coſ. N =	9, 7911844	9, 7268202
L. — tang. NC =	9, 7029480	9, 7045221
L. — tang. NP =	9, 4941324	9, 4313423
heliocentriſche Breite CP =	20°. 44′. 12″.	22°. 28′. 21″.
NP =	162 . 40′. 22″.	164 . 53 . 28″
oder NP =	5ˢ. 12 . 40 . 22″.	5ˢ. 14 . 53 . 28″
addiret die Länge des ☊ =	9 . 6 . 36 . 37″.	9 . 3 . 26 . 46″
heliocentriſche Länge =	2ˢ. 19 . 16 . 59″	2ˢ. 18 . 20 . 14″.
Länge der Erde =	3 . 1 . 51′. 23″	3 . 1 . 51 . 23
der Winkel *c*ST =	12. 34. 24.	13 . 31 . 6
C*Sc* =	20. 44. 12.	22 . 28 . 21
L*y* = L. CS =	4, 4911681	4, 4591293
L. ſin. CS*c* =	9, 5490914	9, 5823379
L. coſ. CS*c* =	9, 9709127	9, 9657017
L. C*c* =	4, 0402595	4, 0414672
L. S*c* =	4, 4620808	4, 4248310
addiret { L. ſin. *c*ST =	9, 3378364	9, 3687698
addiret { L. coſ. *c*ST =	9, 9894579	9, 9877967
L. *c*P =	3, 7999172	4, 7936208
L. SP =	4, 4515387	4, 4126277
SP =	28283, 9	25859, 9
von ST =	98275, 0	98275, 0
TP =	69991, 0	72415, 0
von L. *c*P =	3, 7999172	3, 7936208
abgezogen L. TP =	4, 8450422	4, 8598285
L. tang. ST*c* =	8, 9548750	8, 9337923
ST*c* =	5°. 9′. 1″.	4°. 54 . 27″.
Länge der Sonne =	9ˢ. 1°. 51 . 23″.	9ˢ. 1°. 51′. 23″

geo-

geocentriſche Länge des Cometen =	9ˢ. 7°. 0′. 24″.	9ˢ. 6°. 45′. 50″
von L. TP =	4, 8450422	4, 8598285
abgezogen L. coſ. STc =	9, 9982431	9, 9984053
LcT =	4, 8467991	4, 8614232
L. Cc =	4, 0402595	4, 0414672
L. tang. CTc =	9, 1934604	9, 1800440
geocentriſche Breite =	8°. 52′. 24″.	8°. 36′. 27″.

Es erhellet alſo aus den beobachteten Längen und Breiten, daß der wahre Werth von *r* größer ſeye als 72000: durch vorhergehende Hypotheſe haben wir aber den Werth von *r* kleiner erhalten als 72700; und alle vier berechneten Längen, ſo wohl als Breiten ſind größer ausgefallen, als die Beobachtungen gaben; folglich iſt klar, daß wenn wir den Werth θ von *r* zwiſchen 72000 und 72700 annehmen, dieſes nothwendig die Längen und Breiten vermindern, und alſo der Wahrheit näher bringen müſſe. Es geben aber alle zwiſchen 72000, und 72700 enthaltenen Werthe von *r* beynahe gleiche Längen, und Breiten, ſo wird der kleinſte davon, dem mittleren Werthe 72350 entſprechen; welchen wir für den wahren Werth von *r* annehmen wollen, da es ſonſt ſchwer fallen würde ihn näher zu beſtimmen. Vergleichen wir nun dieſe zwo Hypotheſen mitſamm

Hypotheſe . . . . *r* . =	72000	72700
Durchgang durch das Perihelium 1680. Dec.	$7^{T}.\ 19^{h}.$ 18′. 15″	$7^{T}.\ 22^{h}.$ 17′. 48″.
Entfernung von ⊙ im Perihelio =	634, 227	678, 678
halbe Parameter =	1268, 217	1357, 313
Diſtanz des Knoten vom Perihelio =	9°. 51′. 26″.	9°. 13′. 17″.
heliocentriſche Länge des ☊ Knoten =	9ˢ. 3°. 26′. 46″.	9ˢ. 2°. 31. 32″.
Neigung der Bahn gegen die Ecliptik =	57°. 47′. 2″.	59°. 32′. 38″,

Nimmt man alſo aus dieſen verſchiedenen Beſtimmungen das Mittel, ſo erhält man folgende beynahe wahren Elementen des Cometen:

Die Zeit des Perihelium, 1680 Decemb.	$7^{T}.\ 20^{h}.\ 48'.\ 0''$
Entfernung von ⊙ im Perihelio =	656, 4525
halbe Parameter =	1312, 7650
Entfernung des aufſteig. Knoten vom Perih. =	9°. 32′. 21″
heliocentriſche Länge des ☊ Knoten =	9ˢ. 2°. 59′. 9″
Neigung gegen die Ecliptik =	58°. 39′. 50″

Dieſe Elementen ſind von jenen nicht ſehr unterſchieden, welche Newton und Halley gefunden haben, jener durch die geometriſche Zeichnung, dieſer aber durch Berechnung, jedoch

 ſo,

ſo, daß er eben jenen Ort der Knoten, jene Neigung der Bahn, und dieſelbe Zeit des Perihelium beybehielte, welche Newton angegeben hat, und beede betrachten die Laufbahn des Cometen als eine wahre Parabel. Da aber die bloſſe Zeichnung ſehr unſicher iſt, und Halley die meiſten hiedurch gefundenen Elemente beybehielt, ſo darf der Unterſchied zwiſchen meinen, und jenen Beſtimmungen niemand befremden, und vielmehr iſt merkwürdig, daß die Differenz nicht beträchtlicher ausgefallen iſt. Die Elemente des Newton ſind:

Die Zeit des Perihelium 1680. December.	8. 0. 4. (T h ′)
Entfernung von ☉ im Perihelio =	607, 5
halbe Parameter =	1215, 0
Entfernung des ☊ vom Perihelio =	9°. 20′. 0″.
Länge des ☊ Knoten =	9ˢ. 1°. 53′. 0″.
Neigung gegen die Ecliptik =	61°. 20′. 20″.

Die Bahn dieſes Cometen könnte auf weitere unten beſchriebene Art verbeſſert, und mit Hülfe vieler und genauer Beobachtungen zu jenen Grad der Vollkommenheit gebracht werden, daß ſich aus ſelben die groſſe Achſe der Bahn, und folglich auch die periodiſche Zeit angeben ließe. Dieſe Arbeit überlaſſe ich aber andern Liebhabern, und begnüge mich mit den herausgebrachten Elementen, aus welchen ich die periodiſche Zeit berechnen will:

Die Diſtanz im Perihelio von der Sonne = a =	656, 4525.
$2a$ =	1312, 9050
abgezogen b =	1312, 7650
ſo iſt $2a - b$ =	0, 1400
Es iſt aber L. a =	2, 8172032
folglich L. a^2 =	5, 6344064
abgezogen L ($2a - b$) =	9, 1461280
Logarithmus der halben Zwerchachſe =	6, 4882784
deſſen Hälfte addirt, =	3, 2441392
	9, 7324176
abgezogen L. $c\sqrt{c}$ =	-7, 5000000
	2, 2324176
die periodiſche Zeit iſt =	170, 77 Jahre.

Dieſer Comet ſoll alſo nach hundert ſiebenzig Jahren wieder an ſein Perihelium kommen, und obgleich der geringſte Unterſchied in dem Werthe von ($2a - b$), dieſe Zeit beträchtlich verändern könnte, ſo wird ſie doch nicht ſehr von der Wahrheit abweichen. Man könnte zwar einwenden, daß vor 170 Jahren dieſer Comet nicht iſt beobachtet worden, weder in Halleys Tafel ſich einer findet, deſſen Elemente mit dieſen zuſamm treffen, aber dieſe Einwendung erweiſet gegen die Richtigkeit der Berechnung nicht das geringſte; dann erſtens hängt die ſcheinbare Lage des Cometen ſehr viel von dem Orte der Erde in der Ecliptik ab, wenn ſich dieſe

nun an eben denen Zeichen befindet, welchen der Comet nahe iſt, ſo wird er in vollem Glanz geſehen werden, und die ſcheinbare Länge ſeines Schweifes, wird nicht nach deſſen wahrer Größe, ſondern in der Beziehung auf die Lage der Erde geſchäzet. Beydes traf bey dem Cometen des Jahres 1680 ein, welcher nicht allein dem Orte der Erde ſehr nahe kam, ſondern auch ſolch eine Richtung Cc (Fig. 8) ſeines Schweifes längſt der Erde T hatte, daß deſſen ſcheinbare Größe, oder der Winkel CTc außerordentlich groß geweſen iſt; ob er gleich wegen den ſehr kleinen Abſtand im Perihelio, einen größeren Schweif als die übrigen mag gehabt haben. Hieraus erhellet, wenn dieſer Comet künftig wieder zurückkehren, oder ſchon öfter an ſeinem Perihelio geweſen ſeyn ſollte, daß er jedesmal nach der veränderten Lage der Erde, anders müſſe geſehen werden, ſo daß man ihn für eben denſelben kaum würde erkennen können. Ferners iſt beſonders merkwürdig, daß dieſer ſehr große Himmelskörper, öfters zur Sonne zurückkehren kann, ohne doch von uns Erde Bewohnern entdeckt zu werden, dann er hat mit dem Cometen von 1742 dieſes gemein, daß er beynahe früher verſchwunden iſt, als ſeine Entfernung von der Erde, die Entfernung von der Sonne übertroffen hat. Da nun die Erde zu jener Zeit, wo der Comet zurückgekehrt iſt, ſo konnte geſtanden haben, daß er immer weiter von ihr entfernet war, als ſie von der Sonne, ſo war es unmöglich ihn zu beobachten; daher es nicht zu verwundern iſt, wenn dieſer Comet niemals noch iſt geſehen worden, ſo viel ſich wenigſtens aus den Beobachtungen ſchließen läßt. Hiedurch wird jenes beſtärkt, was ich vorhin gemuthmaſſet habe, daß nämlich kein Comet kann beobachtet werden, welcher nicht der Erde näher iſt, als die Sonne, und ſo könnten wohl viele Cometen, öfter um die Sonne ihre ordentliche Laufbahn beſchreiben, ohne von uns bemerkt zu werden. Vielleicht iſt alſo die Anzahl, der zu unſeren Sonnenſyſtem gehörenden Cometen größer, als wir vermuthen; ob aber auch jene Cometen manchmal ſichtbar ſind, welche zu dem Syſtem irgend eines Fixſternes gehören, will ich eben nicht behaupten, beſonders da ihre Entfernung in dieſem Falle mehr als tauſendmal größer ſeyn müßte, als jene iſt, in welcher ſich die Cometen unſers Sonnenſyſtems uns ſichtbar darſtellen.

Da übrigens die Cometen keine ungemein große Körper ſind, und ihr Lauf ſehr ſchnell iſt, wenn ſie am nächſten bey der Erde vorbeygehen, ſo kann ihre Wirkung auf dieſe nicht von großen Folgen ſeyn: ausgenommen ſie ſtünden in ihren Knoten, und ſchnitten daſelbſt die Bahn der Erde, wo dann aus der wechſelſeitigen Anziehung ſowohl, als auch dem Stoß gegen die Erde, die traurigſten Folgen zu befürchten wären. Daß ſie aber in gröſſeren Entfernungen die Bewegung der Erde kaum zu verwirren im Stande ſind, kömmt daher, weil die Kraft der Sonne, welche die Erde in ihrer Bahn erhält, ohne Vergleich größer iſt, als jede Kraft, die immer ein Comet haben könnte, und folglich dieſe, von jener ganz übertroffen, und vernichtet wird. Dieſes alles iſt jedoch nur von denen Kräften des Cometen zu verſtehen, deren Richtungen in der Fläche der Ecliptik liegen; wenn aber die Richtung ſenkrecht auf ſelbe wäre, ſo würde ſich die Sache ganz anders verhalten; dann da könnte die Kraft der Sonne ſie nicht aufheben, ſie würden alſo ungehindert wirken, und durch ihr Beſtreben die Erde Süd- oder Nordwärts zu verrücken, würden ſie ſelbe in eine andere Lage bringen. Dieſes Verrücken könnte die Achſe der Erde zwar nicht verändern, aber die Schiefe der Ecliptik, und die Lage der äquinoctial Punkte, würde dieſe Wirkung um ſo

mehr

mehr empfinden, je näher der Comet der Erde ſtünde, und je größer zu ſelber Zeit die Breite deſſelben wäre. Aus dieſen Gründen bin ich verſucht, die wandelbare Schiefe der Ecliptik, und die jetzt bemerkte Veränderung in der Länge, und Breite der Fixſterne, ganz allein der Wirkung der Cometen zuzuſchreiben, welcher Gedanke ſich aber leicht beweiſen, oder auch widerlegen ließe, wenn man auf die Schiefe der Ecliptik nach der Erſcheinung eines Cometen Acht haben wollte. Und zwar, wären die Aſtronomen zu erſuchen auf den Cometen des Jahres 1742 wohl zu merken, ob in der Schiefe der Ecliptik eine merkliche Veränderung zu dieſer Zeit ſich zugetragen hat, oder nicht. Ueberhaupt aber beſteht die Wirkung jener Cometen, die in ihrem Perigäo der Erde ſehr nahe kommen, und zugleich eine ſehr merkliche Breite haben in folgenden:

Wenn die Breite des Cometen nördlich iſt, und

Die Sonne im Widder	ſo werden die äquinoctial Punkte nicht verändert, die Schiefe der Ecliptik aber wird vermehret.
Die Sonne im Krebſe	ſo werden die äquinoctial Punkte fortgerückt, die Schiefe der Ecliptik bleibt unverändert.
Die Sonne in der Waage	ſo werden die äquinoktial Punkte nicht verändert, die Schiefe der Ecliptik aber wird vermindert.
Die Sonne im Steinbock	ſo gehen die äquinoctialpunkte zurück, die Schiefe der Ecliptik aber bleibt unverändert.

Wenn die Breite ſüdlich iſt, werden dieſe Wirkungen umgekehrt ſeyn.

Dieſe Veränderung der äquinoktialpunkte, muß von dem bekannten **Vorrücken der Nachtgleichen** wohl unterſchieden werden, welches nicht von der veränderten Schiefe der Ecliptik, ſondern von der veränderten Achſe der Erde ſelbſt herkömmt, die doch von Cometen nicht verrücket wird. Auch dieſe Art würde folglich, die von den Aſtronomen angenommene Regel: **daß die Nachtgleichen jährlich um 50″ zurücke gehen**, auch nicht geringe Ausnahme leiden. Daraus endlich, daß in den älteſten Zeiten die Schiefe der Ecliptik ſo ſehr iſt vermindert worden, iſt zu ſchlieſſen, daß mehrere Cometen entweder mit einer nördlichen Breite, da die Sonne in nördlichen Zeichen war, oder mit einer ſüdlichen Breite, da die Sonne in ſüdlichen Zeichen geweſen iſt, ſich der Erde mögen genahet, und daß ihre Kräften die Oberhand müßen behauptet haben.

Berech-

Berechnung
der Bahn des Cometen von 1744.

Die Beobachtungen, durch welche ich dieſe Bahn zu beſtimmen gedenke, ſind mir von Paris überſchicket worden, und da ſie mit vieler Sorgfalt gemacht ſcheinen, hielte ich ſie auf meine Methode ſehr anwendbar. Die erſte Beobachtung wurde zu Lauſanne in der Schweiß, ſchon den 13. Decembr. 1743. gemacht, und verdienet alſo eine vorzügliche Bemerkung, weil ſie die erſte aus allen iſt, die mir bekannt ſind. Auf den Pariſer Mittagskreiſe gebracht, lauten ſie alſo:

	ſcheinbare Zeit. (T. h. ′. ″.)	Länge des Cometen	Breite des Cometen nördlich
1743 Decemb.	13. 8. 1. 45.	♈. 28°. 26′. 13″.	15°. 11′. 0″.
1744 Jänner	3. 5. 27. 40.	14. 11. 10.	17. 32. 50.
Jänner	7. 5. 1. 43.	12. 3. 10.	17. 51. 30.
Jänner	18. 7. 2. 0.	♈. 6. 57. 15.	18. 37. 5.

Da ich zu meiner Berechnung drey Beobachtungen brauche, bey welchen die Unterſcheide der Zeiten nicht ſehr ungleich ſind, ſo wähle ich die erſte, zweyte, und vierte mit Auslaſſung der dritten, die der zweiten allzu nahe iſt; dann da der Comet in dieſer Zeit ſeine Länge nur wenig verändert hat, ſo iſt es beſſer etwas entfernte Beobachtungen zu nehmen. Man bringe ſie auf die **mittlere Zeit**, und berechne für ſelbe den Ort der Sonne, und ihre Diſtanz von der Erde, ſo iſt:

Beobachtung.	Berlin, mittlere Zeit (T. h.)	Länge des Cometen	Breite deſſelben
I.	1743 Decemb. 13. 8. 40′.	0ˢ. 28°. 26′. 13″	15°. 11′. 0.
II.	1744 Jänner. 3. 6. 17′.	0. 14. 11. 10	17. 32. 50.
III.	Jänner. 18. 7. 57.	0. 6. 57. 15	18. 37. 5
	Ort der Sonne	Logar. der Diſtanz.	
I.	8ˢ. 21°. 30′. 14″	4, 992903	
II.	9. 12. 48. 18″.	4, 992721	
III.	9. 28. 9. 37	4, 993032	

Die Zeit zwiſchen der erſten und zweyten Beobachtung iſt, 20ᵀ. 21ʰ. 37′.

zwiſchen der zweyten und dritten = 15ᵀ. 1ʰ. 40.

Man drücke Stunden und Minuten in Decimalen der Täge aus, um die Werthe von α und β zu erhalten, ſo iſt:

$\alpha = 20,\ 9008$	L. $\alpha = 1,\ 320136$
$\beta = 15,\ 0694$	L. $\beta = 1,\ 178096$

Es werde ſodann eine Figur, nach den Beobachtungen gezeichnet, in welcher (Fig. 9) die Tafel, der Ecliptik Fläche vorſtelle; die Sonne ſey in S die Erde in f; g; h zu Zeit der drey Beobachtungen; ferners die Länge des Cometen in der erſten Beobachtung $f\zeta$; in der zweyten $g\eta$, in der dritten $h\theta$; man ziehe nun dieſe Linien, davon die erſte und dritte ſich in k; die erſte und zweyte in m; die zweyte und dritte in q ſchneiden, ſo iſt:

L. $Sf = 4,\ 992903$	$Sf\zeta = 126^\circ.\ 55'.\ 59''$
L. $Sg = 4,\ 992721$	$Sg\eta = 91\ .\ 22'.\ 52''$
L. $Sh = 4,\ 993032$	$Sh\theta = 68\ .\ 47'.\ 38''$
$fSg = 21^\circ.\ 18'.\ 4''.$	$fk\theta = 21^\circ.\ 28'.\ 58''$
$gSh = 15\ .\ 21\ .\ 19.$	$fmg = 14\ .\ 15\ .\ 3$
$fSh = 36\ .\ 39\ .\ 23.$	$gqh = 7\ .\ 13\ .\ 55$

Wäre nun die wahre Entfernung des Cometen von der Erde zu Zeit der mitleren Beobachtung bekannt, ſo ließe ſich die Bahn des Cometen beſtimmen; in Ermanglung deſſen alſo, ſind verſchiedene Diſtanzen anzunehmen, und aus jeder iſt die entſprechende Bahn abzuleiten, damit erhelle, welche der Parabel am nächſten komme, weil doch dieſe krumme Linie mit der wahren Cometen Bahn am beſten eintriſt. Sollte man aber daran zweifeln, ſo müßte eine vierte von den drey erſtern ſehr entfernte Beobachtung zu Hilfe genommen, und aus den verſchiedentlich gefundenen Elementen der Ort zur Zeit der vierten Obſervation berechnet werden, damit ſich zeige, welche Hypotheſe damit am beſten übereinkomme. Zu dieſem Ende wählte ich die auf unſerer academiſchen Warte gemachte Beobachtung vom 18. Hornung, wo der Comet mit dem Sterne α in dem Flügel des Pegaſſus iſt verglichen worden, und woraus ich erhielt:

		Länge	Breite.	
M. Z. 1744. Hornung	18. 6. 43. (T. h. ,)	11s. 19°. 57. 0″	19°. 10′. 56″	N.
Die länge der Sonne war		10s. 29°. 30′. 40″		

Enfernung von der Erde Log. = 4, 995309.

Nach

Nach verſchiedenen Hypotheſen über die Enfernung des Cometen von der Erde zu Zeit der mittleren Beobachtung fand ich jene am genaueſten, welche zugleich die Parabel am nächſten vorſtellte. Anfangs war ich der Meynung, daß dieſer Comet wegen ſeines hellen Lichtes von uns nicht weit entfernet ſey, ſetzte alſo die geſuchte Entfernung auf 20000, und 30000, wenn die mittlere der Erden = 100000, welches aber eine ellyptiſche, dem Cirkel ſehr nahe kommende Laufbahn gab, alſo zu ſehr von der Wahrheit abwiche, die Diſtanz mußte folglich größer genommen werden, ich fand auch, daß die Laufbahn ſich nicht bevor in eine Hyperbel veränderte, als bis ich die Entfernung = 110000 geſetzt hatte; und daß die Diſtanz, welche der vierten Beobachtung Genüge leiſtete, zwiſchen 101000 und 106000 fiele; alſo die Entfernung des Cometen von der Erde wieder alles Vermuthen größer wurde als ich anfangs glaubte. Es war folglich dieſer Comet beynahe ſo weit von uns als die Sonne entfernet, und da deſſen ſcheinbarer Durchmeſſer beyläufig auf eine Minute geſchätzt wurde, ſo verhält ſich ſein wahrer Durchmeſſer zu dem der Erde faſt wie drey zu eines.

Es ſey nun der wahre Ort des Cometen zu Zeit der zweyten Beobachtung in G, von welchem ein Loth Gy auf die Ecliptik falle, und da die Entfernung Gg bekannt angenommen wird, weil der Winkel Ggy = 17°. 32′. 50″; ſo iſt: Gy = Gg. ſin. Ggy und gy = Gg coſ. Ggy; die zwey oben gemachte Hypotheſen geben nun folgende Berechnung:

		A.	B.
	Gg =	101000	106000
	L. Gg =	5, 004321	5, 025206
addirt	L. ſin. Ggy =	9, 479275	9, 479275
	L. coſ. Ggy =	9, 979306	9, 979306
	L. Gy =	4, 483596	4, 504581
	L. Gy =	4, 983627	5, 004612

Man ziehe nun aus der Sonne die Linie ſy, und weil im Dreyecke ſgy, die Seiten ſg; gy mit dem eingeſchloſſenen Winkel ſgy = 91°. 22′. 52″, bekannt iſt, ſo wird die Summe der übrigen Winkel ſeyn, 88°. 37′. 8″. und die Hälfte, = 44°. 18′. 34″. woraus jeder der zween übrigen Winkel leicht zu finden, woraus dann $ſy = \frac{ſg \text{ ſin. } ſgy}{\text{ſin. } ſyg}$.

	A.	B.
von L. ſg =	4, 992721	4, 992721
abgezogen L. gη =	4, 983627	5, 004612
L. tang. =	10, 009094	10, 011891
des Winkels	45°. 36'. ½"	45°. 47'. 3", 6
abgezogen	45°. 0 0.	45°. 0. 0
Reſt der Winkel	0. 36'. ½"	0. 47'. 3", 6
L. tang. =	8, 019943	8, 136401
L. tang. ½ Summe =	1, 989530	9, 989530
L. tang. ½ Differenz =	8, 009473	8, 125931
½ Differenz =	0°. 35'. 8"	0. 45'. 56"
½ Summe =	44. 18'. 34"	44. 18. 34"
ſηg =	44°. 53. 42".	43°. 32'. 38"
gſη =	43. 43. 26".	45. 4. 30
Ferners iſt L. ſg =	4, 992721	4, 992721
L. ſgη =	9, 999874	9, 999874
	4, 992595	4, 992595
abgezogen L. ſin. ſηg =	9, 848687	9, 838162
L. ſη =	5, 143908	5, 154433
ſη =	139287	142763

Da nun im rechtwinklichten Dreyecke Gηſ, die Seiten ſη; Gη gegeben ſind, ſo iſt:

$$\text{tang. } G\text{ſ}\eta = \frac{G\eta}{\text{ſ}\eta} \text{ und } G\text{ſ} = \frac{\text{ſ}\eta}{\text{coſ. } G\text{ſ}\eta}.$$

	A.	B.
von L. Gη =	4, 483596	4, 504581
abgezogen L. ſη =	5, 143908	5, 154433
L. tang. Gſη =	9, 339688	9, 350148
II Beobachtung heliocentriſche Breite Gſη =	12°. 19'. 55"	12°. 37'. 23".
abgezogen L. coſ. Gſη =	9, 989868	9, 989374
von L. ſη =	5, 143908	5, 154433
Diſtanz des Cometen von ☉; L. SG =	5, 154047	5, 165059

Es

Es ſeyen nun F und H die wahren Orte des Cometen, in der erſten, und dritten Beobachtung, und die gezogene Chorde FH ſchneide SG in O. Ich zeigte nun in vorhergehenden (§. 44.) daß GO $= \frac{2c^3 \text{ ſin. } \alpha\tau . \text{ ſin. } \beta\tau}{SG^2 . \text{ coſ. } (\alpha - \beta)\tau}$; wo τ die mittlere halbtägige Bewegung der Erde, 29′. 34″, 098 anzeiget, ſo daß $\tau = 1774, 098$, und L. τ = 3, 248977; folglich weil die Werthe der Buchſtaben α, β gegeben ſind, werden die Winkel $\alpha\tau$; $\beta\tau$ auf folgende Art gefunden:

L. τ =	3, 248977		
addirt L. α =	1, 320163		
addirt L. β =	1, 178096		
L. $\alpha\tau$ =	4, 569149		
L. $\beta\tau$ =	4, 427073		
Daher $\alpha\tau$ =	37080″	=	10°. 18′. 0″.
$\beta\tau$ =	26734″	=	7°. 25′. 34″.
$(\alpha - \beta)\tau$ =	10346″	=	2°. 52′. 26″.

Da nun c die mittlere Entfernung der Sonne von der Erde = 100000 gleich iſt, ſo wird der Werth des Pfeiles GO auf folgende Art beſtimmet:

	A.	B.
addirt L. ſin. $\alpha\tau$ =	9, 252373	
addirt L. ſin. $\beta\tau$ =	9, 111422	
	8, 363795	
abgezogen L. coſ. $(\alpha - \beta)\tau$ =	9, 999453	
	8, 364342	
addirt L. $2c^3$ =	15, 301030	
	13, 665372	13, 665372
abgezogen 2L. SG =	10, 308094	10, 330118
L. GO =	3, 357278	3, 335254
addirt L. coſ. GSη =	9, 989861	9, 989374
L. ηo =	3, 347139	3, 324628
daher ηo =	2224, 0	2112, 0
abgezogen von Sη =	139287, 0	142703, 0
bleibt So =	137063, 0	140591, 0

Wenn man nämlich aus dem Punkt O auf die Ecliptik das Loth *Oo* fällt. Ferners ſchneide die Linie *Sη* die übrigen Längen des Cometen in *μ* und *ν*, welche Punkte zu finden, in dem Dreyecke *ſſμ* gegeben ſind:

	A.	B.
L. *ſf* =	4, 992903	4, 992903
ſſμ =	126°. 55′. 59″	126°. 55′. 59″
deſſen Nebenwinkel =	53. 4′. 1″	53. 4′. 1″
von *gſη* =	43. 43′. 26″	45. 4′. 30″
abgezogen *fſg* =	21. 18′. 4″	21. 18′. 4″
abgezogen *fſμ* =	22. 25′. 22″	23. 46′. 26″
von *ſfk* =	53. 4′. 1″	53. 4. 1
bleibt *ſμf* =	30. 38. 39	29. 17. 35

Wegen allen bekannten Winkeln iſt alſo $f\mu = \frac{ſf.\ \text{ſin.}\ fſ\mu}{\text{ſin.}\ ſ\mu f}$.

	A.	B.
von L. *ſf* =	4, 992903	4, 992903
abgezogen L. ſin. *ſμf* =	9, 707318	9, 689554
	5, 285585	5, 303349
addirt { L. ſin. *fſμ* =	9, 581424	9, 605443
addirt { L. ſin. *ſfμ* =	9, 902730	9, 902730
L. *fμ* =	4, 867009	4, 908792
L. *ſμ* =	5, 188385	5, 206079
alſo *fμ* =	72622	81057
ſμ =	154282	160723
abgezogen *ſo* =	137063	140591
bleibt *oμ* =	17219	20132

Auf gleiche Weiſe findet man im Dreyecke *ſhν*:

	A.	B.
L. *ſh* =	4, 993032	4, 993032
ſhν =	68°. 47′. 38″	68°. 47′. 38″
der Nebenwinkel =	111. 12. 22″	111. 12. 22″
gſη =	43. 43. 26″	45. 4. 30″
addirt *gſh* =	15. 21. 19″	15. 21. 19″
hſν =	59. 4′. 45″	60. 25′. 49″
abgezogen vom äuſſeren =	111. 12. 22″	111. 12. 22″
bleibt *ſνh* =	52°. 7′. 37″	50°. 46′. 33″

Wegen

Wegen allen gegebenen Winkeln, und der Seite $ſh$, iſt $hv = \frac{ſh.\ \text{ſin.}\ hſv}{\text{ſin.}\ ſvh}$ und $ſv = \frac{ſh.\ \text{ſin.}\ ſhv}{\text{ſin.}\ ſvh}$. Alſo:

	A.	B.
von L. $ſh$ =	4, 993032	4, 993032
abgezogen L. ſin. $ſvh$ =	9, 897282	9, 889121
	5, 095750	5, 103911
addirt { L. ſin. $hſv$ =	9, 933425	9, 939397
addirt { L. ſin. $ſhv$ =	9, 969548	9, 969548
L. hv =	5, 029175	5, 043308
L. $ſv$ =	5, 065298	5, 073459
alſo hv =	106949,	110486
$ſv$ =	116225,	118429
abgezogen von $ſo$ =	137063,	140591
bleibt ov =	20838	22162

Es muß nun durch den Punkt o die Linie $\zeta o\theta$ gezogen werden, deren Theile ζo und θo im Verhältniß der Zeiten $\alpha : \beta$ ſind. Man ziehe alſo ov bis nach i ſo daß $oi : vo = \alpha : \beta$ oder $oi = \frac{\alpha}{\beta} . ov$, alsdann ziehe man $i\zeta$ parallel mit hv, ſo iſt $\zeta o\theta$ die geſuchte gerade Linie.

zu L. ov =	4, 318856	4, 345609
addirt L $\alpha : \beta$ =	0, 142067	0, 142067
L. oi =	4, 460929	4, 487676
Alſo oi =	28902	30738
abgezogen $o\mu$ =	17219	20132
bleibt μi =	11683	10606

Im

Im Dreyecke $\mu\zeta i$ ſind alle Winkel mit der Seite μi gegeben:

	A.	B.
L. μi =	4, 067565	4, 025551
$\zeta\mu i$ =	30°. 38′. 39″.	29°. 17. 35″
$\mu\zeta i$ =	21. 28. 58.	21. 28. 58
180° — $\mu i\zeta$ =	52. 7. 37.	50. 46. 23

Es iſt alſo $\zeta\mu = \frac{\mu i \text{ ſin. } \mu i\zeta}{\text{ſin. } \mu\zeta i}$, und $\zeta i = \frac{\mu i. \text{ ſin. } \zeta\mu i}{\text{ſin. } \mu\zeta i}$

von L. μi =	4, 067565	4, 025551
abgezogen L. ſin. $\mu\zeta i$ =	9, 563743	9, 563743
	4, 503822	4, 461808
addirt L. ſin. $\mu i\zeta$ =	9, 897282	9, 889121
addirt L. ſin. $\zeta\mu i$ =	9, 707318	9, 689554
L. $\zeta\mu$ =	4, 401104	4, 350929
L. ζi =	4, 211140	4, 151362
alſo $\zeta\mu$ =	25183,	22435
addirt $f\mu$ =	73622,	81057
ſo iſt $f\zeta$ =	98805,	103492

Im Dreyecke $oi\zeta$ ſind zwey Seiten, mit dem eingeſchloſſenen Winkel $oi\zeta$ gegeben.

von L. oi =	4, 460923	4, 487676
abgezogen L. ζi =	4, 211140	4, 151362
L. tang. =	10, 249783	10, 336314
der Winkel =	60°. 38′. 13″.	65°. 15′. 38″
abgezogen.	45. 0.	45. 0
	15. 38. 13″.	20. 15. 38″
Summe der Winkel =	52. 7. 37.	50. 46. 33″
halbe Summe =	26. 3. 48″, 5	25. 23. 16, 5
L. tang. der halben Summe =	9, 689401	9, 676306
L. tang. des Winkels =	9, 447002	9, 566955

	A.	B.
L. tang. des halben Unterſcheids	9, 136403	9, 243261
halber Unterſcheid =	7°. 47′. 43″.	9°. 55′. 52″,
halbe Summe =	26. 6. 48″.	25. 23. 16
$o\zeta i$ =	33. 51. 61	35. 19. 8
ζoi =	18. 16. 5.	15. 27. 24

Es iſt ferners $o\zeta = \frac{oi \text{ ſin. } oi\zeta}{\text{ſin. } o\zeta i}$, folglich auch:

	A.	B.
zu L. oi =	4, 460923	4, 487676
addirt L. ſin. $oi\zeta$ =	9, 897282	9, 889121
	4, 358205	4, 376797
abgezogen L. ſin. $o\zeta i$ =	9, 145968	9, 762022
L. $o\zeta$ =	4, 612237	4, 614775

verlängert man alſo die Chorda $\theta\zeta$ in n verlängert, ſo iſt, weil $h\theta n = o\zeta i$; der Winkel $h\theta n$ = 33°. 51′. 31″ | 35°. 19′, 8″

Weiters, wegen ähnlichen Dreyecken $yo\theta$ und $io\zeta$, iſt; $\theta y = \frac{\beta}{\alpha}. \zeta i$ und $\theta o = \frac{\beta}{\alpha}. o\zeta$, daher:

	A.	B.
von L. ζi =	4, 211140	4, 151362
abgezogen L. $\alpha : \beta$ =	0, 142067	0, 142067
L. θv =	4, 069073	4, 009295
θv =	11724,	10216, 0
abgezogen von hv =	106949	110486
ſo iſt, $h\theta$ =	95225	100270
von L. $o\zeta$ =	4, 612237	4, 614775
abgezogen L $\alpha : \beta$ =	0, 142067	0, 142067
L. θo =	4, 740170	4, 472708
es iſt aber $o\zeta$ =	40948	41188
und $o\theta$ =	29524	29696
daher $\zeta\theta$ =	70472	70884

Aus den Punkten ʒ und θ ziehe man die Linien ſʒ; und ſθ, zu deren Beſtimmung werde nun das Dreyeck ſfʒ, in welchem, wegen der gegebenen Seiten ſf; fʒ und dem eingeſchloſſenen Winkel ſfʒ, das übrige folgendermaſſen gefunden wird:

	A.	B.
abgezogen L. ſf =	4, 992903	4, 992903
von L. fʒ =	4, 994779	5, 014906
L. der tang. =	10, 001876	10, 022003
der Winkel =	45°. 7′. 25″, 5	46°. 27′. 2″, 8
	45 . 0	45 . 0
	0. 7. 25″, 5	1°. 27′. 2″, 8
Summe der Winkel =	53. 4. 1.	53. 4. 1
halbe Summe =	26. 32. 0″, 5	26. 32′. 0″, 5
L. tang. der halben Summe =	9, 698371	9, 698371
L. tang. des Winkels =	7, 334519	8, 403571
L. tang. der halben Differenz =	7, 032890	8, 101942
halbe Differenz =	0°. 3′. 42″.	0. 43′. 28″
halbe Summe =	26. 32. 0.	26. 32. 0
fſʒ =	26. 35. 42″.	27. 15. 28″.
ſʒf =	26. 28′. 18″.	25. 48′. 32″.

Es iſt alſo $ſʒ = \frac{ſf \text{ ſin. } ſfʒ}{\text{ſin. } ſʒf}$, dahero dann

	A.	B.
L. ſf =	4, 992903	4, 992903
addirt L. ſfʒ =	9, 902730	9, 902730
	4, 895633	4, 895633
abgezogen L. ſin. ſʒf =	9, 649096	9, 638859
L. ſʒ =	5, 246537	5, 256774

Auf gleiche Art findet man im Dreyeck ſhθ aus den Seiten ſh; hθ und dem eingeſchloſſenen Winkel:

von

	A.	B.
von L. ſh =	4, 993032	4, 993032
abgezogen L. hθ =	4, 978751	5, 001171
L. der tang. =	10, 014281	10, 008139
der Winkel =	45°. 56'. 30'', 7	45°. 32'. 12'', 6
abgezogen	45°. 0	45°. 0
	0. 56'. 30'', 7	0, 32'. 12'', 6
Summe der Winkel =	111. 12. 22.	111. 12. 22
halbe Summe =	55. 36. 11.	55. 36. 11
L. tang. der Summe =	10, 164540	10, 164540
L. tang. des Winkels =	8, 131313	7, 971748
L. tang. der halben Differenz =	8, 295853	8, 136268
halbe Differenz =	1°. 7'. 56'',	0°. 47'. 3''
halbe Summe =	55. 36. 11''.	55. 36. 11''
hſθ =	54. 28. 15''	56. 23. 14''
ſθh =	56. 44. 7''.	54. 49'. 8''.

Da ferners ſθ = (ſh . ſin. ſhθ) / (ſin. ſθh), ſo iſt;

L. ſh =	4, 993032	4, 993032
addirt L. ſin. ſhθ =	9, 969548	9, 969548
	4, 962580	4, 962580
abgezogen L. ſin. ſθh =	9, 922281	9, 912399
L. ſθ =	5, 040299	5, 050181

Aus dieſem wird die heliocentriſche Länge des Cometen für die Zeit der drey Beobachtungen, folgendermaßen beſtimmet:

Da ſſζ =	26°. 35'. 42''.	27°. 15'. 28''
Länge der ☉ zur erſten Beobachtung =	2s. 21. 30. 14.	2s. 21°. 30'. 14''
heliocentriſche Länge des Cometen zur I. =	1s. 24°. 54'. 32''.	1s. 24°. 14. 46''
abgezogen ſſn =	1s. 13°. 43'. 26''.	1s. 15°. 4'. 30''
von der Länge der Erde zur II =	3s. 12. 48'. 18''.	3s. 12°. 48'. 18''

	A.	B.
II. heliocentriſche Länge des Cometen	1ˢ. 29°. 4′. 52″.	1ˢ. 27°. 43. 48″
ferners iſt $hf\vartheta$ =	1. 24. 28. 15	1. 26. 23. 14
Länge der Erde zur III. Beobachtung	3. 28. 9. 37.	3. 28. 9. 37
III. heliocentriſche Länge des Cometen =	2. 3. 41. 22.	2. 1. 46. 23.
$\zeta f\vartheta$ =	8. 46. 50	7. 31. 37

Da nun die Länge des Cometen von der erſten zur zweyten Beobachtung anwächſt, ſo iſt klar, daß der Lauf deſſelben **direct** geweſen iſt, ob er gleich von der Erde aus für **rückgehend** gehalten worden.

Ferners wird die Lage der Linie $\zeta\theta$ gegen die Linien $f\zeta$; $f\theta$ gefunden, wenn man $\zeta\theta$ nach n verlängert:

Da nun $h\vartheta n$ =	33°. 51′. 31″.	35°. 19′. 8″
abgezogen von $f\vartheta h$ =	56. 44. 7.	54. 49. 8
ſo iſt $f\vartheta n$ =	22. 52. 36″.	19. 30′. 0″
abgezogen von $\vartheta f\zeta$ =	8. 46. 50″.	7. 31. 37
ſo iſt $f\zeta n$ =	14. 5. 46″.	11. 58. 23″.

Aus den geocentriſchen Breiten findet man die Lothe $F\zeta$; $H\theta$, nebſt den wahren Entfernungen fF; Hh; von der Erde. Dann es iſt $F\zeta = f\zeta$ tang. der Breite, in der erſten Beobachtung; $Ff = \frac{fS}{\text{coſ. der Breite in der I. Beobachtung}}$; und $H\theta = h\theta$ tang. der Breite in der dritten Beobachtung; woraus $Hh = \frac{h\theta}{\text{coſ. der Breite in der dritten Beobacht.}}$;

L. $f\zeta$ =	3, 994779	5, 014906
L. tang. der Breite I	9, 433580	9, 433580
abgezogen L. Coſinus der Breite II	9, 984569	9, 984569
ſo iſt L. $F\zeta$ =	4, 428359	4, 448486
und L. Ff =	5, 010210	5, 030337
folglich $F\zeta$ =	26813	28085
I Diſtanz des Cometen von der Erde Ff =	102379	107235

L.

	A.	B.
L. $h\mathfrak{Z}$ =	4, 978751	5, 001171
addirt L. tang. der Breite III =	9, 527485	9, 527485
abgezogen L. coſ. der Breite III =	9, 976656	9, 976656
ſo iſt L. $H\mathfrak{Z}$ =	4, 506236	4, 529656
und L. Hh =	5, 002095	5, 024515
$H\mathfrak{Z}$ =	32080	33780
Hh =	100484	105807
Gg =	101000	106000

Sind nun die Lothe $H\mathfrak{Z}$ und $F\mathfrak{z}$ bekannt, ſo werde die Linie HF verlängert, bis ſie mit $\mathfrak{Z}\mathfrak{z}$ in N zuſammtrift, ſo iſt SN die Knoten Linie des Cometen; es iſt aber; $\frac{H\mathfrak{Z} - F\mathfrak{z}}{\mathfrak{z}\mathfrak{Z}}$ = tang. $HN\mathfrak{Z}$; und $\mathfrak{Z}N$ $\frac{H\mathfrak{Z}}{\text{tang. } HN\mathfrak{Z}}$: folglich:

von $H\mathfrak{Z}$ =	32080	33780
abgezogen $F\mathfrak{z}$ =	26813	28085
ſo iſt $H\mathfrak{Z} - F\mathfrak{z}$ =	5267	5695
L. $(H\mathfrak{Z} - F\mathfrak{z})$ =	3, 721563	3, 755494
abgezogen L. $\mathfrak{z}\mathfrak{Z}$ =	4, 848017	4, 850548
L. tang. $HN\mathfrak{Z}$ =	8, 873546	8, 904946
abgezogen von L. $H\mathfrak{Z}$ =	4, 506236	4, 528656
L. $\mathfrak{Z}N$ =	5, 632690	5, 623710

Man betrachte nun das Dreyeck $S\mathfrak{Z}N$, von welchem die Seiten $S\mathfrak{Z}$; $\mathfrak{Z}N$, ſamt den eingeſchloſſenen Winkel bekannt ſind, ſo wird der Winkel $\mathfrak{Z}SN$ gefunden, dann

von L. $\mathfrak{Z}N$ =	5, 632690	5, 623710
abgezogen L. $S\mathfrak{Z}$ =	5, 040299	5, 050181
L. der tang. =	10, 592391	10, 573529
der Winkel =	75°. 39′. 39″.	75°. 3′. 7″
abgezogen	45°.	45

	A.	B.
	30°. 39′. 39″	30°. 3′. 7″
Summe der Winkel Sℑn =	22. 52. 36.	19. 30. 0
halbe Summe =	11. 26. 18.	9. 45. 0
L. tang. der halben Summe =	9, 306063	9, 235102
L. tang. des Winkels =	9, 772930	9, 762348
L. tang. der halben Differenz =	9, 078993	8, 997450
halbe Differenz =	6°. 50′. 23″	5°. 40′. 38″
halbe Summe =	11. 26. 18.	9. 45. 0
ℑSN =	18°. 16′. 41″	15°. 25′. 38″
III heliocentriſche Länge des Punkts ℑ =	2ˢ. 3°. 41. 22.	2ˢ. 1°. 46′. 23″
Länge des Knoten ☊ =	1ˢ. 15°. 24′. 41″.	1ˢ. 16°. 20′. 45″

Man laſſe nun aus ℑ auf die Knoten Linie SN das Loth ℑP fallen, und ziehe PH, ſo iſt der Winkel HPℑ die Neigung der Bahn gegen die Ecliptik; ferners ℑP = Sℑ ſin. ℑSN und tang. HPℑ = $\frac{H\mathfrak{I}}{\mathfrak{I}P}$.

L. Sℑ =	5, 040299	5, 050181
addirt L. ſin. ℑSN =	9, 496415	9, 424905
L. ℑP =	4, 536714	4, 475086
L. Hℑ =	4, 506236	4, 528656
L. tang. HPℑ =	9, 969522	10, 053570
HPℑ =	42°. 59′. 28″	48°. 31′. 29″.
Neigung der Bahn =	42°. 59′. 28″.	48°. 31′. 29″

Beſtimmen wir nun jetzt auch die heliocentriſchen Breiten des Cometen, welche ſind: tang. FSℨ = $\frac{F\mathfrak{Z}}{S\mathfrak{Z}}$ und tang. HSℑ = $\frac{H\mathfrak{I}}{S\mathfrak{I}}$. Die Entfernung aber des Cometen von der Sonne ſind: SF = $\frac{S\mathfrak{Z}}{\text{coſ. } FS\mathfrak{Z}}$; und SH = $\frac{S\mathfrak{I}}{\text{coſ. } HS\mathfrak{I}}$.

von

	A.	B.
von L. F☊ =	4, 428359	4, 448485
abgezogen L. S☊ =	5, 246537	5, 256774
L. tang. FS☊ =	9, 181822	9, 191712
I. heliocentriſche Breite FS☊ =	8°. 38′. 32″.	8°. 50′. 18″
von L. S☊ =	5, 246537	5, 256774
abgezogen L. coſ. FS☊ =	9, 995040	9, 994813
I. Diſtanz von der Sonne L. SF =	5, 251497	5, 261961
von L. H♃ =	4, 506236	4, 528656
abgezogen L. S♃ =	5, 040299	5, 050181
L. tang. HS♃ =	9, 465937	9, 478475
III. heliocentriſche Breite HS♃ =	16°. 17′. 51″.	16°. 44′. 54″.
von L. S♃ =	5, 040299	5, 050181
abgezogen L. coſ. HS♃ =	9, 982188	9, 981175
III. Diſtanz von der Sonne L. SH =	5, 058111	5, 069006

Nun müſſen auch die heliocentriſche Weiten des Cometen von dem aufſteigenden Knoten, oder die Linie SN beſtimmet werden; denn es iſt; coſ. FSN = coſ. FS☊ . coſ. ☊SN; und coſ. HSN = coſ. HS♃ , coſ. ♃SN

	A.	B.
von ♃SN =	18°. 16′. 41″.	15°. 25′. 38″
abgezogen ♃S☊ =	8 . 46′. 50″.	7 . 31′. 37″
ſo bleibt ☊SM =	9 . 29. 57″	7 . 54. 1″
L. coſ. FS☊ =	9, 995040	9, 994813
L. coſ. ☊SN =	9, 994006	9, 995858

L. coſ.

	A.	B.
L. coſ. FSN =	9, 989046	9, 990671
FSN =	12°. 48′. 52″.	11°. 49′. 59″
L. coſ. HSϑ =	9, 982188	9, 981175
L. coſ. ϑSN =	9, 977516	9, 984063
L. coſ. HSN =	9, 959704	9, 965238
HSN =	24. 18. 6.	22. 37. 11
FSN =	12. 48. 52.	11. 49. 59
FSH =	11. 29. 14.	10. 47. 12.

Da wir alſo zween Punkte des Cometen F und H in der wahren Bahn kennen, deren Entfernungen von der Sonne S nebſt dem Winkel FSH gleichfalls bekannt ſind, ſo läßt ſich hieraus die Natur der Laufbahn beſtimmen; und weil SH > SF, ſo folgt, daß der Comet zur Zeit dieſer Beobachtungen dem Perihelio ſich genahet habe. Zu dieſem Ende ſey nun (Fig. 10.) AHF die wahre, um die in S ſtehende Sonne, beſchriebene Laufbahn, deren Scheitel in A iſt; die Diſtanz AS im Perihelio $= a$, der halbe Parameter BS $= b$, die wahre Anomalie ASH $= v$, man nehme die Entfernung, SH $= y$; SF $= z$ für bekannt an, ſamt den Winkel FSH $= \varphi$, und ſetze die Zeit, in welcher der Bogen FH durchloffen wird $= \tau$, ſo iſt $b = \frac{y^2 z^2}{4m^2 \tau^2}$ ſin.$^2 \varphi$ + $\frac{\sqrt{yz}}{3}$ ſin.$^2 \varphi$, allwo $m = 271989,735$; und $Lm = 5,4345525$; woraus L. $2m = 5,7355825$. Ferners ſey, tang. $v =$ cot. $\varphi - \frac{(z - b)\, y}{(y - b)\, z \text{ ſin. } \varphi}$, und $a = \frac{by \text{ coſ. } v}{b - y + y \text{ coſ. } v}$. Man ſetze: $\frac{2a - b}{b} = n$; tang. $\frac{1}{2}v = t$; ſo iſt die Zeit, in welcher der Comet von H zum Perihelium gelanget, im Falle einer Parabel:

$$\frac{aa}{n.\sqrt{b}} \left(t + \tfrac{1}{3} t^3 - \tfrac{2}{5} n t^5 + \tfrac{3}{7} n^2 t^7 - \tfrac{4}{9} n^3 t^9 + \&c. + \tfrac{3}{5} n^2 t^5 - \tfrac{4}{7} n^3 t^7 + \tfrac{5}{9} n^4 t^9 - \&c. \right)$$

in Tägen, und Decimalen.

Weil nun die Zeit der dritten Beobachtung, wo der Comet in H war, bekannt iſt, ſo kennet man auch hieraus den Augenblick des Perihelium:

Alſo

	A.	B.
Alſo iſt L. y =	5, 058111	5, 069006
L. z =	5, 251497	5, 261961
L. yz =	10, 306908	10, 330967
$T = \alpha + \beta$ =	35, 9702	
L. T =	1, 555941	
φ =	11°. 29′. 14″	10°. 47′. 12″
L. ſin. φ =	9, 299178	9, 272196
L. T^2 =	3, 111882	
L. 4 m^2 =	11, 471165	
L. 4 m^2 T^2 =	14, 583047	
L. y^2 z^2 =	20, 619216	20, 661934
addirt 2 L. ſin. φ =	8, 598356	8, 544392
	19, 217572	19, 206326
abgezogen L. 4 m^2 T^2 =	14, 583047	14, 583047
L. des erſten Theils =	4, 634525	4, 623279
L. $\sqrt{yz}$ =	5, 154804	5, 165484
addirt 2 L. ſin. φ =	8, 598356	8, 544392
	3, 753160	3, 709876
abgezogen L. 3 =	0, 477121,	0, 477121
L. des letzten Theils =	3, 276039	3, 232755
erſter Theil =	43105,	42003
letzter Theil =	1888	1709
b =	44993	43712
y =	114317	117221
z =	178442	182794

	A.	B.
$y - b =$	69324	73509
$z - b =$	133449	139082
von L. $(z - b) =$	5, 125316	5, 143270
abgezogen L. $(y - b) =$	4, 840884	4, 866341
	0, 284432	0, 276929
addirt L. $\frac{y}{z} =$	9, 806617	9, 807045
	0, 091046	0, 083974
abgezogen L. ſin. $\phi =$	9, 299178	9, 272196
	0, 791868	0, 811778
	6, 19253	6, 48303
cot. $\phi =$	4, 92077	5, 24883
— tang. $v =$	1, 27176	1, 23420
$180° - v =$	51°. 49′. 18″.	50°. 59′. 3″
$v =$	128 . 10′. 42″.	129 . 0 . 57
ASH =	4ˢ. 8°. 10′. 42″.	4ˢ. 9°. 0′. 57″.
addirt HSN =	24 . 18 . 6 .	22 . 37 . 11
Diſtanz des Perihel. vom Knoten, ☊ =	5ˢ. 2°. 28′. 48″	5ˢ. 1°. 38′, 8″
Diſtanz des ♈ von Perihelium =	27 . 31 . 12 .	28 . 21 . 52
L. — coſ. $v =$	9, 791067	9, 799021
L. $y =$	5, 058111	5, 069006
L. — y coſ. $v =$	4, 849178	4, 868027
addirt L. $b =$	4, 653145	4, 640601
L. — des Zählers =	9, 502323	9, 508628
— y coſ. $v =$	70661	73795
$y - b =$	69324	73509

—b

	A.	B.
$-b+y-y \cos. v =$	139985	144304
L. — des Nenners =	5. 146081	5, 168214
L. — des Zählers =	9, 502323	9, 508628
L. a =	4, 356242	4, 340414
a =	22711	21898
$2a$ =	45422	43796
b =	44993	43712
$2a-b$ =	492	84
L. $(2a-b)$ =	2, 632458	1, 924280
abgezogen L. b =	4, 653145	4, 640601
L. n =	7, 979313	7, 283679
L. a^2 =	8, 712484	8, 680828
L. $\sqrt{b}$ =	2, 326572	2, 320300
	6, 385912	6, 360528
abgezogen L. m =	5, 434553	5, 434553
L. $\frac{a^2}{m\sqrt{b}}$ =	0, 951359	0, 925975
Weil v =	128°. 10′. 42″.	129°. 0′. 57″
ſo iſt, $\frac{1}{2} v$ =	64. 5′. 21″.	64. 30′. 28″
L. t. =	0, 313536	0, 321655
L. t^2 =	0, 627072	0, 643310
L. t^3 =	0, 940608	0, 964965
L. t^5 =	1, 567680	1, 608275
L. t^7 =	2, 194752	2, 251585
L. t^9 =	2, 821824	2, 894895
L. $n t^5$ =	9, 546993	8, 891954
L. $n^2 t^5$ =	7, 526306	6, 175633

 L.

	A.	B.
L. $n^2 t^7$ =	8, 153378	6, 818943
L. $n^3 t^7$ =	6, 132691	4, 102622
L. $n^3 t^9$ =	6, 759763	4, 745932
Alſo iſt, t =	2, 05843	2, 09727
$+ \frac{1}{3} t^3$ =	2, 90728	3, 07499
	4, 96871	5, 17226
abgezogen $\frac{2}{5} nt^5 + \frac{3}{7} n^2 t^7 + \frac{4}{9} n^3 t^9$ =	0, 14126	0, 03119
	4, 82445	5, 14107
addirt $\frac{3}{5} n^2 t^5 + \frac{3}{7} n^2 t^7$ =	811	9
$t + \frac{1}{3} t^3$ =	4, 83256	5, 14116
L. $(t + \frac{1}{3} t^3)$ =	0, 684177	0, 711062
addirt L. $\frac{a^2}{m\sqrt{b}}$ =	0, 951359	0, 925975
L. der Zeit =	1, 635536	1, 637037
die Zeit =	43, 205	43, 355
oder =	43ᵀ. 4ʰ. 55′.	43ᵀ. 8ʰ. 31′.
die dritte Beobachtung im Jänner	18ᵀ. 7ʰ. 57′	18ᵀ. 7ʰ. 57′
der Comet im Perihelio im März	1ᵀ. 12ʰ. 52″	1ᵀ. 16ʰ. 28′.

Die Laufbahn alſo des Cometen, wird durch folgende ſechs Elementen beſtimmet:

Für Gg =	101000	106000
a =	22711	21898
L. a =	4, 356242	4, 340414
b =	44993	43712
und L. b =	4, 653145	4, 640601

1744.

	A.	B.
1744. Mittl. Zeit des Perihel. März	$1^{T}.\ 12^{h}.\ 52'$.	$1^{T}.\ 16^{h}.\ 28'$.
Diſtanz des Perihel von Knoten ☊ =	152°. 28′. 48″	151°. 38′. 8″
alſo die wahre Anomalie =	27 . 31 . 12.	28 . 21 . 52
heliocentr. Länge { des aufſteigend. Knoten	1^{s}. 15°. 24′. 41″.	1^{s}. 16°. 20′. 45″
heliocentr. Länge { des abnehmend. Knoten	7 . 15°. 24′. 41″.	7 . 16°. 20′. 45″
Neigung gegen die Ecliptic =	42°. 59′. 28″.	48°. 31′. 29″

Wir werden bald ſehen, daß die wahre Bahn des Cometen, zwiſchen dieſen zwar nicht ſehr unterſchiedenen Beſtimmungen enthalten iſt.

Man berechne alſo, nach beyden Elementen den Ort des Cometen für den 18ten Hornung, welche Zeit dem Augenblick des Perihelium vorgehet; und nenne den Unterſcheid zwiſchen der Beobachtung, und der Zeit des Perihelium = T, in Tägen und Decimalen ausgedrückt, ſo iſt:

	A.	B.
die Zeit des Perihel. März.	$1^{T}.\ 12^{h}.\ 52'$.	$1^{T}.\ 16.\ 28'$.
abgezogen Hornung	18. 6^{h}. 43′.	18. 6^{h}. 43′.
	$12^{T}.\ 6^{h}\ 9'$.	$12^{T}.\ 9^{h}.\ 45'$.
alſo iſt: T =	$12^{T}.\ 25^{h}.\ 62'$.	12^{h}. 40^{h}. 62′
L. T =	1, 088355	1, 093639

Es ſey die wahre Anomalie, für dieſe Zeit $= v$, und tang. $\frac{1}{2} v = t$; ſo iſt; T =

$$\frac{a^2}{m\sqrt{b}}\left(t + \frac{1}{3} t^3 - \frac{2}{5} n t^5 + \frac{3}{5} n^2 t^5 \text{ \&c.}\right)$$

Da nun die krumme Linie, von der Parabel nicht ſehr abweichet, ſo ſuche man aus der Tafel, für die parabeliſche Bewegung, den Werth von θ, ſo daß $\theta + \frac{1}{3}\theta^3 = \frac{m\sqrt{b}}{a^2}$ T = der paraboliſchen Area; aus dieſem Werthe iſt ſodann; $\theta + \frac{1}{3}\theta^3 = (t + \frac{1}{3} t^3 - \frac{2}{5} n\, t^5 + \frac{3}{7} n^2 t^7 - + \frac{3}{5} n^2 t^5 - \frac{4}{7} n^3 t^7 +)$ &c. oder, weil t von θ nicht viel unterſchieden iſt, ſetzen wir $t = \theta + q$, ſo iſt; $o = (q + \theta^2 q - \frac{2}{5} n \theta^5 + \frac{3}{7} n^2 \theta^7 - + \frac{3}{5} n^2 \theta^5 - \frac{4}{7} n^3 \theta^7 + \text{\&c.})$, und folglich:

$$q = \frac{(\frac{2}{5} - \frac{3}{5} n^2)\theta^5 - (\frac{3}{7} n^2 - \frac{4}{7} n^3)\theta^7 + (\frac{4}{9} n^3 - \frac{5}{9} n^4)\theta^9 -}{1 + \theta^2} \text{ \&c,}$$

Die Berechnung hievon, iſt nun folgende:

 von

	A.	B.
von LT =	1, 098355	1, 093639
abgezogen L. $\frac{a^2}{m\sqrt{b}}$ =	0, 951359	0, 925975
L. $(\theta + \frac{1}{3}\theta^3)$ =	0, 136996	0, 167664
Alſo 2 B tang. θ =	91°. 3′. 20″.	93°. 41′. 55″.
und B tang. θ =	45 . 31′. 40″.	46. 50. 57
L. θ =	0, 008001	0, 028052
L. θ^2 =	0, 016002	0, 056104
L. θ^5 =	0, 040005	0, 140260
L. n =	7, 979313	7, 283679
L. $n\vartheta^5$ =	8, 019318	7, 423939
L. $n^2\theta^5$ =	5, 998631	4, 708618
L. $n^2\theta^7$ =	6, 014633	4, 763722
L. $n^3\theta^7$ =	3, 977946	
$+ \frac{2}{5} n\theta^5$ =	0, 004182	0, 001062
$- \frac{3}{5} n^2\theta^5$ =	59	3
	0, 004123	0, 001059
$- \frac{3}{7} n^2\theta^7$ =	44	3
der Zähler =	0, 004079	0, 001056
θ^2 =	1, 037535	1, 137900
der Nenner $1 + \theta^2$ =	2, 037535	2, 137900
L. des Zählers =	7, 610554	7, 023664
L. des Nenners =	0, 309104	0, 329987
L. q =	7, 301450	6, 693677
q =	0, 002002	0, 000494
θ =	1, 018595	1, 066725
t =	1, 020597	1, 067219
Alſo $\frac{1}{2}v$ =	45. 35′. 2″.	46. 51′. 45″.
wahre Anomalie v =	91. 10′. 4″.	93. 43′. 30″.
Diſtanz des Perihel. vom auffteig. Knoten =	152. 28′. 48″.	151. 38′. 8″.
Diſtanz des Cometen von Knoten =	61°. 18′. 44″.	57°. 54′. 38″.

Die

Die Entfernung des Cometen von der Sonne, iſt ferners = $\frac{b}{1 + \frac{b - a}{a} \operatorname{coſ.} v}$

	A.	B.
alſo iſt b =	44993	43712
abgezogen a =	22711	21898
$b - a$ =	22282	21814
L. $(b - a)$ =	4, 347954	4, 338735
abgezogen L. a =	4, 356242	4, 340414
ſo iſt L. $\frac{(b - a)}{a}$ =	9, 991712	9, 998321
addirt L. — coſ. v =	8, 309196	8, 812697
L. $\frac{a - b}{a}$ coſ. v =	8, 300908	8, 811018
— $\frac{b + a}{a}$ coſ. v =	0, 019994	0, 064717
Nenner	0, 980005	0, 935282
L. b =	4, 653145	4, 640601
L. des Nenners =	9, 991228	9, 270942
L. der Diſtanz des Cometen von der ⊙ =	4, 661917	4, 669659

Wir müßen nun das Kugeldreyeck ☊ Cc (Fig. 11.) auflöſen, in welchem, C☊ die Entfernung des Cometen von aufſteigenden Knoten iſt, und der Winkel ☊ die Neigung gegen die Ecliptik vorſtellet. Es iſt aber ſin. Cc = ſin. ☊C. ſin. ☊ und tang. ☊c = tang. ☊C. coſ. ☊.

☊C =	61°. 18′. 44″.	57°. 54′. 38″.
☊ =	42°. 59′. 28″.	48°. 31′. 29″.
L. ſin. ☊C =	9, 943122	9, 927995
L. ſin. ☊ =	9, 833710	9, 874621
L. tang. ☊C =	9, 776832	9, 802616
L. coſ. ☊ =	10, 261847	10, 202702
L. tang. ☊c =	9, 864190	9, 821052
L. ſin. Cc =	10, 126037	10, 023754

Alſo

	A.	B.
Alſo die heliocentriſche Breite = Cc =	36°. 44′. 20″.	39°. 24′. 10″.
und ☊c =	1^s. 23°. 12′. 0″.	1^s. 16°. 34′. 0″.
addirt die Länge des ☊ =	1. 15. 24′. 41″.	1. 16. 20′. 45″.
heliocentriſche Länge { des Cometen =	3^s. 8°. 36′. 41″.	3. 2°. 54′. 45″.
heliocentriſche Länge { der Erde =	4. 29°. 30′. 40″.	1. 29°. 30′. 40″.
F. 12. Der Winkel TSc =	1^s. 20°. 53′. 59″.	1. 26°. 35′. 55″.
Summe der Winkel =	129°. 6′. 1″.	123°. 24′. 5″.
halbe Summe =	64°. 33′. 0″.	61°. 42′. 2″.
L. SC =	4, 661917	4, 669659
L. ſin. CSc =	9, 776824	9, 802615
L. coſ. CSc =	9, 903833	9, 888012
L. Cc =	4, 438741	4, 472274
L. Sc =	4, 565750	4, 557671
von L. ST =	4, 995309	4, 995309
L. tang. =	10, 429559	10, 437638
der Winkel =	69°. 35′. 57″.	69°. 56′. 42″.
abgezogen	45.	45
	24. 35′. 57″.	24°. 56′. 42″.
L. tang. =	9, 660692	9, 667583
L. tang. ½ Summe =	10, 322480	10, 268869
L. tang. ½ Differenz =	9, 983172	9, 936452
halbe Differenz =	43°. 53′. 25″.	40°. 49′. 25″.
halbe Summe =	64. 33′. 0.	61. 42. 2
der Winkel STc =	20°. 39′. 35″.	20. 52′. 37″.
addirt die Länge der Sonne =	10^s. 29°. 30′. 40″.	10^s. 29°. 30′. 40″.
geocentriſche Länge des Cometen =	11^s. 20°. 10′. 15″.	11^s. 23°. 20′. 17″.

Da nun die beobachtete Länge 11^s. 19°. 57′. 0″ geweſen iſt, ſo ſcheinet die wahre Bahn auſſer dieſen zwey gemachten Hypotheſen zu fallen, ſo, daß man ſetzen ſollte: Gg = 56000. Die Breite zu finden, iſt $Tz = \frac{Sc \text{ ſin. } TSc}{\text{ſin. } STc}$, alſo:

L. Sc

L. Sc =	4, 565750	4, 556771
abgezogen L. ſin. STc =	9, 547550	9, 551890
	5, 018200	5, 005781
addirt L. ſin. TSc =	9, 889887	9, 921600
L. Tc =	4, 908087	4, 927381
von L. Cc =	4, 438741	4, 472274
L. tang. der Breite =	9, 530654	9, 544893
geocentriſche Breite =	18°. 44′. 50″.	19°. 19′. 30″.

Die Beobachtung der Breite giebt 19°. 10′. 56″, und ſo ſollte die wahre Bahn, in obige Beſtimmungen fallen. Es ſcheinet aber, daß die Breite mehr Glauben verdienet, als die Länge; würden jedoch beyde als gleich genau angenommen, und die Fehler ebenmäßig vertheilet, ſo müßte man die Hypotheſe A für die wahre halten. Uebrigens haben die Fehler der Beobachtungen, einen ſehr großen Einfluß auf die Beſtimmung der Laufbahn, ſie mögen ſo klein, als immer möglich iſt angenommen werden, und dieſes iſt die einzige Urſache, warum die Cometen Bahn keine genauere Angebung zuläßt.

Unterdeſſen kann man doch ſicher behaupten, daß der Comet in einer ſehr eccentriſchen Ellypſe ſich bewege, woraus die Entfernung im Aphelio $= \frac{ab}{2a - b}$, und die halbe Zwerchachſe $= \frac{a^2}{2a - b} = e$.

	A.	B.
Alſo, von 2 La =	8, 714284	4, 680828
abgezogen L. $(2a - b)$ =	2, 632458	1, 924280
L. e =	6, 080026	6, 756548
L. $\sqrt{e}$ =	3, 040013	3, 378274
L. $e\sqrt{e}$ =	9, 120039	10, 134822
abgezogen L. $c\sqrt{c}$ =	7, 500000	7, 500000
	1, 620039	2, 634822
	J.	J.
die periodiſche Zeit wäre alſo	41, 69	431, 34

Dieſer Comet iſt der Sonne in ſeinem Perihelio näher gekommen, als Merkur in dem ſeinigen; dann in dieſem Falle iſt die Entfernung des letzteren von der Sonne = 30740; die Diſtanz des Cometen aber war 22000, folglich jene zu dieſer beynahe wie 7 zu 5.

Beſtimmen wir nun auch die Zeit, wenn der Comet durch den abſteigenden Knoten gegangen iſt; die entſprechende wahre Anomalie ſey:

Bayerische Staatsbibliothek München

	A.	B.
$v =$	27°. 31′. 12″.	28°. 21′. 52″.

Da aber $\frac{1}{2}$ v ſehr klein, kann man den Werth von $t + \frac{1}{3} t^3$, beynahe paraboliſch rechnen, und da iſt:

$L. (t + \frac{1}{3} t^3 + \&c.) =$	9, 397478	9, 411748
addirt $L. \frac{a^2}{m \sqrt{b}} =$	0, 951359	0, 925975
	0, 348837	0, 337723
Periodiſche Zeit in Tägen =	2, 2327	2, 1764
oder auch, =	$2^d. 5^h. 45'.$	$2^d. 4^h. 13'.$
addirt die Zeit des Perihel. März	$1^d. 12^h. 52'.$	$1^d. 16^h. 28'.$
der Com. gieng durch den abnehm. Kn. im März	$3^d. 18^h. 37'.$	$3^d. 20^h. 41'.$

Es iſt alſo der Comet, den 4ten März gegen Aufgang der Sonne, durch die Ecliptik auf der Mittag Seite gegangen, und ſeine Bewegung war ſo ſchnell, daß er binnen zween Tagen beynahe 30 Grade in ſeiner Bahn zurücke geleget hat. Die Zeit, wenn er durch den auffteigenden Knoten gegangen iſt, kann übrigens nicht ſo genau beſtimmet werden, weil der geringſte Fehler, wegen ſeiner allzu großen wahren Anomalie 151°. einen beträchtlich großen, in der Laufbahn hervorbringen würde; unterdeſſen läßt ſich aus der Hypotheſe B abnehmen, daß der Comet am 7ten Auguſt 1743 durch ſelben Knoten gegangen ſey.

Ob nun gleich die Laufbahn, durch dieſe Methode ziemlich genau iſt beſtimmt worden, ſo kann dieſes doch, durch eben die gebrauchten Beobachtungen noch viel genauer geſchehen, wenn man ſo verfährt, wie ich in den Miſcel. Berol. VII. Band die Anleitung gegeben habe, wo ich zeigte, wie eine ſchon beynahe bekannte Cometen Bahn durch die Beobachtungen zu verbeſſern ſeye. Setzen wir alſo eine, mit der wahren ziemlich eintreffende paraboliſche Laufbahn, welche dieſe vier Bedingniſſe hat:

	angenommene Laufbahn	wahre Laufbahn
Entfern. von ☉ in Perihel.	22000	$22000 - \alpha$
$b : a$	2 : 1	$2 - \frac{\beta}{10000} : 1$
Zeit des Perihelium	$1^{♉}. 6^h. 0'$	$1^{♉}. 6^h. \gamma'$
Diſtanz des Perihelium von ☊	151°.	151°. δ
heliocentriſche Länge des ☊ —	$1^s. 16°.$	$1^s. 16° - \varepsilon$
Neigung der Bahn	45°	$45° + \zeta$.

Um die Werthe der Linien α; β; γ; δ; ε; ζ; zu beſtimmen, mache ich ſechs Hypotheſen, deren jede in einem einzigen Stück von der angenommenen Cometen Bahn abweichet; dieſe Hypotheſen ſind:

Bayerische Staatsbibliothek München

Hypotheſe I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
22000	22000	22000	22000	22000	22000
2 : 1	2 : 1	2 : 1.	2 : 1	2 : 1	$2 - \frac{50}{10000}$: 1
T h	T h	T h	T h	T h	T h
1. 6.	1. 6.	1. 6.	1. 18	1. 6.	1. 6.
151°.	151°.	152°	151°.	151°.	151°
1ˢ. 16°.	1ˢ. 15°	1ˢ. 16°.	1ˢ. 16°.	1ˢ. 16°	1ˢ. 16°
50°	45°.	45°	45°.	45°.	45°.

Nach dieſem erwähle ich vier mit aller Achtſamkeit angeſtellte Beobachtungen, und berechne für die entſprechenden Zeiten, die zugehörigen Längen und Breiten des Cometen aus der angenommenen Laufbahn ſowohl, als aus den Hypotheſen; und aus den Unterſcheid einer jeden Hypotheſe von der angenommenen Bahn, läßt ſich der Ort des Cometen beſtimmen, welchen die wahre Laufbahn geben würde; und dieſer mit der Beobachtung verglichen, giebt eine Gleichung. Da aber nur ſechs Gleichungen erfodert werden, ſo übergehen wir aus den vier Beobachtungen zwey Breiten des Cometen, weil ſie ohnehin durch die übrigen beſtimmet ſind: und auf dieſe Art vollendete ich eine Berechnung, die ich wegen allzu großer Weitläuftigkeit nicht hieher ſetzen will, und welche mir endlich folgende ſechs Gleichungen gab:

I. Aus der beobachteten Länge von 13 Dec. $8^h. 40'$.

$$483\,\zeta + 9383\,\varepsilon - 6366\,\delta - 46\,\gamma + 335\,\alpha + 4220\,\beta - 41000 = 0.$$

II. Aus der beobachteten Länge von 3ten Jänner $6^h. 17'$.

$$1550\,\zeta + 6116\,\varepsilon - 3716\,\delta - 130\,\gamma + 179\,\alpha + 3620\,\beta - 124000 = 0$$

III. Aus der beobachteten Breite von 3ten Jänner $6^h. 17'$

$$1260\,\zeta + 1566\,\varepsilon + 6866\,\delta - 88\,\gamma - 495\,\alpha - 1380\,\beta - 421000 = 0$$

IV. Aus der beobachteten Länge vom 18 Jänner $7^h. 57'$.

$$1517\,\zeta + 3883\,\varepsilon - 1233\,\delta - 188\,\gamma + 63\,\alpha + 2640\,\beta - 156000 = 0$$

V. Aus der beobachteten Breite, von 18 Jänner $7^h. 57'$.

$$1257\,\zeta - 1566\,\varepsilon + 5583\,\delta - 86\,\gamma - 459\,\alpha - 1100\,\beta - 378000 = 0$$

VI. Aus der beobachteten Länge, vom 18 Hornung $6^h. 43'$.

$$1140\,\zeta - 1817\,\varepsilon + 1733\,\delta - 544\,\gamma - 250\,\alpha + 560\,\beta - 131000 = 0$$

Aus dieſen Gleichungen entſtehen folgende ſechs Werthe von ζ, nämlich:

$$0 = \zeta + 19{,}426\,\varepsilon - 13{,}180\,\delta - 0{,}0952\,\gamma + 0{,}6936\,\alpha + 8{,}737\,\beta - 84{,}886.$$
$$0 = \zeta + 3{,}946\,\varepsilon - 2{,}397\,\delta - 0{,}0838\,\gamma + 0{,}1154\,\alpha + 2{,}335\,\beta - 80{,}000.$$
$$0 = \zeta - 1{,}243\,\varepsilon - 5{,}449\,\delta - 0{,}0705\,\gamma - 0{,}3930\,\alpha - 1{,}100\,\beta - 334{,}127.$$
$$0 = \zeta + 2{,}259\,\varepsilon - 9{,}813\,\delta - 0{,}1239\,\gamma + 0{,}0415\,\alpha + 1{,}740\,\beta - 102{,}834.$$
$$0 = \zeta - 1{,}246\,\varepsilon + 4{,}442\,\delta - 0{,}0684\,\gamma - 0{,}3651\,\alpha - 0{,}875\,\beta - 300{,}716.$$
$$0 = \zeta - 1{,}594\,\varepsilon + 1{,}520\,\delta - 0{,}4772\,\gamma - 0{,}2193\,\alpha + 0{,}291\,\beta - 114{,}912.$$

Man ziehe jede einzelne Gleichung von der erſten ab, ſo iſt:

$$0 = 15,480\,\varepsilon - 10,783\,\delta - 0,0114\,\gamma + 0,5782\,\alpha + 6,402\,\beta - 4,886$$
$$0 = 20,699\,\varepsilon - 18,629\,\delta - 0,0247\,\gamma + 1,0866\,\alpha + 9,837\,\beta + 249,241$$
$$0 = 16,867\,\varepsilon - 12,367\,\delta + 0,0287\,\gamma + 0,6521\,\alpha + 6,997\,\beta + 17,948$$
$$0 = 20,672\,\varepsilon - 17,622\,\delta - 0,0268\,\gamma + 1,0587\,\alpha + 9,612\,\beta + 215,830$$
$$0 = 21,020\,\varepsilon - 14,700\,\delta + 0,3820\,\gamma + 0,9189\,\alpha + 8,246\,\beta + 30,026.$$

Hieraus folgen fünf Werthe für ε:

$$0 = \varepsilon - 0,6966\,\delta - 0,0007\,\gamma + 0,0373\,\alpha + 0,4135\,\beta - 0,3156$$
$$0 = \varepsilon - 0,9013\,\delta - 0,0012\,\gamma + 0,0526\,\alpha + 0,4776\,\beta + 12,0587$$
$$0 = \varepsilon - 0,7332\,\delta + 0,0017\,\gamma + 0,0387\,\alpha + 0,4148\,\beta + 1,0641$$
$$0 = \varepsilon - 0,8525\,\delta - 0,0013\,\gamma + 0,0512\,\alpha + 0,4650\,\beta + 10,4410$$
$$0 = \varepsilon - 0,6993\,\delta + 0,0182\,\gamma + 0,0437\,\alpha + 0,3923\,\beta + 1,4284.$$

Man ziehe jede Gleichung von der letzten ab, ſo iſt:

$$0 = 0,0189\,\gamma - 0,0027\,\delta + 0,0064\,\alpha - 0,0212\,\beta + 1,7440$$
$$0 = 0,0194\,\gamma + 0,2020\,\delta - 0,0089\,\alpha - 0,0853\,\beta - 10,6303$$
$$0 = 0,0165\,\gamma + 0,0339\,\delta + 0,0050\,\alpha - 0,0225\,\beta + 0,3643$$
$$0 = 0,0195\,\gamma + 0,1532\,\delta - 0,0075\,\alpha - 0,0727\,\beta - 9,0126.$$

Man findet alſo auch vier Werthe von γ:

$$0 = \gamma - 0,1428\,\delta + 0,3386\,\alpha - 1,1217\,\beta + 92,275$$
$$0 = \gamma + 10,4124\,\delta - 0,4587\,\alpha - 4,4890\,\beta - 547,950$$
$$0 = \gamma + 0,2054\,\delta - 0,3030\,\alpha - 1,3636\,\beta + 22,078$$
$$0 = \gamma + 7,8564\,\delta - 0,3846\,\alpha - 3,7282\,\beta - 162,485.$$

Man ziehe die erſte und dritte von der zweyten, und die erſte von der vierten, ſo iſt:

$$0 = 10,5552\,\delta - 0,7973\,\alpha - 3,3673\,\beta - 640,225$$
$$0 = 10,2070\,\delta - 0,7617\,\alpha - 3,1254\,\beta - 570,028$$
$$0 = 7,9992\,\delta - 0,7232\,\alpha - 2,6065\,\beta - 554,460.$$

Woraus dann drey Werthe von δ gefunden werden:

$$\delta = 0,07554\,\alpha + 0,31902\,\beta + 60,655$$
$$\delta = 0,07462\,\alpha + 0,30620\,\beta + 55,846$$
$$\delta = 0,09041\,\alpha + 0,32585\,\beta + 69,315.$$

Der mittlere, werde von beyden äußerſten abgezogen, ſo iſt:

$$0 = 0,00092\,\alpha + 0,01282\,\beta + 4,809$$
$$0 = 0,01579\,\alpha + 0,01965\,\beta + 13,469.$$

Hieraus erhält man zween Werthe für β:

$$\beta = -0,07176\,\alpha - 375,118$$
$$\beta = -0,80356\,\alpha - 685,492.$$

Der

Der lezte vom erſten abgezogen, giebt:

$$0,73180\,\alpha + 310,374 = 0,$$ woraus dann:

$\alpha = -424,125$	$L. -\alpha = 2,627493$
$\beta = -344,680$	$L. -\beta = 2,537416$
$\delta = -81,345$	$L. -\delta = 1,910331$
$\gamma = -346,889$	$L. -\gamma = 2,540190$
$\varepsilon = +101,755$	$L. +\varepsilon = 2,007555$
$\zeta = +311,44$	$L. +\zeta = 2,493374$

Weil nun β negativ iſt, ſo wird die Cometen Bahn eine Hyperbel, von folgenden ſechs Elementen:

$a =$	22424
$b : a =$	$2 + \frac{344}{10000} : 1$
$b =$	45619
die Zeit des Perihel. =	$1^{T}.\ 0^{h}.\ 14'$. März. 1744.
Diſtanz des Perihel. vom ☊ =	$149°.\ 39'$.
heliocentriſche Länge des ☊ =	$1^{s}.\ 17°.\ 41'$.
Neigung der Bahn =	$50°.\ 11'$.

Es erhellet aber hieraus, daß dieſe Beſtimmungen von der Güte der Obſervationen größtentheils abhängen, deren geringſte Veränderung, die gefundene Hyperbel, leicht in eine Ellypſe verwandeln könnte. Ferners wäre auch die Berechnung ſo ſorgfältig anzuſtellen, daß man nicht einmal einzelne Secunden vernachläſſigte; welche Arbeit, bey nicht gar zu ſicheren Beobachtungen, wohl niemand ſo leicht über ſich nehmen würde. Es genügt mir dahero, eine Methode gegeben zu haben, durch welche, bey ſehr genauen Obſervationen, die wahre Laufbahn kann gefunden werden, die weitere Berechnung kann ich alſo füglich anderen überlaßen.

Da ſich nun aus Mangel gehöriger Beobachtungen die Laufbahn ſehr genau nicht beſtimmen läßt, ſo will ich dieſe Abhandlung ſchlieſſen, und nur bevor noch einige Anmerkungen, von dem beobachteten und künftigen Lauf dieſes Cometen beyfügen. Und zwar ſchiene er weder die Ecliptik, noch den Equator geſchnitten zu haben, ſondern ſeine Breite, war während den Beobachtungen immer nördlich; und ſeine periodiſche Zeit, wenn er doch welche hat, muß viele Jahrhunderte betragen. Er hielt ſich nur ſechs Monate in dem nördlichen Theil des Himmels auf, die ganze übrige Zeit ſeiner langen Periode, hat er in dem ſüdlichen Theil verweilet. Vom 7 Auguſt, wo er durch den aufſteigenden Knoten gieng, bis zum 25ten Hornung, hat er ſich von der Ecliptik entfernet, und iſt mit ſehr großer Geſchwindigkeit, ſchon den 4 März durch dem abſteigenden Knoten gegangen, welche ungemein große Anomalie, gewiß auſſer der nevtonianiſchen Theorie, mit keiner anderen kann verbunden werden. Gegen das Ende der Erſcheinung, iſt ſein ſcheinbarer Weg, von einem großen Cirkel ſehr ſtark abgewichen, woraus erhellet, daß die Fläche, in welcher dieſer Comet ſich beweget hat, nicht durch den Mittelpunkt der Erde gegangen iſt. Im abſteigenden

Knoten, war er der Sonne näher, als Merkur, und ſtund dieſem immer ſo nahe, daß wenn der Comet eine merkliche Anziehungskraft gehabt hätte, die Bewegung dieſes Planeten, nicht wenig wäre verwirret worden: dann zu eben der Zeit war der Comet im 15° des Scorpions, und Merkur im 26°; und der Körper des Cometen, wenn wir ſeinen Durchmeſſer in gleicher Entfernung als die Sonne von der Erde auf eine Minute ſetzen, muß mehr als 30mal die Erde übertroffen haben. Es lohnet ſich alſo der Mühe, zu unterſuchen, ob die Bewegung des Merkur, mit den aſtronomiſchen Tafeln noch übereinſtimmet.

Nach dem letzten Hornung, wo der Comet noch vor Aufgang der Sonne zu ſehen war, verſchwand er gänzlich, theils wegen Nähe der Sonne, theils wegen ſeiner verminderten nördlichen Breite, dann weil er nach dem vierten März in den ſüdlichen Theil trat, ſo konnte er vor Sonnenaufgang über unſern Horizont ſich nicht mehr erheben. In welchen Orten des Himmels er nachgehends ſich aufhielt, kann aus dem angeführten leicht abgenommen werden. So zum Beyſpiel mußte er den 15 April wieder nach Ordnung der Zeichen lauffen, und im 8° des Widders ſtehn, mit einer ſüdlichen Breite von beynahe 30°; und da er von der Erde etwas weiter entfernt ſeyn wird, als dieſe von der Sonne iſt, ſo muß er ſich denen Südländern zeigen, welche ihn, nach den 4ten März, vor Sonnenaufgang, in großen Glanz ſehen mußten. Wären alſo daſelbſt Aſtronomen, ſo könnten ſie die Beobachtungen des Cometen noch lange fortſetzen, und vielleicht bis nach Ende July, wenn ſie mit guten Fernröhren verſehen wären. Dann ſeine Länge vom erſten July mußte ſeyn ♈. 27°. die ſüdliche Breite 48°., den ſechſten September ♈. 3°. die Breite 53°; und ſeine Entfernung von der Erde, wird ſich zur Diſtanz von der Sonne verhalten, wie 2, 5 zu 1, dahero man ihn nur durch ſehr gute Röhre wird ſehen können. Solche, im ſüdlichen Theile der Erde, angeſtellte Beobachtungen wären ſehr nützlich, weil aus ihnen noch manches könnte ergänzet, und nachgeholet werden, welches uns an der Kenntniß ſeiner Bahn noch abgehet; und es wäre ſehr zu wünſchen, daß um ſelbe Zeit, ein erfahrner Beobachter, auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung ſich befände, von deſſen Geſchicklichkeit, ſolche nützliche Beobachtungen zu erwarten wären.

Anhang.

Anhang.

§. 1. Da ich die vorhergehende Abhandlung ſchon vollendet, und die nach meiner Theorie, durch angeführte Beobachtungen beſtimmte Cometen Bahn an die königl. Geſellſchaft der Wiſſenſchaften von Paris geſchicket hatte; war der berühmte Hr. Caſſini ſo gütig, mir alle ſeine Beobachtungen von dieſem Cometen mitzutheilen, um meiner Abſicht, die Theorie durch Obſervationen zu prüfen, Genüge zu leiſten. Die Beobachtungen ſind folgende:

Mittlere Zeit. Paris.					Länge des Cometen.				Breite des Cometen		
1743.	Decemb.	21ᵀ.	6^h.	58′	0ˢ.	22°.	23′.	0″	16°.	18′.	57″
		30.	5.	54	0.	16.	29.	38	17.	12.	55″
1744.	Jenner.	1.	5.	41	0.	15.	19.	35	17.	23.	23
		3.	5.	28	0.	14.	11.	18	17.	32.	39
		4.	5.	21	0.	13.	38.	11	17.	37.	27
		5.	5.	14	0.	13.	5.	57	17.	42.	16
		6.	5.	8	0.	12.	34.	44	17.	46.	20
		7.	5.	2	0.	12.	3.	12	17.	51.	23
		8.	4.	55	0.	11.	33.	8	17.	55.	50
		10.	9.	42	0.	10.	24.	34	18.	5.	14
		11.	9.	1	0.	9.	58.	40	18.	9.	35
		12.	9.	11	0.	9.	31.	15	18.	13.	26
		13.	7.	52	0.	9.	5.	30	18.	17.	4
		16.	8.	43	0.	7.	45.	15	18.	30.	26
		17.	7.	41	0.	7.	20.	58	18.	34.	22
		18.	7.	0	0.	6.	56.	46	18.	38.	2
	Febr.	1.	7.	55	0.	1.	9.	54	19.	34.	0
		3.	7.	49	0.	0.	18.	26	19.	42.	53
		7.	7.	55	11.	28.	16.	22	19.	53.	54
		10.	7.	17	11.	26.	32.	1	19.	56.	23
		11.	5.	47	11.	25.	52.	51	19.	57.	35
		12.	5.	51	11.	25.	12.	45	19.	56.	4
		13.	5.	39	11.	24.	28.	25	19.	53.	15
		15.	6.	46	11.	22.	46.	47	19.	44.	15
		16.	6.	19	11.	21.	54.	54	19.	36.	0
		17.	6.	30	11.	20.	55.	51	19.	23.	0
		18.	6.	3	11.	19.	54.	0	19.	10.	30
		23.	5.	34	11.	13.	12.	44	16.	41.	3
		24.	5.	47	11.	11.	36.	30	15.	48.	4
		25.	5.	22	11.	9.	52.	46	14.	39.	7
		29ᵀ.	18^h.	44′	11ˢ.	2°.	31′.	59″	6°.	28′.	21″

§. 2. Ueberhaupt betrachtet, wird unſere Theorie durch dieſe Beobachtungen fürtreflich erwieſen. Dann da der Comet vom Anfange ſeiner Erſcheinung bis auf den 18 Hornung faſt immer die nämliche Breite gehabt, ſich auch in die Länge ſehr langſam bewegt hat, ſo wendete er ſich plötzlich gegen die Ecliptik, und beſchleunigt ſeine Bewegung in die Länge. Hieraus iſt abzunehmen, wie er ſchon vor dem 4ten März in die Ecliptik kommen konnte, wie es auch die Theorie verlangte. Und wenn man auf die Zeiten der Obſervationen, die Orte des Cometen, nach unſeren Elementen berechnet, ſo wird ſich kaum ein merklicher Unterſchied ergeben, welches anzeigt, daß wir der Natur der Cometen Bahn ziemlich nahe gekommen ſind.

§. 3. Was aber beſonders zu dieſem Anhange Gelegenheit gab, iſt die Bemerkung, daß aus angeführten Beobachtungen, die von uns berechnete Laufbahn leicht kann verbeſſert, und der Wahrheit näher gebracht werden. Zu dieſer Abſicht könnte ſelbſt jene Methode gebraucht werden, deren wir uns vorhin bedienet haben, weil ſie aber ſehr nahe Beobachtungen vorausſetzet, ſo würden uns die vielen, und weit entfernte Obſervationen wenig nützen, obgleich dieſe zwey Bedingniſſe zu Beſtimmung einer Cometen Bahn ſehr weſentlich ſind; wir bedarfen aber auch dieſer Methode nicht mehr, da die Laufbahn uns ſchon bekannt iſt, und wir eine andere Anleitung für ſolche Fälle gegeben haben

§. 4. Unterdeſſen hat aber auch, die von uns zu Beſtimmung einer Cometen Bahn gebrauchte Methode nicht geringe Schwierigkeiten. Erſtlich, erfodert ſie ſehr lange, und verdrüßliche Berechnungen, und die Menge der unbekannten Größen, welche aus den Abweichungen von der Obſervation ſollen beſtimmet werden, machen die Ausführung nicht nur beſchwerlich, ſondern auch wegen viel vernachläßigten Größen, ſehr ungewiß; und ob dieſe gleich ſo geringe ſind, daß jede einzeln ohne großen Fehler kann weggelaſſen werden, ſo könnten doch alle zuſammgenommen, einen merklichen Irrthum verurſachen. Dieſes bewog mich eine andere Methode zu ſuchen, durch welche eine ſchon halb bekannte Laufbahn, nicht allein leicht, und behende kann verbeſſert werden, ſondern die auch zugleich weniger unbekannte Größen fodert; und ich ſchmeichle mir, eine ſolche Methode gefunden zu haben.

§. 5. Damit wir aber nicht alle ſechs Beſtandtheile der Cometen Bahn zugleich in die Rechnung bringen, ſo wollen wir aus ihnen nur einige als bekannt annehmen, um durch ſie aus den gegebenen geocentriſchen Ort eines Cometen den heliocentriſchen zu berechnen. Dieſes aber kann füglich aus der Lage der Knoten Linie, und der Neigung gegen die Ecliptik geſchehen; dann wenn dieſe zwey Stücke bekannt ſind, ſo iſt hieraus der heliocentriſche Ort, nebſt der Entfernung von der Sonne leicht zu finden, nach einer Methode, die zwar ſchon bekannt iſt, bey den Planeten aber wegen ihrer gar geringen Neigung auf die Ecliptik ſich nicht wohl anwenden läßt, es ſey dann, man habe Beobachtungen, die bis auf einzelne Secunden richtig ſind; ſollte aber die Inclination ganz verſchwinden, ſo fände man gar nichts aus dieſer Methode; und überhaupt, je geringer die Neigung, um ſo unſicherer iſt die Berechnung nach dieſer Methode. Dahero ſie bey den Cometen, mit ungemeinen Vortheil kann gebraucht werden, weil dieſe unter ſehr großen Winkeln, ſich gegen die Ecliptik neigen.

§. 6. Wenn wir alſo die Lage der Knoten Linie ſamt der Inclination der Laufbahn als bekannt annehmen, ſo läßt ſich aus jedem beobachteten Orte der wahre Ort durch nach-

folgen-

folgende Aufgabe finden; und obgleich beyde Stücke uns nur beynahe bekannt ſind, ſo ſchadet doch dieſes der Genauigkeit dieſer Auflöſung nichts, weil wir nachgehends eine Methode anführen werden, wie eine ſchon beynahe bekannte Laufbahn durch drey Beobachtungen noch genauer zu beſtimmen iſt.

1. Aufgabe Fig. 13.

Aus der Lage der Knoten Linie, und der Neigung einer Cometen Bahn gegen die Ecliptik, für jeden beobachteten geocentriſchen Ort die heliocentriſche Länge, ſamt dem Abſtand von der Sonne finden.

Auflöſung.

§. 7. Man berechne für die gegebene Zeit den Ort der Sonne, und die Entfernung ST $= c$ von der Erde; und da die Lage der Knoten Linie SN bekannt iſt, ſo wird es auch der Winkel TSN $= s$ ſeyn. Ferners werde nach der beobachteten Länge des Cometen, die Linie TN gezogen, welche die Knotenlinie in N ſchneide, ſo iſt der Winkel STN der Unterſchied zwiſchen den Längen der Sonne, und des Cometen, folglich bekannt. Man ſetze nun STN $= t$, ſo wird SNT $= 180° - s - t. = n$, und im Dreyecke STN wegen allen bekannten Winkeln ſamt der Seite ST $= c$ findet man TN $= \frac{\text{ST ſin. } s}{\text{ſin. } n}$, und SN $= \frac{\text{ST ſin. } t}{\text{ſin. } n}$. Nach dieſen Vorausſetzungen ſey der Comet in C, wovon ein Loth Cc auf die Fläche der Ecliptik TSN falle, ſo iſt CTc $= p$ die geocentriſche Breite; aus c werde auf SN der Perpendikel cP gezogen, und mit CP verbunden, ſo ſtellt der Winkel CPc $= i$ die Neigung gegen die Ecliptik vor, woraus nun der Punkt C beſtimmet wird. Dann wenn cN $= x$, und TN $= \frac{c \text{ ſin. } s}{\text{ſin. } n} = a$ ſo iſt Tc $= a - x$. Ferners im Dreyecke cNP iſt cP $= x$ ſin. n, und im Dreyecke CPc wird Cc $= x$ ſin. n tang. i, wie auch aus dem Dreyeck CTc wird Cc $= (a - x)$ tang. p, vergleicht man beede Werthe, ſo iſt:

$$x = \frac{a \text{ tang. } p}{\text{tang. } p + \text{ſin. } n \text{ tang. } i} = c\text{N. und T}c = \frac{a \text{ ſin. } n \text{ tang } i}{\text{tang. } p + \text{ſin. } n. \text{ tang. } i}$$

$$= \frac{c \text{ ſin. } s \text{ tang. } i}{\text{tang. } p + \text{ſin. } n \text{ tang. } i}$$, woraus TC $= \frac{c \text{ ſin. } s \text{ tang. } i}{\text{ſin. } p + \text{ſin. } n \text{. coſ. } p \text{. tang. } i}$, welches die Entfernung des Cometen von der Erde iſt. Aus dem gefundenen Werthe von cN $= x$, wird PN $= x$ coſ. n; und cP $= x$ ſin. n; wie auch SP $=$ SN $-$ NP, woraus tang. cSN $= \frac{c\text{P}}{\text{SP}}$, und S$c$ $= \frac{c\text{P}}{\text{ſin. } c\text{SN}} = \frac{\text{SP}}{\text{coſ. } c\text{SN}}$. Ferners wird auch tang. CSc $= \frac{\text{C}c}{\text{S}c}$ und folglich kennet man die heliocentriſche Breite CSc, aus welcher die Entfernung des Cometen von der Sonne SC $= \frac{\text{C}c}{\text{ſin. CS}c} = \frac{\text{S}c}{\text{coſ. CS}c}$. Endlich, weil $\frac{\text{SP}}{\text{SC}}$ $=$ coſ.

 CSN

CSN, ſo zeigt dieſer Winkel die heliocentriſche Weite des Cometen, vom Knoten N. Da nun die Fläche der Cometen Bahn gegeben iſt, ſo wird aus dem Winkel NSC und der Linie SC, der wahre, aus der Sonne geſehene Ort des Cometen gefunden.

1. Folgerung.

§. 8. Da $\frac{C\,\text{ſin.}\,s}{\text{ſin.}\,n} = a$; ſo iſt $x = cN = \frac{c\,\text{ſin.}\,s.\,\text{tang.}\,p}{\text{ſin.}\,n.\,(\text{tang.}\,p + \text{ſin.}\,n.\,\text{tang.}\,i)}$ und $cP = \frac{c.\,\text{ſin.}\,s.\,\text{tang.}\,p}{(\text{tang.}\,p + \text{ſin.}\,n.\,\text{tang.}\,i)}$; folglich $CP = \frac{c.\,\text{ſin.}\,s.\,\text{tang.}\,p.\,\text{coſ.}\,i}{\text{tang.}\,p + \text{ſin.}\,n.\,\text{tang.}\,i}$.

Ferners iſt $PN = \frac{c.\,\text{ſin.}\,s.\,\text{tang.}\,p.\,\text{cot.}\,n}{\text{tang.}\,p + \text{ſin.}\,n.\,\text{tang.}\,i}$, welcher Werth von $SN = \frac{c\,\text{ſin.}\,t}{\text{ſin.}\,n}$ abgezogen, zurückläßt $SP =$

$$\frac{c.\,(\text{ſin.}\,t.\,\text{tang.}\,p + \text{ſin.}\,n.\,\text{ſin.}\,t.\,\text{tang.}\,i - \text{coſ.}\,n.\,\text{ſin.}\,s.\,\text{tang.}\,p)}{\text{ſin.}\,n.\,(\text{tang.}\,p + \text{ſin}\,n.\,\text{tang.}\,i)}.$$

Weil aber $\text{ſin.}\,t = \text{ſin.}\,n.\,\text{coſ.}\,s + \text{coſ.}\,n.\,\text{ſin.}\,s$, ſo iſt $SP = \frac{c\,(\text{coſ.}\,s.\,\text{tang.}\,p + \text{ſin.}\,p.\,\text{tang.}\,i)}{\text{tang.}\,p + \text{ſin.}\,n.\,\text{tang.}\,i.}$.

2. Folgerung.

§. 9. Weil nun $\frac{CP}{SP}$ die Tangente des Winkels CSN giebt, ſo iſt, $\text{tang.}\,CSN = \frac{\text{ſin.}\,s.\,\text{tang.}\,p}{\text{coſ.}\,i.\,\text{coſ.}\,s.\,\text{tang.}\,p + \text{ſin.}\,t.\,\text{ſin.}\,i}$, woraus dann, $\text{cot.}\,CSN = \frac{\text{coſ.}\,i}{\text{tang.}\,s} + \frac{\text{ſin.}\,t.\,\text{ſin.}\,i}{\text{ſin.}\,s.\,\text{tang.}\,p}$; es wird alſo, aus den Winkeln s, t, i, und p, die Elongation des Cometen, vom Knoten, oder der Winkel CSN gefunden.

3. Folgerung.

§. 10. Man ſetze den gefundenen Winkel $CSN = m$, ſo daß $\text{cot.}\,m = \frac{\text{coſ.}\,i}{\text{tang.}\,s} + \frac{\text{ſin.}\,t.\,\text{ſin.}\,i}{\text{ſin.}\,s.\,\text{tang.}\,p}$; ſo wird, $\frac{\text{ſin.}\,i}{\text{tang.}\,p} = \frac{\text{ſin.}\,s\,\text{cot.}\,m}{\text{ſin.}\,t} - \frac{\text{ſin.}\,s.\,\text{coſ.}\,i}{\text{ſin.}\,t.\,\text{tang.}\,s}$. Weil wir nun gefunden haben, $CP = \frac{c.\,\text{ſin.}\,s.\,\text{tang.}\,p.\,\text{coſ.}\,i}{\text{tang.}\,p + \text{ſin.}\,n.\,\text{tang.}\,i} = \frac{c.\,\text{ſin.}\,s}{\text{coſ.}\,i + \text{ſin.}\,n.\,\text{ſin.}\,i : \text{tang.}\,p}$, wenn dieſer letzte Werth, anſtatt $\frac{\text{ſin.}\,i}{\text{tang.}\,p}$ geſetzt wird, ſo kömmt, $CP = \frac{c\,\text{ſin.}\,t}{\text{coſ.}\,i.\,\text{coſ.}\,n + \text{ſin.}\,n.\,\text{cot.}\,m}$.

4. Folgerung.

§. 11. Da ferners $\frac{CP}{\text{ſin.}\,m} = SC$, ſo iſt $SC = \frac{c.\,\text{ſin.}\,t}{\text{ſin.}\,m\,\text{coſ.}\,n.\,\text{coſ.}\,i + \text{ſin.}\,n.\,\text{coſ.}\,m}$, und ſo wird aus der Entfernung der Erde von der Sonne $ST = c$, ſammt den Winkeln

m, n, i und t die Entfernung SC des Cometen von der Sonne gefunden. Weil aber ſin. m. coſ. $n = \frac{1}{2}$ ſin. $(m + n) + \frac{1}{2}$ ſin. $(m - n)$; coſ. m. ſin. $n = \frac{1}{2}$ ſin. $(m + n) - \frac{1}{2}$ ſin. $(m - n)$ und $\frac{1 + \text{coſ.}\, i}{2} = \text{coſ.}^2 \frac{1}{2} i$ und $\frac{1 - \text{coſ.}\, i}{2} = \text{ſin.}^2 \frac{1}{2} i$, ſo iſt: CS $=$

$$\frac{c \text{ ſin. } t}{\text{ſin. } (m+n) \text{ coſ.}^2 \frac{1}{2} i - \text{ſin. } (m-n) . \text{ ſin.}^2 \frac{1}{2} i}.$$

5. Folgerung.

§. 12. Die Berechnung alſo würde füglicher angeſtellt werden, wenn man zuvor, folgende Werthe ſuchen wollte.

$$\text{cot. CSN} = \frac{\text{coſ. } i}{\text{tang. } s} + \frac{\text{ſin. } t. \text{ ſin. } i}{\text{ſin. } s. \text{ tang. } p}$$

$$\frac{\text{ST}}{\text{CP}} = \frac{\text{coſ. } i}{\text{ſin. } s} + \frac{\text{ſin. } n. \text{ ſin. } i}{\text{ſin. } s. \text{ tang. } p};$$

woraus dann, $\text{SC} = \frac{\text{CP}}{\text{ſin. CSN}}$.

6. Folgerung.

§. 13. Iſt nun aber die Linie CP gefunden, ſo ergiebt ſich hieraus leicht die Entfernung CT des Cometen von der Erde. Dann weil, ſin. $p = \frac{Cc}{cT}$ und ſin. $i = \frac{Cc}{CP}$, ſo iſt $\frac{\text{ſin. } p}{\text{ſin. } i} = \frac{\text{CP}}{\text{CT}}$, dahero CT $= \frac{\text{CP ſin. } i}{\text{ſin. } p}$; wir brauchen aber zu unſerem Vorhaben, die Entfernung des Cometen von der Erde nicht.

7. Folgerung.

§. 14. Wenn der Comet in der Ecliptik ſelbſt beobachtet würde, daß deſſen geocentriſche Breite verſchwindet, ſo iſt, cot. CSN $= \infty$, folglich verſchwindet auch der Winkel CSN ſelbſt, der Comet wird alſo in den Punkt N ſich befinden, und ſeine Entfernung von der Sonne wird ſeyn $= \frac{c \text{ ſin. } t.}{\text{ſin. } n}$.

8. Folgerung.

§. 15. Wenn die Erde in ihren Knoten iſt, ſo wird der Winkel TSN $= s = o$; in welchem Fall ſowohl CP als auch der Winkel CSN zu verſchwinden ſcheinen. Aber alsdann wird auch tang. p + ſin. n. tang. $i = o$, ſo daß cP und CP dannoch beſtimmte Werthe bekommen, obgleich ihre beiderſeitige Größe ſich nicht angeben läßt. Beobachtungen von dieſer Art ſcheinen zu unſerer Abſicht zwar gänzlich überflüſſig, ſie ſind es aber nicht, dann wenn die Lage der Knoten Linie bekannt iſt, ſo kann hieraus die Neigung der Bahn zu-

verläſſig beſtimmet werden, welche iſt, $\text{tang.}\, i = - \frac{\text{tang.}\, p}{\text{ſin.}\, n}$, welches für die Planeten von ausgebreiteten Nutzen wäre.

9. Folgerung.

§. 16. Wenn der Winkel $n = o$, das heißt, wenn die von der Erden aus geſehene Länge des Cometen, mit der heliocentriſchen Länge des Knoten übereinskömmt, ſo werden die Sinuſſe der Winkel s und t gleich ſeyn, und die Entfernung des Cometen von der Erde iſt ſodann, $TC = \frac{c.\, \text{ſin.}\, s\ \text{tang.}\, i}{\text{ſin.}\, p}$ und $\text{cot. CSN} = \frac{\text{coſ.}\, i}{\text{tang.}\, s} + \frac{\text{ſin.}\, i}{\text{tang.}\, p}$; endlich, $\frac{ST}{CP} = \frac{\text{coſ}\, i}{\text{ſin.}\, s}$ oder $CP = \frac{\text{ſin.}\, s}{\text{coſ.}\, i}$. ST.

10. Folgerung.

§. 17. Wenn der Comet zur Zeit der Oppoſition, oder Verbindung mit der Sonne iſt beobachtet worden, ſo wird $\text{ſin.}\, t = o$; und in dieſem Falle iſt: $\text{cot. CSN} = \frac{\text{coſ.}\, i}{\text{tang.}\, s}$, und $\frac{ST}{CP} = \frac{\text{coſ.}\, i}{\text{ſin.}\, s} + \frac{\text{ſin.}\, i}{\text{tang.}\, p}$, weil $\text{ſin.}\, n = \text{ſin.}\, s$.

11. Folgerung.

§. 18. Sollte endlich die Neigung des Cometen gegen die Ecliptik verſchwinden, ſo daß $i = o$, ſo müßte auch die beobachtete Breite p nichts werden, und in dieſem Falle, ließe ſich nichts herausbringen, weil der Bruch $\frac{\text{ſin.}\, i}{\text{tang.}\, p} = o$.

12. Folgerung.

§. 19. Aus den beobachteten geocentriſchen Ort, kann man alſo immer deſſen wahren Ort finden, das heißt: die heliocentriſche Elongation von dem Knoten, nebſt der Entfernung von der Sonne, ausgenommen die Erde ſtünde zu Zeit der Beobachtung nahe bey der Knoten Linie.

§. 20. Nimmt man alſo die Knoten Linie, und Neigung als bekannt an, ſo laßen ſich aus drey beobachteten Orten des Cometen, die entſprechende drey wahre Orte in ſeiner Bahn finden. Und da man weiß, daß die Laufbahn ein Kegelſchnitt iſt, deſſen einen Brennpunkt die Sonne einnimmt, ſo läßt ſich aus dieſen drey Punkten, die ganze krumme Linie, durch folgende Aufgabe beſtimmen.

2. Aufgabe. Fig. 14.

Aus drey gegebenen wahren Orten eines Cometen, ſamt deſſen Entfernungen von der Sonne, die ganze Laufbahn finden; nämlich, die Lage der Sonnennähe, die Diſtanz von der Sonne, und den Parameter.

Auflöſung.

§. 21. Die Tafel ſtelle die Fläche vor in welcher ſich der Comet beweget, in S ſeye die Sonne, und ☊ s ☋ die Knoten Linie. F, G, und H ſind die drey wahren Orte des Cometen in ſeiner Bahn, die bekannten Entfernungen von der Sonne ſind, SF = F; SG = g; SH = h; durch vorhergehende Methode kennet man die Winkel FS ☋; GS ☋, und HS ☋, aus welchen FSG = φ; und FSH = ψ. Nach dieſen Vorrichtungen, ſey das Perihelium in A, die Axe der Laufbahn ASC; und die ſenkrechte Ordinate BS ſey der halbe Parameter. Setzen wir nun AS = a; BS = b; ASF = v die wahre Anomalie des Ortes F; ſo iſt folglich ASG = $v + \varphi$, und ASH = $v + \psi$, aber aus der Natur der Kegelſchnitte, iſt $f = \frac{ab}{a + (b - a)\,\text{coſ}\, v}$, woraus $a = \frac{bf\,\text{coſ.}\, v}{b - f + f\,\text{coſ.}\, v}$. Eben ſo aus dem zweyten Orte G iſt: $a = \frac{bg\,\text{coſ.}\,(v + \varphi)}{b - g + g\,\text{coſ.}\,(v + \varphi)}$ und aus den dritten, iſt: $a = \frac{bh\,\text{coſ.}\,(v + \psi)}{b - h + h\,\text{coſ.}\,(v + \psi)}$. Aus der erſten, und zweyten Gleichung wird, $(b - g)\, f\,\text{coſ.}\, v = (b - f)\, g\,\text{coſ.}\,(v + \varphi) = (b - f)\, g\,(\text{coſ.}\, v\,\text{coſ.}\,\varphi - \text{ſin.}\, v\,\text{ſin.}\,\varphi)$, theilt man alles durch coſ. v, ſo iſt: $(b - g)\, f = (b - f)\, g\,\text{coſ.}\,\varphi - (b - f)\, g.\,\text{ſin.}\,\varphi\,\text{tang.}\, v$, woraus dann: $\text{tang.}\, v = \text{cot.}\,\varphi - \frac{f\,(b - g)}{g\,(b - f)}\,\text{coſ. ac}\,\varphi = \frac{1}{\text{tang.}\varphi} - \frac{f\,(b - g)}{g(b - f)\,\text{ſin.}\varphi}$.

Gleichfalls giebt die erſte, und dritte Gleichung: $\text{tang.}\, v = \frac{1}{\text{tang.}\,\psi} - \frac{f\,(b - h)}{h\,(b - f)\,\text{ſin.}\,\psi}$.

vergleicht man beyde Werthe von tang. v, ſo wird:

$\frac{1}{\text{tang.}\,\varphi} - \frac{f\,(b - g)}{g\,(b - f)\,\text{ſin.}\,\varphi} = \frac{1}{\text{tang.}\,\psi} - \frac{f\,(b - h)}{h\,(b - f)\,\text{ſin.}\,\psi}$. oder, $\frac{(b - f)}{f.\,\text{tang.}\,\psi} - \frac{(b + g)}{g\,\text{ſin.}\,\varphi} = \frac{(b - f)}{f\,\text{tang.}\,\psi} - \frac{(b + h)}{h.\,\text{ſin.}\,\psi}$, woraus dann:

$$b = \frac{\frac{1}{\text{tang.}\,\varphi} - \frac{1}{\text{ſin.}\,\varphi} - \frac{1}{\text{tang.}\,\psi} + \frac{1}{\text{ſin.}\,\psi}}{\frac{1}{f.\,\text{tang.}\varphi} - \frac{1}{g\,\text{ſin.}\,\varphi} - \frac{1}{f.\,\text{tang.}\,\psi} + \frac{1}{h.\,\text{ſin.}\,\psi}},$$

welche Formel leicht kann berechnet werden, und mit größerem Vortheile zu gebrauchen iſt, als die gewöhnliche geometriſchen Verzeichnungen ſo man von dieſer Aufgabe hat. Aus dem halben Parameter b, läßt ſich die

die Lage der Abſiden Linie durch den Winkel v beſtimmen, welcher aus einer von folgenden zwo Gleichungen gefunden wird:

$$\text{tang.}\, v = \frac{1}{\text{tang.}\ \phi} - \frac{f\,(b-g)}{g\,(b-f)\,\text{ſin.}\,\phi};\quad \text{tang.}\, v = \frac{1}{\text{tang.}\ \phi} - \frac{f\,(b-h)}{h\,(b-f)\,\text{ſin.}\,\psi};$$

und hieraus die Entfernung im Perihelio, $a = \frac{bf\ \text{coſ.}\ v}{b-f+f\ \text{coſ.}\ v}$, und auf ſolche Art beſtimmt man die ganze Laufbahn.

1. Folgerung.

§. 22. Wenn wir aus obiger Gleichung: $(b-g)\,f = (b-f)\,g\ \text{coſ.}\,\phi - (b-f)\,g\ \text{ſin.}\,\phi\ \text{tang.}\,v$, anſtatt tang. v, den Werth von b ſuchen, ſo wird:

$$b = \frac{fg - fg\ \text{coſ.}\,\phi + fg\ \text{ſin.}\,\phi\ \text{tang.}\,v}{f - g\ \text{coſ.}\,\phi + g\ \text{ſin.}\,\phi\ \text{tang.}\,v}.$$

Gleichfalls iſt aus der dritten Beobachtung,

$$b = \frac{fh - fh\ \text{coſ.}\,\psi + fh\ \text{ſin.}\,\psi\ \text{tang.}\,v}{f - h\ \text{coſ.}\,\psi + h\ \text{ſin.}\,\psi\ \text{tang.}\,v},$$

vergleicht man nun beyde, ſo erhält man:

$$\begin{aligned} & g\,(1-\text{coſ.}\,\phi)\,.\,(f-h\ \text{coſ.}\,\psi) + g\,(f-h\ \text{coſ.}\,\psi)\,.\,\text{ſin.}\,\phi\ \text{tang.}\,v \\ & - h\,(1-\text{coſ.}\,\psi)\,(f-g\ \text{coſ.}\,\phi) + gh\,(1-\text{coſ.}\,\phi)\,.\,\text{ſin.}\,\psi\ \text{tang.}\,v = 0 \\ & \qquad - h\,(f-g\ \text{coſ.}\,\phi)\ \text{ſin.}\,\psi\ \text{tang.}\,v \\ & \qquad - gh\,(1-\text{coſ.}\,\psi)\ \text{ſin.}\,\phi\ \text{tang.}\,v \end{aligned}$$

oder, $f\,(g-h) - g\,(f-h)\ \text{coſ.}\,\phi + h\,(f-g)\ \text{coſ.}\,\psi + g\,(f-h)\ \text{ſin.}\,\phi\ \text{tang.}\,v - h\,(f-g)\ \text{ſin.}\,\psi\ \text{tang.}\,v = 0$ woraus dann gefunden wird:

$$\text{tang.}\,v = \frac{f\,(h-g) - g\,(h-f)\ \text{coſ.}\,\phi + h\,(g-f)\ \text{coſ.}\,\psi}{h\,(g-f)\ \text{ſin.}\,\psi - g\,(h-f)\ \text{ſin.}\,\phi}.$$

2. Folgerung.

§. 23. Wenn der Winkel $\phi = 180$, ſo daß FS; FG in einer geraden Linie liegen, und ſin. $\phi = o$; tang. $\phi = o$, wird

$$b = \frac{\frac{1}{\text{tang.}\ \phi} - \frac{1}{\text{ſin.}\ \phi}}{\frac{1}{f\ \text{tang.}\,\phi} - \frac{1}{g\ \text{ſin.}\ \phi}} = \frac{\text{coſ.}\ \phi - 1}{\frac{\text{coſ.}\,\phi}{f} - \frac{1}{g}}.$$

Es iſt aber coſ. $\phi = -1$, folglich, $b = \frac{2\,fg}{f+g}$, welches auf eine ſchon bekannte Eigenſchaft der Kegelſchnitte führet.

3. Folgerung.

§. 24. Wenn wir den allgemeinen Ausdruck des Parameters durch Linien andeuten, ſo erhalten wir folgenden Lehrſatz, welcher die Natur der Kegelſchnitte nicht wenig erkläret:

Lehrſatz Fig. 15.

Wenn von drey beliebigen Punkten F; G; H eines Kegelſchnittes, gerade Linien FS, GS, HS, auf den einen Brennpunkt S gezogen, und zwey davon G, H, mit dem dritten F durch die Linien GF, HF verbunden werden, und wenn man endlich aus G die Linie GTK parallel mit FS ziehet, welche die Linien HF, HS, in I und *k* ſchneiden; ſo iſt: GI zu (SK + KG — SG), wie SF zum halben Parameter.

Beweis.

§. 25. Man heiße wie vorhin, die Entfernungen FS $= f$; GS $= g$; HS $= h$. und die Winkel FSG $= \varphi$; FSH $= \psi$; ferners falle aus S auf GIK das Loth SL $= r$. Da nun die Winkel GSL; KSL die Ergänzungen der Winkel φ und ψ ſind, ſo iſt GL $= \frac{r}{\text{tang. }\varphi}$; KL $= \frac{r}{\text{tang. }\psi}$; SG $= \frac{r}{\text{ſin. }\varphi}$; SK $= \frac{r}{\text{ſin. }\psi}$. Hieraus nun wird SK + KG — SG $= \frac{r}{\text{ſin. }\psi} + \frac{r}{\text{tang. }\varphi} - \frac{r}{\text{tang. }\psi} - \frac{r}{\text{ſin. }\varphi}$. Man ziehe KM parallel mit HF; ſo iſt, SH : SK = SF : SM oder, $h : \frac{r}{\text{ſin. }\psi} = f$: SM; woraus dann SM $= \frac{fr}{h\,\text{ſin. }\psi}$, folglich FM = IK $= f - \frac{fr}{h\,\text{ſin. }\psi} = \frac{fr}{r} - \frac{fr}{h\,\text{ſin. }\psi}$. Weil aber SG $= \frac{r}{\text{ſin. }\varphi} = g$ ſo iſt $r = g\,\text{ſin. }\varphi$, und hieraus IK $= \frac{fr}{g\,\text{ſin. }\varphi} - \frac{fr}{h\,\text{ſin. }\psi}$. Folglich, GI = KG — KI $= \frac{r}{\text{tang. }\varphi} - \frac{r}{\text{tang. }\psi} - \frac{fr}{g\,\text{ſin. }\varphi} + \frac{fr}{h\,\text{ſin. }\psi}$, da wir aber gefunden haben,

$$b = \frac{\frac{1}{\text{tang. }\varphi} - \frac{1}{\text{ſin. }\varphi} - \frac{1}{\text{tang. }\psi} + \frac{1}{\text{ſin. }\psi}}{\frac{1}{f\,\text{tang. }\varphi} - \frac{1}{g\,\text{ſin. }\varphi} - \frac{1}{f\,\text{tang. }\psi} + \frac{1}{h\,\text{ſin. }\psi}} =$$

$$\frac{\frac{r}{\text{tang. }\varphi} - \frac{r}{\text{ſin. }\varphi} - \frac{r}{\text{tang. }\psi} + \frac{r}{\text{ſin. }\psi}}{\frac{r}{\text{tang. }\varphi} - \frac{r}{g.\,\text{ſin. }\varphi} - \frac{r}{\text{tang. }\psi} + \frac{fr}{h\,\text{ſin. }\psi}} \,.\, f,$$

ſo iſt der halbe Parameter, $b =$

$$\frac{\text{SK} + \text{KG} - \text{SG}}{\text{GI}} \,.\, \text{SF},$$

folglich GI : SF = SK + KG — SG zum halben Parameter.

§. 26. Bisher haben wir die zwiſchen den Beobachtungen verfloſſenen Zeiten nicht betrachtet; jetzt aber können wir aus der ſchon bekannten Laufbahn die Zeiten beſtimmen, in welchen der Comet vom Perihelium A zu jeden der drey Punkte F, G, H. gelangen

mußte, woraus dann die Zeit von einer Beobachtung zu der andern ſich von ſelbſt ergiebt. Stimmen nun dieſe Zeiten mit den beobachteten überein, ſo iſt es ein gewiſſes Zeichen, daß die Lage der Knoten Linie, und die Neigung der Bahn richtig angenommen ſey; weichen ſie aber von den beobachteten ab, ſo zeigt dieſes, daß in einem von beyden Stücken iſt gefehlet worden. Iſt dieſer Fehler nicht ſehr beträchtlich, (und er kann es nicht ſeyn, weil wir dieſe Elementen ſchon durch die erſte Methode ziemlich genau kennen,) ſo läßt er ſich durch ſeine Abweichung von den Beobachtungen ſelbſt verbeſſern, und weil wir zwey Unterſchiede der Zeit haben, die mit den berechneten können verglichen werden, ſo entſtehen hieraus zwey Gleichungen, durch welche die begangenen Fehler zu verbeſſern ſind. Man bedarf alſo nur drey Beobachtungen, um die wahre Bahn eines Cometen zu beſtimmen.

§. 27. Kennet man nun einmal durch vorhergehende Methode die Laufbahn des Cometen überhaupt, ſo weiß man auch die Lage der Knoten Linie, und die Neigung gegen die Ecliptik mit hinlänglicher Genauigkeit, für unſere Abſicht. Man dürfte ſelbſt die Berechnung nicht mit vieler Strenge führen, ſondern eine geometriſche Verzeichnung wäre ebenfalls genug, und würde das ganze Verfahren nicht wenig abkürzen. Iſt man endlich ſo weit gekommen, daß man die Lage der Knoten Linie, und die Neigung ziemlich beynahe weiß, ſo kann man ſich gleich folgender Methode bedienen.

3. Aufgabe.

Aus der ſchon beyläufig bekannten Knoten Linie, und der Neigung auf die Ecliptik die wahre Laufbahn durch drey Beobachtungen genau beſtimmen.

Auflöſung.

§. 28. Die durch vorhergehende Methode gefundene Länge des aufſteigenden Knoten ſey $= l$, und die Neigung der Bahn auf die Ecliptik $= n$. Man wähle ſich nun drey Hypotheſen, in der erſten heiße die Länge des Knoten, und die Neigung wie vorhin; in der zweyten ſey die Länge $= l$ die Neigung aber $n + \nu$, (wo man für ν einen, zwey, oder mehr Grade kann gelten laßen, nachdem man den Fehler kleiner, oder größer ſchätzet;) In der dritten endlich heiſſe die Länge des Knoten $l + \lambda$ und die Neigung $= n$, (allwo von λ eben das gilt, was von ν geſagt worden.) je genauer man alſo die Werthe von l und n kennet, deſto kleiner darfen ν und λ angenommen werden, wenn nur die wahre Laufbahn in den drey Hypotheſen enthalten iſt. Ferners ſuche man drey ſehr weit von einander entfernte Beobachtungen, wo man aber ſorgen muß, keine ſolche zu nehmen, wo die Erde der Knoten Linie ſchon nahe geſtanden hat.

Für die Zeiten dieſer Beobachtungen werden die Orte der Sonne, nebſt ihren Diſtanzen von der Erde berechnet, und nach der erſten Aufgabe dieſes Anhanges für jede Hypotheſe, die Entfernungen des Cometen von der Sonne, und ſeine Elongationen von der Knoten Linie; iſt dieſes geſchehen, ſo ſuche man durch die vorhergehende Aufgabe die Laufbahn des Cometen für jede Hypotheſe, wo wir dann drey verſchiedene Bahnen bekommen, zwiſchen welchen die wahre enthalten ſeyn muß. Um dieſe zu beſtimmen, ſuche man die zwiſchen den Beobachtungen verfloſſenen Zeiten, nach einer jeden Hypotheſe. Es ſey alſo T

die

die Zeit von der erſten, zu der zweyten Beobachtung, die aus der erſten Hypotheſe gefunden wird; T + p die Zeit aus der zweyten, T + z die Zeit aus der dritten Hypotheſe; die beobachtete Zeit ſey aber T + k; ferners in der wahren Laufbahn ſey die Länge des aufſteigenden Knoten $l + x$, die Neigung $n + y$, ſo ſetze man:

	I. Hypotheſe	II.	III.	wahre Laufbahn
Länge des Knoten =	l	l	$l + \lambda$	$l + x$
Neigung =	n	$n + \eta$	n	$n + y$
Zeit von der I zur II Beobachtung =	T	T + p	T + q	T + k

Nun kann man folgendermaſſen urtheilen. Wenn wir die Neigung n und η vermehren, ſo wird die Zeit T um p vergröſſert, und der Zuwachs y der Neigung giebt den Zuwachs der Zeit $= \frac{py}{\eta}$: weil ferners die Vermehrung λ des Knoten die Zeit um q vermehret, ſo wird die Vermehrung x des Knoten l die Zeit um $\frac{qx}{\lambda}$ vergröſſern; es iſt folglich in der wahren Laufbahn die Zeit von der erſten zur zweyten Beobachtung, $=$ T $+ \frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda}$, welches der beobachteten Zeit T + k gleich ſeyn muß, alſo: $\frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda} = k$. Eine ähnliche Gleichung findet man aus der Zeit von der erſten zur dritten Beobachtung, und aus dieſen giebt ſich der Werth von x und y, wie auch die wahre Größe von $l + x$ und $n + y$. Da endlich aus dem Vergleich der drey angenommenen Hypotheſen erhellet, was für eine Veränderung die Vermehrungen η und λ ſowohl in dem Parameter b, als auch in der Entfernung im Perihelio a, ferners in der wahren Anomalie v für die erſte Beobachtung, und in der Zeit vom Perihelio bis auf die erſte Obſervation hervorgebracht haben, ſo kann man leicht aus x und y beſtimmen, wie groß dieſe Vermehrungen ſeyn müßen. Und auf dieſe Art läßt ſich der Parameter der wahren Laufbahn, die Entfernung im Perihelio von der Sonne ſowohl, als von den Orten der Beobachtungen, und endlich die Zeit des Perihelium leicht finden.

1. Folgerung.

§. 29. Aus den gefundenen wahren Anomalien eines Cometen, für jede Beobachtung kann man die Zeit, um welche ſie von dem Augenblicke des Perihelium unterſchieden ſind, ebenfalls angeben. Dann wenn die Entfernung von der Sonne im Perihelium $= a$, der hal-

halbe Parameter $= b$, die wahre Anomalie $= v$, ſo ſetze man: $\frac{2a - b}{b} = n$, wo n bey paraboliſchen Laufbahnen eine ſehr kleine Zahl ſeyn wird; und $t =$ tang. $\frac{1}{2}v$, und ſuche den Werth von dieſer Reihe:

$$S = t + \tfrac{1}{3}t^3 - \tfrac{2}{5}n t^5 + \tfrac{3}{7}n^2t^7 - \tfrac{4}{9}n^3t^9 + \tfrac{5}{11}n^4t^{11}$$
$$+ \tfrac{3}{5}n^2t^5 - \tfrac{4}{7}n^3t^7 + \tfrac{5}{9}n^4t^9 - \tfrac{6}{11}n^5t^{11} \text{ \&c.}$$

woraus die periodiſche Zeit in Tägen ausgedrückt ſeyn wird $= \frac{a^2}{m\sqrt{b}}S$. wo $m = 271989,739$ und $Lm = 5,4345525139$.

2. Folgerung.

§. 30. Wenn die auf ſolche Art gefundene Verbeſſerungen x und y zu groß herauskommen ſollten, ſo würden ſie auch nicht ſehr genau ſeyn. Wir ſetzten zwar, daß die Veränderungen aus dem Anwachſe von der Länge des Knoten, und der Neigung der Bahn dem Anwachſe ſelbſt proportional ſind, dieſes aber kann nur in der Vorausſetzung gelten, wenn die Anwuchſe ganz klein ſind. Unterdeſſen iſt doch dieſe Arbeit nie fruchtlos, und führet uns immer auf eine genauere Kenntniß der Knoten Linie, und der Neigung, wodurch wir im Stande ſind, neue Hypotheſen mit mehr Zuverläßigkeit zu machen; und wird die vorhin angeſtellte Berechnung wiederholet, ſo gelangen wir endlich zur Laufbahn des Cometen ſo genau, als die bey den Beobachtungen, unvermeidlichen Fehler es geſtatten können.

§. 31. Dieſer Methode bediente ich mich, um die vorhin gefundene Bahn des Cometen zu verbeſſern. Da aber die damals vorräthigen Beobachtungen zu ſehr vom Perihelio entfernet waren, ſo konnte die herausgebrachte Neigung der Bahn nicht anders als ſehr unſicher herauskommen, weil die kleinſte Veränderung in der Diſtanz des Cometen von der Erde einen Unterſchied von einigen Graden hervorbrachte. Ich mußte alſo die Berechnung zweymal anfangen, davon die erſte mir gleich zeigte, daß die Neigung um viel kleiner ſey, als ich vermuthete, und kaum 47° überſteige. Zu der zweyten bediente ich mich aus den Beobachtungen des berühmten Hr. Caſſini, der erſten und letzten, weil ſie weit von einander entfernet ſind, und der Comet bey der letzten nahe am Perihelium war, wo folglich wegen ſeines geſchwinden Laufes der geringſte Fehler einen ſehr merklichen Unterſcheid verurſachen mußte; zu dieſem wählte ich noch die vorletzte, und ob ſie gleich der letzten ſehr nahe iſt, ſo beſchrieb doch der Comet während dieſer Zeit einen ſehr beträchtlichen Winkel, daß alſo dieſe drey Punkte mir beſonders tauglich ſchienen, die Laufbahn mit Sicherheit zu beſtimmen. Dieſe zweyte Berechnung will ich nun ganz hieherſetzen, mit Weglaſſung der erſteren, welche nach dieſer Vorſchrift leicht kann angeſtellet werden.

Für

Für Paris mittlere Zeit.

1743.	Länge des Com.	Breite nördlich	
December. 21. 6^h. 57′	0^s. 22°. 23′. 0″.	16°. 18′. 57″.	= *p*.
Länge der Sonne =	8 . 29 . 36 . 0	4, 992675	= L. ST
t = STN =	3 . 22 . 47 . 0	112°. 47′. 0″	
	I. Hypotheſe.	II.	III.
i =	46. 50. 0″	47. 10. 0	46. 50. 0
heliocentriſche Länge des ☊ =	1^s. 15. 50. 0	1^s. 15. 50. 0	1^s. 16. 10. 0
Länge der Erde =	2 . 29. 36. 0	2 . 29. 36. 0	2 . 29. 36. 0
s = TSN =	43. 46. 0	43. 46. 0	43. 26. 0
t = STN =	112. 47. 0	112. 47. 0	112. 47. 0
s + *t* =	156. 33. 0	156. 33. 0	156. 13. 0
n = SNT =	23. 27. 0	23. 27. 0	23. 47. 0
von L. coſ. *i* =	9, 835134	9, 832425	9, 835134
abgezogen { L. tang. *s* =	9, 981297	9, 981297	9, 976238
abgezogen { L. ſin. *s* =	9, 839932	9, 839932	9, 837279
L. coſ. *i* : tang. *s* =	9, 853837	9, 851128	9, 858896
L. coſ. *i* : ſin. *s* =	9, 995202	9, 992493	9, 997855
zu L. tang. *p* =	9, 466453	9, 466453	9, 466453
addirt L. ſin. *s* =	9, 839932	9, 839932	9, 837279
	9, 306385	9, 306385	9, 303732
L. ſin. *i* =	9, 862946	9, 865302	9, 862946
	0, 556561	0, 558917	0, 559214
addirt { L. ſin. *t* =	9, 964719	9, 964719	9, 964719
addirt { L. ſin. *n* =	9, 599827	9, 599827	9, 605606
L. ſin. *t*. ſin. *i* : ſin. *s*. tang. *p* =	0, 521280	0, 523636	0, 523933
L. ſin. *n*. ſin. *i* : ſin. *s*. tang. *p* =	0, 156388	0, 158744	0, 164820
coſ. *i* : tang. *s* =	0, 714228	0, 709787	0, 722597
ſin. *t*. ſin. *i* : ſin. *s*. tang. *p* =	3, 321080	3, 339160	3, 341440
cot. CSN =	4, 035308	4, 048947	4, 064037
L. cot. CSN =	10, 605876	10, 607342	10, 608958

Anhang.

§. 1. Da ich die vorhergehende Abhandlung ſchon vollendet, und die nach meiner Theorie, durch angeführte Beobachtungen beſtimmte Cometen Bahn an die königl. Geſellſchaft der Wiſſenſchaften von Paris geſchicket hatte; war der berühmte Hr. Caſſini ſo gütig, mir alle ſeine Beobachtungen von dieſem Cometen mitzutheilen, um meiner Abſicht, die Theorie durch Obſervationen zu prüfen, Genüge zu leiſten. Die Beobachtungen ſind folgende:

Mittlere Zeit. Paris.				Länge des Cometen.				Breite des Cometen		
1743. Decemb.	21^{t}.	6^{h}.	58′	0^{s}.	22°.	23′.	0″	16°.	18′.	57″
	30.	5.	54	0.	16.	29.	38	17.	12.	55″
1744. Jenner.	1.	5.	41	0.	15.	19.	35	17.	23.	23
	3.	5.	28	0.	14.	11.	18	17.	32.	39
	4.	5.	21	0.	13.	38.	11	17.	37.	27
	5.	5.	14	0.	13.	5.	57	17.	42.	16
	6.	5.	8	0.	12.	34.	44	17.	46.	20
	7.	5.	2	0.	12.	3.	12	17.	51.	23
	8.	4.	55	0.	11.	33.	8	17.	55.	50
	10.	9.	42	0.	10.	24.	34	18.	5.	14
	11.	9.	1	0.	9.	58.	40	18.	9.	35
	12.	9.	11	0.	9.	31.	15	18.	13.	26
	13.	7.	52	0.	9.	5.	30	18.	17.	4
	16.	8.	43	0.	7.	45.	15	18.	30.	26
	17.	7.	41	0.	7.	20.	58	18.	34.	22
	18.	7.	0	0.	6.	56.	46	18.	38.	2
Febr.	1.	7.	55	0.	1.	9.	54	19.	34.	0
	3.	7.	49	0.	0.	18.	26	19.	42.	53
	7.	7.	55	11.	28.	16.	22	19.	53.	54
	10.	7.	17	11.	26.	32.	1	19.	56.	23
	11.	5.	47	11.	25.	52.	51	19.	57.	35
	12.	5.	51	11.	25.	12.	45	19.	56.	4
	13.	5.	39	11.	24.	28.	25	19.	53.	15
	15.	6.	46	11.	22.	46.	47	19.	44.	15
	16.	6.	19	11.	21.	54.	54	19.	36.	0
	17.	6.	30	11.	20.	55.	51	19.	23.	0
	18.	6.	3	11.	19.	54.	0	19.	10.	30
	23.	5.	34	11.	13.	12.	44	16.	41.	3
	24.	5.	47	11.	11.	36.	30	15.	48.	4
	25.	5.	22	11.	9.	52.	46	14.	39.	7
	29^{t}.	18^{h}.	44′	11^{s}.	2°.	31′.	59″	6°.	28′.	21‴

§. 2. Ueberhaupt betrachtet, wird unſere Theorie durch dieſe Beobachtungen fürtreflich erwieſen. Dann da der Comet vom Anfange ſeiner Erſcheinung bis auf den 18 Hornung faſt immer die nämliche Breite gehabt, ſich auch in die Länge ſehr langſam bewegt hat, ſo wendete er ſich plötzlich gegen die Ecliptik, und beſchleunigt ſeine Bewegung in die Länge. Hieraus iſt abzunehmen, wie er ſchon vor dem 4ten März in die Ecliptik kommen konnte, wie es auch die Theorie verlangte. Und wenn man auf die Zeiten der Obſervationen, die Orte des Cometen, nach unſeren Elementen berechnet, ſo wird ſich kaum ein merklicher Unterſchied ergeben, welches anzeigt, daß wir der Natur der Cometen Bahn ziemlich nahe gekommen ſind.

§. 3. Was aber beſonders zu dieſem Anhange Gelegenheit gab, iſt die Bemerkung, daß aus angeführten Beobachtungen, die von uns berechnete Laufbahn leicht kann verbeſſert, und der Wahrheit näher gebracht werden. Zu dieſer Abſicht könnte ſelbſt jene Methode gebraucht werden, deren wir uns vorhin bedienet haben, weil ſie aber ſehr nahe Beobachtungen vorausſetzet, ſo würden uns die vielen, und weit entfernte Obſervationen wenig nützen, obgleich dieſe zwey Bedingniſſe zu Beſtimmung einer Cometen Bahn ſehr weſentlich ſind; wir bedarfen aber auch dieſer Methode nicht mehr, da die Laufbahn uns ſchon bekannt iſt, und wir eine andere Anleitung für ſolche Fälle gegeben haben

§. 4. Unterdeſſen hat aber auch, die von uns zu Beſtimmung einer Cometen Bahn gebrauchte Methode nicht geringe Schwierigkeiten. Erſtlich, erfodert ſie ſehr lange, und verdrüßliche Berechnungen, und die Menge der unbekannten Größen, welche aus den Abweichungen von der Obſervation ſollen beſtimmet werden, machen die Ausführung nicht nur beſchwerlich, ſondern auch wegen viel vernachläßigten Größen, ſehr ungewiß; und ob dieſe gleich ſo geringe ſind, daß jede einzeln ohne großen Fehler kann weggelaſſen werden, ſo könnten doch alle zuſammgenommen, einen merklichen Irrthum verurſachen. Dieſes bewog mich eine andere Methode zu ſuchen, durch welche eine ſchon halb bekannte Laufbahn, nicht allein leicht, und behende kann verbeſſert werden, ſondern die auch zugleich weniger unbekannte Größen fodert; und ich ſchmeichle mir, eine ſolche Methode gefunden zu haben.

§. 5. Damit wir aber nicht alle ſechs Beſtandtheile der Cometen Bahn zugleich in die Rechnung bringen, ſo wollen wir aus ihnen nur einige als bekannt annehmen, um durch ſie aus den gegebenen geocentriſchen Ort eines Cometen den heliocentriſchen zu berechnen. Dieſes aber kann füglich aus der Lage der Knoten Linie, und der Neigung gegen die Ecliptik geſchehen; dann wenn dieſe zwey Stücke bekannt ſind, ſo iſt hieraus der heliocentriſche Ort, nebſt der Entfernung von der Sonne leicht zu finden, nach einer Methode, die zwar ſchon bekannt iſt, bey den Planeten aber wegen ihrer gar geringen Neigung auf die Ecliptik ſich nicht wohl anwenden läßt, es ſey dann, man habe Beobachtungen, die bis auf einzelne Secunden richtig ſind; ſollte aber die Inclination ganz verſchwinden, ſo fände man gar nichts aus dieſer Methode; und überhaupt, je geringer die Neigung, um ſo unſicherer iſt die Berechnung nach dieſer Methode. Dahero ſie bey den Cometen, mit ungemeinen Vortheil kann gebraucht werden, weil dieſe unter ſehr großen Winkeln, ſich gegen die Ecliptik neigen.

§. 6. Wenn wir alſo die Lage der Knoten Linie ſamt der Inclination der Laufbahn als bekannt annehmen, ſo läßt ſich aus jedem beobachteten Orte der wahre Ort durch nach-

folgen-

folgende Aufgabe finden; und obgleich beyde Stücke uns nur beynahe bekannt ſind, ſo ſchadet doch dieſes der Genauigkeit dieſer Auflöſung nichts, weil wir nachgehends eine Methode anführen werden, wie eine ſchon beynahe bekannte Laufbahn durch drey Beobachtungen noch genauer zu beſtimmen iſt.

1. Aufgabe Fig. 13.

Aus der Lage der Knoten Linie, und der Neigung einer Cometen Bahn gegen die Ecliptik, für jeden beobachteten geocentriſchen Ort die heliocentriſche Länge, ſamt dem Abſtand von der Sonne finden.

Auflöſung.

§. 7. Man berechne für die gegebene Zeit den Ort der Sonne, und die Entfernung ST $= c$ von der Erde; und da die Lage der Knoten Linie SN bekannt iſt, ſo wird es auch der Winkel TSN $= s$ ſeyn. Ferners werde nach der beobachteten Länge des Cometen, die Linie TN gezogen, welche die Knotenlinie in N ſchneide, ſo iſt der Winkel STN der Unterſchied zwiſchen den Längen der Sonne, und des Cometen, folglich bekannt. Man ſetze nun STN $= t$, ſo wird SNT $= 180° - s - t. = n$, und im Dreyecke STN wegen allen bekannten Winkeln ſamt der Seite ST $= c$ findet man TN $= \frac{\text{ST fin. } s}{\text{fin. } n}$, und SN $= \frac{\text{ST fin. } t}{\text{fin. } n}$. Nach dieſen Vorausſetzungen ſey der Comet in C, wovon ein Loth Cc auf die Fläche der Ecliptik TSN falle, ſo iſt CTc $= p$ die geocentriſche Breite; aus c werde auf SN der Perpendikel cP gezogen, und mit CP verbunden, ſo ſtellt der Winkel CPc $= i$ die Neigung gegen die Ecliptik vor, woraus nun der Punkt C beſtimmet wird. Dann wenn cN $= x$, und TN $= \frac{c \text{ fin. } s}{\text{fin. } n} = a$ ſo iſt Tc $= a - x$. Ferners im Dreyecke cNP iſt cP $= x$ fin. n, und im Dreyecke CPc wird Cc $= x$ fin. n tang. i, wie auch aus dem Dreyeck CTc wird Cc $= (a - x)$ tang. p, vergleicht man beede Werthe, ſo iſt:

$$x = \frac{a \text{ tang. } p}{\text{tang. } p + \text{fin. } n \text{ tang. } i} = c\text{N. und T}c = \frac{a \text{ fin. } n \text{ tang } i}{\text{tang. } p + \text{fin. } n. \text{ tang. } i}$$

$$= \frac{c \text{ fin. } s \text{ tang. } i}{\text{tang. } p + \text{fin. } n \text{ tang. } i}$$, woraus TC $= \frac{c \text{ fin. } s \text{ tang. } i}{\text{fin. } p + \text{fin. } n \,.\, \text{cof. } p \,.\, \text{tang. } i}$, welches die Entfernung des Cometen von der Erde iſt. Aus dem gefundenen Werthe von cN $= x$, wird PN $= x$ coſ. n; und cP $= x$ fin. n; wie auch SP $=$ SN $-$ NP, woraus tang. cSN $= \frac{c\text{P}}{\text{SP}}$, und S$c$ $= \frac{c\text{P}}{\text{fin. } c\text{SN}} = \frac{\text{SP}}{\text{cof. } c\text{SN}}$. Ferners wird auch tang. CSc $= \frac{\text{C}c}{\text{S}c}$ und folglich kennet man die heliocentriſche Breite CSc, aus welcher die Entfernung des Cometen von der Sonne SC $= \frac{\text{C}c}{\text{fin. CS}c} = \frac{\text{S}c}{\text{cof. CS}c}$. Endlich, weil $\frac{\text{SP}}{\text{SC}} =$ coſ.

CSN, ſo zeigt dieſer Winkel die heliocentriſche Weite des Cometen, vom Knoten N. Da nun die Fläche der Cometen Bahn gegeben iſt, ſo wird aus dem Winkel NSC und der Linie SC, der wahre, aus der Sonne geſehene Ort des Cometen gefunden.

1. Folgerung.

§. 8. Da $\frac{C \sin. s}{\sin. n} = a$; ſo iſt $x = cN = \frac{c \sin. s. \tan g. p}{\sin. n. (\tan g. p + \sin. n. \tan g. i)}$ und $cP = \frac{c. \sin. s. \tan g. p}{(\tan g. p + \sin. n. \tan g. i)}$; folglich $CP = \frac{c. \sin. s. \tan g. p. \cos. i}{\tan g. p + \sin. n. \tan g. i}$.

Ferners iſt $PN = \frac{c. \sin. s. \tan g. p. \cot. n}{\tan g. p + \sin. n. \tan g. i}$, welcher Werth von $SN = \frac{c \sin. t}{\sin. n}$ abgezogen, zurückläßt $SP =$

$$\frac{c. (\sin. t. \tan g. p + \sin. n. \sin. t. \tan g. i - \cos. n. \sin. s. \tan g. p)}{\sin. n. (\tan g. p + \sin n. \tan g. i)}.$$

Weil aber $\sin. t = \sin. n. \cos. s + \cos. n. \sin. s$, ſo iſt $SP = \frac{c\ (\cos. s. \tan g. p + \sin. p. \tan g. i)}{\tan g. p + \sin. n. \tan g. i.}$.

2. Folgerung.

§. 9. Weil nun $\frac{CP}{SP}$ die Tangente des Winkels CSN giebt, ſo iſt, $\tan g. CSN = \frac{\sin. s. \tan g. p}{\cos. i. \cos. s. \tan g. p + \sin. t. \sin. i}$, woraus dann, $\cot. CSN = \frac{\cos. i}{\tan g. s} + \frac{\sin. t. \sin. i}{\sin. s. \tan g. p}$; es wird alſo, aus den Winkeln s, t, i, und p, die Elongation des Cometen, vom Knoten, oder der Winkel CSN gefunden.

3. Folgerung.

§. 10. Man ſetze den gefundenen Winkel CSN $= m$, ſo daß $\cot. m = \frac{\cos. i}{\tan g. s} + \frac{\sin. t. \sin. i}{\sin. s. \tan g. p}$; ſo wird, $\frac{\sin. i}{\tan g. p} = \frac{\sin. s \cot. m}{\sin. t} - \frac{\sin. s. \cos. i}{\sin. t. \tan g. s}$. Weil wir nun gefunden haben, $CP = \frac{c. \sin. s. \tan g. p. \cos. i}{\tan g. p + \sin. n. \tan g. i} = \frac{c. \sin. s}{\cos. i + \sin. n. \sin. i : \tan g. p}$, wenn dieſer letzte Werth, anſtatt $\frac{\sin. i}{\tan g. p}$ geſetzt wird, ſo kömmt, $CP = \frac{c \sin. t}{\cos. i. \cos. n + \sin. n. \cot. m}$.

4. Folgerung.

§. 11. Da ferners $\frac{CP}{\sin. m} = SC$, ſo iſt $SC = \frac{c. \sin. t}{\sin. m \cos. n. \cos. i + \sin. n. \cos. m}$, und ſo wird aus der Entfernung der Erde von der Sonne $ST = c$, ſammt den Winkeln

m, n, i und t die Entfernung SC des Cometen von der Sonne gefunden. Weil aber ſin. m. coſ. $n = \frac{1}{2}$ ſin. $(m+n) + \frac{1}{2}$ ſin. $(m-n)$; coſ. m. ſin. $n = \frac{1}{2}$ ſin. $(m+n) - \frac{1}{2}$ ſin. $(m-n)$ und $\frac{1 + \text{coſ.}\, i}{2} = \text{coſ.}^2 \frac{1}{2} i$ und $\frac{1 - \text{coſ.}\, i}{2} = \text{ſin.}^2 \frac{1}{2} i$, ſo iſt: $CS = \frac{c\ \text{ſin.}\ t}{\text{ſin.}\ (m+n)\ \text{coſ.}^2 \frac{1}{2} i - \text{ſin.}\ (m-n).\ \text{ſin.}^2 \frac{1}{2} i}$.

5. Folgerung.

§. 12. Die Berechnung alſo würde füglicher angeſtellt werden, wenn man zuvor, folgende Werthe ſuchen wollte.

$$\text{cot. CSN} = \frac{\text{coſ.}\ i}{\text{tang.}\ s} + \frac{\text{ſin.}\ t.\ \text{ſin.}\ i}{\text{ſin.}\ s.\ \text{tang.}\ p}$$

$$\frac{ST}{CP} = \frac{\text{coſ.}\ i}{\text{ſin.}\ s} + \frac{\text{ſin.}\ n.\ \text{ſin.}\ i}{\text{ſin.}\ s.\ \text{tang.}\ p};$$

woraus dann, $SC = \frac{CP}{\text{ſin. CSN}}$.

6. Folgerung.

§. 13. Iſt nun aber die Linie CP gefunden, ſo ergiebt ſich hieraus leicht die Entfernung CT des Cometen von der Erde. Dann weil, ſin. $p = \frac{Cc}{cT}$ und ſin. $i = \frac{Cc}{CP}$, ſo iſt $\frac{\text{ſin.}\ p}{\text{ſin.}\ i} = \frac{CP}{CT}$, dahero $CT = \frac{CP\ \text{ſin.}\ i}{\text{ſin.}\ p}$; wir brauchen aber zu unſerem Vorhaben, die Entfernung des Cometen von der Erde nicht.

7. Folgerung.

§. 14. Wenn der Comet in der Ecliptik ſelbſt beobachtet würde, daß deſſen geocentriſche Breite verſchwindet, ſo iſt, cot. CSN $= \infty$, folglich verſchwindet auch der Winkel CSN ſelbſt, der Comet wird alſo in den Punkt N ſich befinden, und ſeine Entfernung von der Sonne wird ſeyn $= \frac{c\ \text{ſin.}\ t.}{\text{ſin.}\ n}$.

8. Folgerung.

§. 15. Wenn die Erde in ihren Knoten iſt, ſo wird der Winkel TSN $= s = o$; in welchem Fall ſowohl CP als auch der Winkel CSN zu verſchwinden ſcheinen. Aber alsdann wird auch tang. $p +$ ſin. n. tang. $i = o$, ſo daß cP und CP dannoch beſtimmte Werthe bekommen, obgleich ihre beiderſeitige Größe ſich nicht angeben läßt. Beobachtungen von dieſer Art ſcheinen zu unſerer Abſicht zwar gänzlich überflüſſig, ſie ſind es aber nicht, dann wenn die Lage der Knoten Linie bekannt iſt, ſo kann hieraus die Neigung der Bahn zu-

verläſſig beſtimmet werden, welche iſt, tang. $i = - \frac{\text{tang. } p}{\text{ſin. } n}$, welches für die Planeten von ausgebreiteten Nutzen wäre.

9. Folgerung.

§. 16. Wenn der Winkel $n = o$, das heißt, wenn die von der Erden aus geſehene Länge des Cometen, mit der heliocentriſchen Länge des Knoten übereinskömmt, ſo werden die Sinuſſe der Winkel s und t gleich ſeyn, und die Entfernung des Cometen von der Erde iſt ſodann, $TC = \frac{c.\,\text{ſin. } s \text{ tang. } i}{\text{ſin. } p}$ und cot. $CSN = \frac{\text{coſ. } i}{\text{tang. } s} + \frac{\text{ſin. } i}{\text{tang. } p}$; endlich, $\frac{ST}{CP} = \frac{\text{coſ. } i}{\text{ſin. } s}$ oder $CP = \frac{\text{ſin. } s}{\text{coſ. } i}.\ ST.$

10. Folgerung.

§. 17. Wenn der Comet zur Zeit der Oppoſition, oder Verbindung mit der Sonne iſt beobachtet worden, ſo wird ſin. $t = o$; und in dieſem Falle iſt: cot. $CSN = \frac{\text{coſ. } i}{\text{tang. } s}$, und $\frac{ST}{CP} = \frac{\text{coſ. } i}{\text{ſin. } s} + \frac{\text{ſin. } i}{\text{tang. } p}$, weil ſin. $n =$ ſin. s.

11. Folgerung.

§. 18. Sollte endlich die Neigung des Cometen gegen die Ecliptik verſchwinden, ſo daß $i = o$, ſo müßte auch die beobachtete Breite p nichts werden, und in dieſem Falle, ließe ſich nichts herausbringen, weil der Bruch $\frac{\text{ſin. } i}{\text{tang. } p} = o$.

12. Folgerung.

§. 19. Aus den beobachteten geocentriſchen Ort, kann man alſo immer deſſen wahren Ort finden, das heißt: die heliocentriſche Elongation von dem Knoten, nebſt der Entfernung von der Sonne, ausgenommen die Erde ſtünde zu Zeit der Beobachtung nahe bey der Knoten Linie.

§. 20. Nimmt man alſo die Knoten Linie, und Neigung als bekannt an, ſo laßen ſich aus drey beobachteten Orten des Cometen, die entſprechende drey wahre Orte in ſeiner Bahn finden. Und da man weiß, daß die Laufbahn ein Kegelſchnitt iſt, deſſen einen Brennpunkt die Sonne einnimmt, ſo läßt ſich aus dieſen drey Punkten, die ganze krumme Linie, durch folgende Aufgabe beſtimmen.

2. Aufgabe. Fig. 14.

Aus drey gegebenen wahren Orten eines Cometen, ſamt deſſen Entfernungen von der Sonne, die ganze Laufbahn finden; nämlich, die Lage der Sonnennähe, die Diſtanz von der Sonne, und den Parameter.

Auflöſung.

§. 21. Die Tafel ſtelle die Fläche vor in welcher ſich der Comet beweget, in S ſeye die Sonne, und ☊ s ☋ die Knoten Linie. F, G, und H ſind die drey wahren Orte des Cometen in ſeiner Bahn, die bekannten Entfernungen von der Sonne ſind, $SF = F$; $SG = g$; $SH = h$; durch vorhergehende Methode kennet man die Winkel FS ☋; GS ☋, und HS ☋, aus welchen $FSG = \phi$; und $FSH = \psi$. Nach dieſen Vorrichtungen, ſey das Perihelium in A, die Axe der Laufbahn ASC; und die ſenkrechte Ordinate BS ſey der halbe Parameter. Setzen wir nun $AS = a$; $BS = b$; $ASF = v$ die wahre Anomalie des Ortes F; ſo iſt folglich $ASG = v + \phi$, und $ASH = v + \psi$, aber aus der Natur der Kegelſchnitte, iſt $f = \frac{ab}{a + (b - a)\,\text{coſ}\, v}$, woraus $a = \frac{bf\,\text{coſ.}\, v}{b - f + f\,\text{coſ.}\, v}$. Eben ſo aus dem zweyten Orte G iſt: $a = \frac{bg\,\text{coſ.}\,(v + \phi)}{b - g + g\,\text{coſ.}\,(v + \phi)}$ und aus den dritten, iſt: $a = \frac{bh\,\text{coſ.}\,(v + \psi)}{b - h + h\,\text{coſ.}\,(v + \psi)}$. Aus der erſten, und zweyten Gleichung wird, $(b - g) f\,\text{coſ.}\, v = (b - f)\, g\,\text{coſ.}\,(v + \phi) = (b - f)\, g\,(\text{coſ.}\, v\,\text{coſ.}\,\phi - \text{ſin.}\, v\,\text{ſin.}\,\phi)$, theilt man alles durch coſ. v, ſo iſt: $(b - g)\, f = (b - f)\, g\,\text{coſ.}\,\phi - (b - f)\, g.\,\text{ſin.}\,\phi\,\text{tang.}\, v$, woraus dann: $\text{tang.}\, v = \text{cot.}\,\phi - \frac{f\,(b - g)}{g\,(b - f)}\,\text{coſ.}\, ac\,\phi = \frac{1}{\text{tang.}\phi} - \frac{f\,(b - g)}{g(b - f)\,\text{ſin.}\phi}$.

Gleichfalls giebt die erſte, und dritte Gleichung: $\text{tang.}\, v = \frac{1}{\text{tang.}\,\psi} - \frac{f\,(b - h)}{h\,(b - f)\,\text{ſin.}\,\psi}$.

vergleicht man beyde Werthe von tang. v, ſo wird:

$$\frac{1}{\text{tang.}\,\phi} - \frac{f\,(b - g)}{g\,(b - f)\,\text{ſin.}\,\phi} = \frac{1}{\text{tang.}\,\psi} - \frac{f\,(b - h)}{h\,(b - f)\,\text{ſin.}\,\psi}$$

oder,

$$\frac{(b - f)}{f.\,\text{tang.}\,\psi} - \frac{(b + g)}{g\,\text{ſin.}\,\phi} = \frac{(b - f)}{f\,\text{tang.}\,\psi} - \frac{(b + h)}{h.\,\text{ſin.}\,\psi},$$

woraus dann:

$$b = \frac{\frac{1}{\text{tang.}\,\phi} - \frac{1}{\text{ſin.}\,\phi} - \frac{1}{\text{tang.}\,\psi} + \frac{1}{\text{ſin.}\,\psi}}{\frac{1}{f.\,\text{tang.}\,\phi} - \frac{1}{g\,\text{ſin.}\,\phi} - \frac{1}{f.\,\text{tang.}\,\psi} + \frac{1}{h.\,\text{ſin.}\,\psi}},$$

welche Formel leicht kann berechnet werden, und mit größerem Vortheile zu gebrauchen iſt, als die gewöhnliche geometriſchen Verzeichnungen ſo man von dieſer Aufgabe hat. Aus dem halben Parameter b, läßt ſich die

die Lage der Abſiden Linie durch den Winkel v beſtimmen, welcher aus einer von folgenden zwo Gleichungen gefunden wird:

$$\text{tang. } v = \frac{1}{\text{tang. } \varphi} - \frac{f\,(b-g)}{g\,(b-f)\sin.\varphi};\quad \text{tang. } v = \frac{1}{\text{tang. } \varphi} - \frac{f\,(b-h)}{h\,(b-f)\sin.\psi};$$

und hieraus die Entfernung im Perihelio, $a = \dfrac{bf \cos. v}{b-f+f\cos. v}$, und auf ſolche Art beſtimmt man die ganze Laufbahn.

1. Folgerung.

§. 22. Wenn wir aus obiger Gleichung: $(b-g)\,f = (b-f)\,g\cos.\varphi - (b-f)\,g\sin.\varphi\,\text{tang. } v$, anſtatt tang. v, den Werth von b ſuchen, ſo wird:

$$b = \frac{fg - fg\cos.\varphi + fg\sin.\varphi\,\text{tang. } v}{f - g\cos.\varphi + g\sin.\varphi\,\text{tang. } v}.$$

Gleichfalls iſt aus der dritten Beobachtung,

$$b = \frac{fh - fh\cos.\psi + fh\sin.\psi\,\text{tang. } v}{f - h\cos.\psi + h\sin.\psi\,\text{tang. } v},$$

vergleicht man nun beyde, ſo erhält man:

$$\begin{aligned} & g\,(1-\cos.\varphi).(f-h\cos.\psi) + g\,(f-h\cos.\psi).\sin.\varphi\,\text{tang. } v \\ & - h\,(1-\cos.\psi)\,(f-g\cos.\varphi) + gh\,(1-\cos.\varphi).\sin.\psi\,\text{tang. } v = 0 \\ & \qquad - h\,(f-g\cos.\varphi)\sin.\psi\,\text{tang. } v \\ & \qquad - gh\,(1-\cos.\psi)\sin.\varphi\,\text{tang. } v \end{aligned}$$

oder, $f\,(g-h) - g\,(f-h)\cos.\varphi + h\,(f-g)\cos.\psi + g\,(f-h)\sin.\varphi\,\text{tang. } v - h\,(f-g)\sin.\psi\,\text{tang. } v = o$ woraus dann gefunden wird:

$$\text{tang. } v = \frac{f\,(h-g) - g\,(h-f)\cos.\varphi + h\,(g-f)\cos.\psi}{h\,(g-f)\sin.\psi - g\,(h-f)\sin.\varphi}.$$

2. Folgerung.

§. 23. Wenn der Winkel $\varphi = 180$, ſo daß FS; FG in einer geraden Linie liegen, und $\sin.\varphi = o$; $\text{tang. }\varphi = o$, wird

$$b = \frac{\dfrac{1}{\text{tang. }\varphi} - \dfrac{1}{\sin.\varphi}}{\dfrac{1}{f\,\text{tang. }\varphi} - \dfrac{1}{g\sin.\varphi}} = \frac{\cos.\varphi - 1}{\dfrac{\cos.\varphi}{f} - \dfrac{1}{g}}.$$

Es iſt aber $\cos.\varphi = -1$, folglich, $b = \dfrac{2fg}{f+g}$, welches auf eine ſchon bekannte Eigenſchaft der Kegelſchnitte führet.

3. Folgerung.

§. 24. Wenn wir den allgemeinen Ausdruck des Parameters durch Linien andeuten, ſo erhalten wir folgenden Lehrſatz, welcher die Natur der Kegelſchnitte nicht wenig erkläret:

Lehr-

Lehrſatz Fig. 15.

Wenn von drey beliebigen Punkten F; G; H eines Kegelſchnittes, gerade Linien FS, GS, HS, auf den einen Brennpunkt S gezogen, und zwey davon G, H, mit dem dritten F durch die Linien GF, HF verbunden werden, und wenn man endlich aus G die Linie GTK parallel mit FS ziehet, welche die Linien HF, HS, in I und *k* ſchneiden; ſo iſt: GI zu (SK+KG—SG), wie SF zum halben Parameter.

Beweis.

§. 25. Man heiße wie vorhin, die Entfernungen FS $= f$; GS $= g$; HS $= h$. und die Winkel FSG $= \varphi$; FSH $= \psi$; ferners falle aus S auf GIK das Loth SL $= r$. Da nun die Winkel GSL; KSL die Ergänzungen der Winkel φ und ψ ſind, ſo iſt GL $= \frac{r}{\text{tang. }\varphi}$; KL $= \frac{r}{\text{tang. }\psi}$; SG $= \frac{r}{\text{ſin. }\varphi}$; SK $= \frac{r}{\text{ſin. }\psi}$. Hieraus nun wird SK+KG—SG $= \frac{r}{\text{ſin. }\psi} + \frac{r}{\text{tang. }\varphi} - \frac{r}{\text{tang. }\psi} - \frac{r}{\text{ſin. }\varphi}$. Man ziehe KM parallel mit HF; ſo iſt, SH : SK = SF : SM oder, $h : \frac{r}{\text{ſin. }\psi} = f :$ SM; woraus dann SM $= \frac{fr}{h\,\text{ſin. }\psi}$, folglich FM = IK $= f - \frac{fr}{h\,\text{ſin. }\psi} = \frac{fr}{r} - \frac{fr}{h\,\text{ſin. }\psi}$. Weil aber SG $= \frac{r}{\text{ſin. }\varphi} = g$ ſo iſt $r = g\,\text{ſin. }\varphi$, und hieraus IK $= \frac{fr}{g\,\text{ſin. }\varphi} - \frac{fr}{h\,\text{ſin. }\psi}$. Folglich,

GI = KG — KI $= \frac{r}{\text{tang. }\varphi} - \frac{r}{\text{tang. }\psi} - \frac{fr}{g\,\text{ſin. }\varphi} + \frac{fr}{h\,\text{ſin. }\psi}$, da wir aber gefunden haben, $b = \dfrac{\frac{1}{\text{tang. }\varphi} - \frac{1}{\text{ſin. }\varphi} - \frac{1}{\text{tang. }\psi} + \frac{1}{\text{ſin. }\psi}}{\frac{1}{f\,\text{tang. }\varphi} - \frac{1}{g\,\text{ſin. }\varphi} - \frac{1}{f\,\text{tang. }\psi} + \frac{1}{h\,\text{ſin. }\psi}} =$

$\dfrac{\frac{r}{\text{tang. }\varphi} - \frac{r}{\text{ſin. }\varphi} - \frac{r}{\text{tang. }\psi} + \frac{r}{\text{ſin. }\psi}}{\frac{r}{\text{tang. }\varphi} - \frac{r}{g.\,\text{ſin }\varphi} - \frac{r}{\text{tang. }\psi} + \frac{fr}{h\,\text{ſin. }\psi}} \cdot f$, ſo iſt der halbe Parameter, $b =$ $\dfrac{\text{SK} + \text{KG} - \text{SG}}{\text{GI}} \cdot$ SF, folglich GI : SF = SK + KG — SG zum halben Parameter.

§. 26. Bisher haben wir die zwiſchen den Beobachtungen verfloſſenen Zeiten nicht betrachtet; jetzt aber können wir aus der ſchon bekannten Laufbahn die Zeiten beſtimmen, in welchen der Comet vom Perihelium A zu jeden der drey Punkte F, G, H. gelangen

mußte, woraus dann die Zeit von einer Beobachtung zu der andern ſich von ſelbſt ergiebt. Stimmen nun dieſe Zeiten mit den beobachteten überein, ſo iſt es ein gewiſſes Zeichen, daß die Lage der Knoten Linie, und die Neigung der Bahn richtig angenommen ſey; weichen ſie aber von den beobachteten ab, ſo zeigt dieſes, daß in einem von beyden Stücken iſt gefehlet worden. Iſt dieſer Fehler nicht ſehr beträchtlich, (und er kann es nicht ſeyn, weil wir dieſe Elementen ſchon durch die erſte Methode ziemlich genau kennen,) ſo läßt er ſich durch ſeine Abweichung von den Beobachtungen ſelbſt verbeſſern, und weil wir zwey Unterſchiede der Zeit haben, die mit den berechneten können verglichen werden, ſo entſtehen hieraus zwey Gleichungen, durch welche die begangenen Fehler zu verbeſſern ſind. Man bedarf alſo nur drey Beobachtungen, um die wahre Bahn eines Cometen zu beſtimmen.

§. 27. Kennet man nun einmal durch vorhergehende Methode die Laufbahn des Cometen überhaupt, ſo weiß man auch die Lage der Knoten Linie, und die Neigung gegen die Ecliptik mit hinlänglicher Genauigkeit, für unſere Abſicht. Man dürfte ſelbſt die Berechnung nicht mit vieler Strenge führen, ſondern eine geometriſche Verzeichnung wäre ebenfalls genug, und würde das ganze Verfahren nicht wenig abkürzen. Iſt man endlich ſo weit gekommen, daß man die Lage der Knoten Linie, und die Neigung ziemlich beynahe weiß, ſo kann man ſich gleich folgender Methode bedienen.

3. Aufgabe.

Aus der ſchon beyläufig bekannten Knoten Linie, und der Neigung auf die Ecliptik die wahre Laufbahn durch drey Beobachtungen genau beſtimmen.

Auflöſung.

§. 28. Die durch vorhergehende Methode gefundene Länge des aufſteigenden Knoten ſey $= l$, und die Neigung der Bahn auf die Ecliptik $= n$. Man wähle ſich nun drey Hypotheſen, in der erſten heiße die Länge des Knoten, und die Neigung wie vorhin; in der zweyten ſey die Länge $= l$ die Neigung aber $n + \eta$, (wo man für η einen, zwey, oder mehr Grade kann gelten laßen, nachdem man den Fehler kleiner, oder größer ſchätzet;) In der dritten endlich heiſſe die Länge des Knoten $l + \lambda$ und die Neigung $= n$, (allwo von λ eben das gilt, was von η geſagt worden.) je genauer man alſo die Werthe von l und n kennet, deſto kleiner darfen η und λ angenommen werden, wenn nur die wahre Laufbahn in den drey Hypotheſen enthalten iſt. Ferners ſuche man drey ſehr weit von einander entfernte Beobachtungen, wo man aber ſorgen muß, keine ſolche zu nehmen, wo die Erde der Knoten Linie ſchon nahe geſtanden hat.

Für die Zeiten dieſer Beobachtungen werden die Orte der Sonne, nebſt ihren Diſtanzen von der Erde berechnet, und nach der erſten Aufgabe dieſes Anhanges für jede Hypotheſe, die Entfernungen des Cometen von der Sonne, und ſeine Elongationen von der Knoten Linie; iſt dieſes geſchehen, ſo ſuche man durch die vorhergehende Aufgabe die Laufbahn des Cometen für jede Hypotheſe, wo wir dann drey verſchiedene Bahnen bekommen, zwiſchen welchen die wahre enthalten ſeyn muß. Um dieſe zu beſtimmen, ſuche man die zwiſchen den Beobachtungen verfloſſenen Zeiten, nach einer jeden Hypotheſe. Es ſey alſo T

die

die Zeit von der erſten, zu der zweyten Beobachtung, die aus der erſten Hypotheſe gefunden wird; $T + p$ die Zeit aus der zweyten, $T + z$ die Zeit aus der dritten Hypotheſe; die beobachtete Zeit ſey aber $T + k$; ferners in der wahren Laufbahn ſey die Länge des aufſteigenden Knoten $l + x$, die Neigung $n + y$, ſo ſetze man:

	I. Hypotheſe	II.	III.	wahre Laufbahn
Länge des Knoten =	l	l	$l + \lambda$	$l + x$
Neigung =	n	$n + \eta$	n	$n + y$
Zeit von der I zur II Beobachtung =	T	$T + p$	$T + q$	$T + k$

Nun kann man folgendermaſſen urtheilen. Wenn wir die Neigung n und η vermehren, ſo wird die Zeit T um p vergröſſert, und der Zuwachs y der Neigung giebt den Zuwachs der Zeit $= \frac{py}{\eta}$: weil ferners die Vermehrung λ des Knoten die Zeit um q vermehret, ſo wird die Vermehrung x des Knoten l die Zeit um $\frac{qx}{\lambda}$ vergröſſern; es iſt folglich in der wahren Laufbahn die Zeit von der erſten zur zweyten Beobachtung, $= T + \frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda}$, welches der beobachteten Zeit $T + k$ gleich ſeyn muß, alſo: $\frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda} = k$. Eine ähnliche Gleichung findet man aus der Zeit von der erſten zur dritten Beobachtung, und aus dieſen giebt ſich der Werth von x und y, wie auch die wahre Größe von $l + x$ und $n + y$. Da endlich aus dem Vergleich der drey angenommenen Hypotheſen erhellet, was für eine Veränderung die Vermehrungen η und λ ſowohl in dem Parameter b, als auch in der Entfernung im Perihelio a, ferners in der wahren Anomalie v für die erſte Beobachtung, und in der Zeit vom Perihelio bis auf die erſte Obſervation hervorgebracht haben, ſo kann man leicht aus x und y beſtimmen, wie groß dieſe Vermehrungen ſeyn müſſen. Und auf dieſe Art läßt ſich der Parameter der wahren Laufbahn, die Entfernung im Perihelio von der Sonne ſowohl, als von den Orten der Beobachtungen, und endlich die Zeit des Perihelium leicht finden.

1. Folgerung.

§. 29. Aus den gefundenen wahren Anomalien eines Cometen, für jede Beobachtung kann man die Zeit, um welche ſie von dem Augenblicke des Perihelium unterſchieden ſind, ebenfalls angeben. Dann wenn die Entfernung von der Sonne im Perihelium $= a$, der hal-

halbe Parameter = b, die wahre Anomalie = v, ſo ſetze man: $\frac{2a - b}{b} = n$, wo n bey paraboliſchen Laufbahnen eine ſehr kleine Zahl ſeyn wird; und t = tang. $\frac{1}{2}v$, und ſuche den Werth von dieſer Reihe:

$$S = t + \tfrac{1}{3}t^3 - \tfrac{2}{5}nt^5 + \tfrac{3}{7}n^2t^7 - \tfrac{4}{9}n^3t^9 + \tfrac{5}{11}n^4t^{11}$$

$$+ \tfrac{3}{5}n^2t^5 - \tfrac{4}{7}n^3t^7 + \tfrac{5}{9}n^4t^9 - \tfrac{6}{11}n^5t^{11}$$ &c. woraus die periodiſche Zeit in Tägen ausgedrückt ſeyn wird = $\frac{a^2}{m\sqrt{b}}S$. wo $m = 271989,739$ und L.m = 5,4345525139.

2. Folgerung.

§. 30. Wenn die auf ſolche Art gefundene Verbeſſerungen x und y zu groß herauskommen ſollten, ſo würden ſie auch nicht ſehr genau ſeyn. Wir ſetzten zwar, daß die Veränderungen aus dem Anwachſe von der Länge des Knoten, und der Neigung der Bahn dem Anwachſe ſelbſt proportional ſind, dieſes aber kann nur in der Vorausſetzung gelten, wenn die Anwüchſe ganz klein ſind. Unterdeſſen iſt doch dieſe Arbeit nie fruchtlos, und führet uns immer auf eine genauere Kenntniß der Knoten Linie, und der Neigung, wodurch wir im Stande ſind, neue Hypotheſen mit mehr Zuverläßigkeit zu machen; und wird die vorhin angeſtellte Berechnung wiederholet, ſo gelangen wir endlich zur Laufbahn des Cometen ſo genau, als die bey den Beobachtungen, unvermeidlichen Fehler es geſtatten können.

§. 31. Dieſer Methode bediente ich mich, um die vorhin gefundene Bahn des Cometen zu verbeſſern. Da aber die damals vorräthigen Beobachtungen zu ſehr vom Perihelio entfernet waren, ſo konnte die herausgebrachte Neigung der Bahn nicht anders als ſehr unſicher herauskommen, weil die kleinſte Veränderung in der Diſtanz des Cometen von der Erde einen Unterſchied von einigen Graden hervorbrachte. Ich mußte alſo die Berechnung zweymal anfangen, davon die erſte mir gleich zeigte, daß die Neigung um viel kleiner ſey, als ich vermuthete, und kaum 47° überſteige. Zu der zweyten bediente ich mich aus den Beobachtungen des berühmten Hr. Caſſini, der erſten und letzten, weil ſie weit von einander entfernet ſind, und der Comet bey der letzten nahe am Perihelium war, wo folglich wegen ſeines geſchwinden Laufes der geringſte Fehler einen ſehr merklichen Unterſcheid verurſachen mußte; zu dieſem wählte ich noch die vorletzte, und ob ſie gleich der letzten ſehr nahe iſt, ſo beſchrieb doch der Comet während dieſer Zeit einen ſehr beträchtlichen Winkel, daß alſo dieſe drey Punkte mir beſonders tauglich ſchienen, die Laufbahn mit Sicherheit zu beſtimmen. Dieſe zweyte Berechnung will ich nun ganz hieherſetzen, mit Weglaſſung der erſteren, welche nach dieſer Vorſchrift leicht kann angeſtellet werden.

Für Paris mittlere Zeit.

1743.	Länge des Com.	Breite nördlich	
Decembr. 21. 6h. 57′	0ſ. 22°. 23′. 0″.	16°. 18′. 57″.	= *p*.
Länge der Sonne =	8 . 29 . 36 . 0	4, 992675	= L. ST
t = STN =	3 . 22 . 47 . 0	112°. 47′. 0″	
	I. Hypotheſe.	II.	III.
i =	46. 50. 0″	47. 10. 0	46. 50. 0
heliocentriſche Länge des ☊ =	1ſ. 15. 50. 0	1ſ. 15. 50. 0	1ſ. 16. 10. 0
Länge der Erde =	2 . 29. 36. 0	2 . 29. 36. 0	2 . 29. 36. 0
s = TSN =	43. 46. 0	43. 46. 0	43. 26. 0
t = STN =	112. 47. 0	112. 47. 0	112. 47. 0
s + *t* =	156. 33. 0	156. 33. 0	156. 13. 0
n = SNT =	23. 27. 0	23. 27. 0	23. 47. 0
von L. coſ. *i* =	9, 835134	9, 832425	9, 835134
abgezogen { L. tang. *s* =	9, 981297	9, 981297	9, 976238
abgezogen { L. ſin. *s* =	9, 839932	9, 839932	9, 837279
L. coſ. *i* : tang. *s* =	9, 853837	9, 851128	9, 858896
L. coſ. *i* : ſin. *s* =	9, 995202	9, 992493	9, 997855
zu L. tang. *p* =	9, 466453	9, 466453	9, 466453
addirt L. ſin. *s* =	9, 839932	9, 839932	9, 837279
	9, 306385	9, 306385	9, 303732
L. ſin. *i* =	9, 862946	9, 865302	9, 862946
	0, 556561	0, 558917	0, 559214
addirt { L. ſin. *t* =	9, 964719	9, 964719	9, 964719
addirt { L. ſin. *n* =	9, 599827	9, 599827	9, 605606
L. ſin. *t*. ſin. *i* : ſin. *s*. tang. *p* =	0, 521280	0, 523636	0, 523933
L. ſin. *n*. ſin. *i* : ſin. *s*. tang. *p* =	0, 156388	0, 158744	0, 164820
coſ. *i* : tang. *s* =	0, 714228	0, 709787	0, 722597
ſin. *t*. ſin. *i* : ſin. *s*. tang. *p* =	3, 321080	3, 339160	3, 341440
cot. CSN =	4, 035308	4, 048947	4, 064037
L. cot. CSN =	10, 605876	10, 607342	10, 608958

Alſo

Alſo CSN =	13°. 55′. 5″.	13°. 52. 25″.	13°. 49′. 25″
coſ. *i* : ſin. *s* =	0, 989015	0, 982865	0, 995075
ſin. *n* . ſin. *i* : ſin. *s* . tang. *p* =	1, 433470	1, 441270	1, 461576
	2, 422485	2, 424135	2, 456651
L. =	0, 384260	0, 384556	0, 390343
von L. ST =	4, 992675	4, 992675	0, 992675
L. CP =	4, 608415	4, 608119	4, 602332
abgezogen L. ſin. CSN =	9, 381170	9, 379810	9, 378270
L. SC =	5, 227245	5, 228309	5, 224062
SC =	168754	169165	167518

II. Beobachtung.

1744.	Länge des Com.	nördliche Breite.	
Hornung $25^{h}. 5'. 36''$	11ˢ.9°.52′.46″.	14°. 39′. 7″	= *p*.
Länge der Sonne =	11 .6 .31 .37 .	4, 996003	= L. ST.
t = STN =	3°.21′.10″.		
Neigung der Bahn = *i* =	46°. 50′. 0″.	47°. 10′. 0″	46°. 50′. 0″
heliocentriſche Länge des ☊ =	1ˢ.15°.50′. 0 .	1ˢ.15°.50′. 0″.	1ˢ.16°.10′. 0″
Länge der Erde =	5 . 6 . 31 . 40 .	5 . 6 . 31 . 40 .	5 . 6 . 31 . 40
s = TSN =	3 . 20 . 41 . 40 .	3 . 20 . 41 . 40 .	3 . 20 . 21 . 40
t = STN =	3 . 21 . 10 .	3 . 21 . 10 .	3 . 21 . 10
s + *t* =	3 . 24 . 2 . 50 .	3 . 24 . 2 . 50 .	3 . 23 . 42 . 50
n = SNT =	65 . 57 . 10 .	65 . 57 . 10 .	66 . 17 . 10
von L. coſ. *i* =	9, 835134	9, 832925	9, 835134
abgezogen { L. — tang. *s* =	10, 422787	10, 422787	10, 430481
L. ſin. *s* =	9, 971034	9, 97 034	9, 971980
L. — coſ. *i* : tang. *s* =	9, 412347	9, 409638	4, 404653
L. coſ. *i* : ſin. *s* =	9, 864100	9, 861891	9, 863154
zu L. tang. *p* =	9, 417386	9, 417386	9, 417386
addirt L. ſin. *s* =	9, 971034	9, 971034	9, 971980

zu

	9, 388420	9, 388420	9, 389366
zu L. ſin. i =	9, 822946	9, 865302	9, 862946
	0, 474526	0, 476882	0, 473580
addirt { L. ſin. t =	8, 767038	8, 767038	8, 767038
addirt { L. ſin. n =	9, 960571	9, 960571	9, 961689
L. ſin. t. ſin. i : ſin. s. tang. p =	9, 241564	9, 243920	9, 240618
L. ſin. n. ſin. i : ſin. s. tang. p =	0, 435097	0, 437453	0, 435269
— coſ. i : tang. s =	0, 258433	0, 256826	0, 253895
ſin. t. ſin. i : ſin. s. tang. p =	0, 174407	0, 175356	0, 174027
— cot. CSN =	0, 084026	0, 081470	0, 079868
L. — cot. CSN =	8, 924414	8, 910998	8, 902373
Alſo, CS ☋ =	85°. 11′. 45″.	85°. 20′. 35″.	85°. 26′, 0″
coſ. i : ſin. s =	0, 731308	0, 726760	0, 729716
ſin. n. ſin. i : ſin. s. tang. p =	2, 723313	2, 738135	2, 724390
	3, 454621	3, 464895	3, 454106
L. =	0, 538400	0, 539690	0, 538335
von L. ST =	4, 996003	4, 996003	4, 996003
L. CP =	4, 458603	4, 456313	4, 457668
abgezogen L. ſin. CS ☋ =	9, 998471	9, 998564	9, 998619
L. SC =	4, 460132	4, 457749	4, 459049
SC =	28849	28691	28777

III. Beobachtung.

1744.	Länge des Comet.	Breite, nördlich.	
Hornung 29. 18^{h}. 57″	11^{s}. 2°. 32′. 0″.	6°. 28′. 21″	= p
Länge der Sonne =	11. 11. 5. 40.	4, 996506	= L. ST.
— t = STN =	8. 33. 40.		
i =	46°. 50′. 0.	47°. 10′. 0″.	46°. 50′. 0″
heliocentriſche Länge des ☊ =	1^{s}. 15°. 50. 0.	1^{s}. 15. 50. 0.	1^{s}. 16°. 10. 0″
Länge der Erde =	5. 11. 5. 40.	5. 11. 5. 40.	5. 11. 5. 40
s = TSN =	3^{s}. 25°. 15′. 40″.	3^{s}. 25°. 15. 40′	3^{s}. 24°. 55′. 40″
— t = STN =	8°. 33′. 40″,	8°. 33′. 48″	8°. 33′. 40′,

$s + t$ =

s+t =	3ˢ. 16°. 42′. 0″.	3ˢ. 16°. 42′. 0″.	3ˢ. 16°. 22′. 0″
n = SNT =	73°. 18. 0.	73. 18. 0.	73. 38′. 0″
von L. coſ. *i* =	9, 835134	9, 832425	9, 835134
abgezogen { L. tang. *s* =	10, 326180	10, 326180	10, 332758
L. ſin. *s* =	9, 956347	9, 956347	9, 957531
L. — coſ. *i*: tang. *s* =	9, 508954	9, 506245	9, 502376
L. coſ. *i* ſin. *s* =	9, 878787	9, 876078	9, 877603
zu L. tang. *p* =	9, 054784	9, 054784	9, 054784
addirt L. ſin. *s* =	9, 956347	9, 956347	9, 957531
	9, 011131	9, 011131	9, 012315
L. ſin. *s* =	9, 862946	9, 865302	9, 862946
	0, 851815	0, 854171	0, 850631
addirt { L. — ſin. *t* =	9, 172790	9, 172790	9, 172790
L. ſin. *n* =	9, 981285	9, 981285	9, 982035
L. — ſin. *t*. ſin. *i* : ſin. *s* : tang. *p* =	0, 024605	0, 026961	0, 023421
L. ſin. *n*. ſin. *i* : ſin. *s* ; tang. *p* =	0, 833100	0, 835456	0, 832666
— coſ. *i*: tang. *s* =	0, 322815	0, 320808	0, 317963
— ſin. *t*. ſin. *i*; ſin. *s* tang. *p* =	1, 058290	1, 064050	1, 055410
— cot. CSN =	1, 381105	1, 384858	1, 373373
L. — cot. CSN =	10, 140226	10, 141405	10, 137788
Alſo CS ♌ =	35°. 54′. 25″.	35°. 50′. 0″.	36°. 3′. 35″
coſ. *i*: ſin. *s* =	0, 756462	0, 751759	0, 754404
ſin. *n*. ſin. *i*: ſin. *s*. tang. *p* =	6, 809265	6, 846300	6, 802460
	7, 565727	7, 598059	7, 556864
	0, 878850	0, 880702	0, 878341
von L. ST =	4, 996506	4, 996506	4, 996506
L. CP =	4, 117656	4, 115804	4, 118165
abgezogen L. ſin. CS ☋ =	9, 768246	9, 767474	9, 769840
L. SC =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
SC =	22357	22301, ½	22301

1744.

1744.			
Hornung. 29. 18. 57'; f =	22357	22301½	22301
L. SF = L. f =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
☋ SF° =	35°. 54'. 25".	35°. 50'. 0"	36°. 3'. 25".
Hornung. 25. 5h. 36'; g =	28849	28691	28777
L. SG = L. g =	4, 460132	4, 457749	4, 459049
☋ SG =	85°. 11'. 45".	85°. 20'. 35"	85°. 26'. 0".
1743.			
Decembr. 21. 6h. 57'; h =	168754	169165	167518
L. SH = L. h =	5, 227245	5, 228309	5, 224062
☋ SH =	166°. 4'. 55".	166°. 7'. 35"	166°. 10'. 35".
FSG = φ =	49. 17'. 20".	49. 30'. 35"	49. 22'. 25".
FSH = ψ =	130. 10. 30.	130. 17'. 35"	130. 7. 0.
180 − ψ = χ =	49. 49. 30.	49. 42. 25	49. 53. 0.
L, $\frac{1}{\text{tang. } \chi}$ = L. cot. χ =	9, 926506	9, 928321	9, 925609
L. f =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
L. $\frac{1}{f \text{ tang. } \chi}$ =	5, 577096	5, 579991	5, 577284
L. ſin. χ =	9, 883137	9, 882380	9, 883510
L. $\frac{1}{\text{ſin. } \chi}$ =	0, 116862	0, 117619	0, 116489
L. h =	5, 227245	5, 228309	5, 224062
L. $\frac{1}{h \text{ ſin. } \chi}$ =	4, 889617	4, 889310	4, 892427
L. $\frac{1}{\text{tang. } \varphi}$ =	9, 934737	9, 931342	9, 933437
L. f =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
L. $\frac{1}{f \text{ tang. } \varphi}$ =	5, 585327	5, 583012	5, 585112

L. ſin. φ =	9, 879674	9, 881109	9, 880225
L. $\frac{1}{\text{ſin. } \varphi}$ =	0, 120325	0, 118890	0, 119774
L. g =	4, 460132	4, 457749	4, 459049
L. $\frac{1}{g \text{ ſin. } \varphi}$ =	5, 660193	5, 661141	5, 660725
1 : tang. χ =	0, 844319	0, 847854	0, 842576
1 : ſin. χ =	1, 308770	1, 311055	1, 307643
1 : tang. φ =	0, 860472	0, 853772	0, 857900
	3, 013561	3, 012681	3, 008119
1 : ſin. φ =	1, 319246	1, 314892	1, 317573
der Zähler =	1, 694315	1, 697789	1, 690546
L. des Zählers =	0, 228994	0, 229883	0, 228026
1 : f tang. χ =	377656	380182	377820
1 : f tang. φ =	384882	382835	384691
1 : h ſin. χ =	77556	77502	78060
	840094	840519	840571
1 : g ſin. φ =	457292	458291	457852
der Nenner =	382802	382228	382719
L. des Nenners =	5, 582974	5, 582322	5, 582879
L. des Zählers =	0, 228994	0, 229883	0, 228026
L. h =	4, 646020	4, 647561	4, 645147
h =	44261	44418	44172
g =	28849	28691	28777
f =	22357	22301	23301
$h - g$ =	15412	15727	15395
$h - f$ =	21904	22117	21871
L. f =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
1 : g ſin. φ =	5, 660193	5, 661141	5, 660725
L. $h - g$ =	4, 187159	4, 196646	4, 187380

	4, 196762	4, 206117	4, 196430
L. $(b - f)$ =	4, 340523	4, 344726	4' 339869
	9, 856239	9, 861391	9, 856561
Der Zähler =	0, 718190	0, 726760	0, 718723
cot. φ =	0, 860472	0, 853772	0, 857900
tang. v =	0, 142282	0, 127012	0, 139177
L. tang. v =	9, 153150	9, 103844	9, 143566
v =	8°. 5'. 50".	7°. 14'. 10".	7°. 55'. 20".
L. coſ. v =	9, 995648	9, 996527	9, 995835
L. f =	4, 349410	4, 348330	4, 348325
L. f coſ. v =	4, 345058	4, 344857	4, 344160
L. b =	4, 646020	4, 647561	4, 645147
L. des Zählers =	8, 991078	9, 992518	9, 989307
f coſ. v =	22134	22123	22088
$h - f$ =	21904	22117	21871
Der Nenner =	44038	44240	43959
L. des Nenners =	4, 643827	4, 645815	4, 643048
L. des Zählers =	8, 991078	8, 992418	9, 989307
L. a =	4, 347251	4, 346603	4, 346259
a =	22246	22213	22195
$2a$ =	44492	44426	44390
b =	44261	44418	44172
$(2a - b)$ =	231	8	218
L. $(2a - b)$ =	2, 363612	0, 903090	2, 338456
L. b =	4, 646020	4, 647561	4, 645147
L. n =	7, 717592	6, 255529	7, 693309
L. a^2 =	8, 694502	8, 693206	8, 692518
L. $\sqrt{b}$ =	2, 323010	2, 323780	2, 322573
	6, 371492	6, 369426	6, 369945
L. m =	5, 434553	5, 434553	5, 434553

L. N =

L. N =	0, 936939	0, 934873	0, 935392
$\frac{1}{2}v$ =	4°. 2′. 55″.	3°. 37′. 5″.	3°. 57′. 47″.
L. t =	8, 849906	8, 800928	8, 840387
L. t^3 =	6, 549718	6, 402784	6, 521161
L. 3 =	0, 477121	0, 477121	0, 477121
L. $\frac{1}{3}t^3$ =	6, 072597	5, 925663	6, 044040
L. N =	0, 936939	0, 934873	0, 935392
L. Nt =	9, 786845	9, 735801	9, 775779
L. $\frac{1}{3}$Nt^3 =	7, 009536	6, 860536	6, 979432
Nt =	0, 61213	0, 54425	0, 59673
$\frac{1}{3}$Nt^3 =	0, 00102	0, 00072	0, 00095
	0, 61315	0, 54497	0, 59768
Vom Perihelio zur I. Beobachtung. .	$14^{h}\ 42'$.	$13^{h}\ 5'$.	$14^{h}\ 20'$.
das Perihel. 1744. März........	29. 18. 57.	29. 18. 57.	29. 18. 57.
	$1^{T}.\ 9^{h}.\ 39'$.	$1^{T}.\ 8^{h}.\ 2'$.	$1^{T}.\ 9^{h}.\ 17'$.
$\frac{1}{2}v$ =	4°. 2′. 55″.	3°. 37′ 5″	3°. 57′. 40″.
$\frac{1}{2}\varphi$ =	24. 38. 40.	24. 45. 17″$\frac{1}{2}$	24. 41. 12″.
$\frac{1}{2}v^{I}$ =	28°. 41′. 35″.	28°. 22′. 20″	28°. 38′. 50″.
L. t =	9, 738250	9, 732551	9, 737421
L. t^3 =	9, 214750	9, 197353	9, 212263
L. 3 =	0, 477121	0, 477121	0, 477121
L. $\frac{1}{3}t^3$ =	8, 737629	8, 720232	8, 735142
L. t^5 =	8, 691250	8, 662255	8, 687105
L. n =	7, 717592	6, 255529	7, 693309
L. nt^5 =	6, 408842	5, 977784	6, 380414
L. n^2t^5 =	4, 126434	2, 173313	4, 073723
t =	0, 54733	0, 54007	0, 54629
$\frac{1}{3}t^3$ =	0, 05465	0, 05251	0, 05434
	0, 60198	0, 59258	0, 60063
abgezogen $\frac{2}{5}nt^2$ =	0, 00010	0, 00003	0, 00010

S =	0, 60188	0, 59255	0, 60053
L. S =	9, 779510	9, 772725	9, 778535
L. N =	0, 936939	0, 934873	0, 935392
	0, 716449	0, 707598	0, 713927
Vom Perihelio zur II. Beobachtung.	5, 2053	5, 1003	5, 1752
zur I. Beobachtung.	0, 6131	0, 5449	0, 5977
von I. Beobachtung zur II.	4, 5922	4, 5554	5, 5775
$\frac{1}{2} v$ =	4°. 2'. 55".	3°. 37'. 5".	3°. 57'. 40".
$\frac{1}{2} \psi$ =	65. 5'. 15".	65. 8'. 37".	65. 3. 30.
$\frac{1}{2} v''$ =	139. 8. 10.	69. 45. 40.	69. 1. 10".
L. =	0, 418914	0, 410435	0, 416263
L. t^3 =	1, 256742	1, 231305	1, 248789
L. 3 =	0, 477121	0, 477121	0, 477121
L. $\frac{1}{3} t^3$ =	0, 779621	0, 754184	0, 771668
L. t^5 =	2, 094570	2, 052175	2, 081315
L. n =	7, 717592	6, 255529	7, 693309
L. $n t^5$ =	9, 812162	8, 307704	9, 774624
L. $n^2 t^5$ =	7, 529754	4, 563233	7, 467933
L. t^2 =	0, 837828	0, 820870	0, 832526
L. $n^2 t^7$ =	8, 367582	5, 384103	8, 300459
L. n =	7, 717592	6, 255529	7, 693309
L. $n^3 t^7$ =	6, 085174	1, 639632	5, 993768
L. t^2 =	0, 837828	0, 820870	0, 832526
L. $n^3 t^9$ =	6, 923002	2, 460502	6, 826294
L. n =	7, 717592		0, 693309
L. $n^4 t^9$ =	4, 640594		4, 519603
L. $n^4 t''$ =	5, 478422		5, 352129
t =	2, 62370	2, 57297	2, 60774
$+ \frac{1}{8} t^3$ =	6, 02034	5, 67785	5, 91110

— $\frac{1}{7}$

	8, 64404	8, 25082	8, 51884
$-\frac{2}{5}\, n\, t^5 =$	0, 25956	0, 00812	0, 23806
	8, 38448	8, 24270	8, 28078
$+\frac{2}{5}\, n^2\, t^5 =$	203		176
	8, 38651	8, 24270	8, 28254
$+\frac{3}{7}\, n^2\, t^7 =$	1000	1	856
	8, 39651	8, 24271	8, 29110
$-\frac{4}{7}\, n^3\, t^7 =$	0, 00007		0, 00005
	8, 39644	8, 24271	8, 29105
$-\frac{4}{9}\, n^3\, t^9 =$	0, 00037		0, 00029
	8, 39607	8, 24271	8, 29076
$+\frac{5}{11}\, n^4\, t^4 =$	1		1
S =	8, 39608	8, 24271	8, 29077
L. S =	0, 924076	0, 916070	0, 918595
IN =	0, 936939	0, 934873	0, 935392
von Perihelio zur III. Beobachtung.	1, 861015	1, 850943	1, 853987
oder	72, 6131	70, 9485	71, 4475
zur I. Beobachtung	0, 6131	5, 5449	0, 5977
von I. Beobachtung zur III.	72, 0000	70, 4036	70, 8498

§. 32. Wenn wir alſo die §. 28. gegebene Verbeſſerung gebrauchen wollen, ſo wird; $l =$ 1ˢ. 15°. 20′. 0″, und $i = 46°. 50′. 0″.$, wie auch $\lambda = 20'$ und $\eta = 20'$; man ſetze alſo für die wahre Laufbahn, die Länge des aufſteigenden Knoten ☊ = 1ˢ. 15°. 50′ + x, die Neigung = 46°. 50′. + y Der Unterſchied der Zeit von der erſten bis zur zweyten Beobachtung war; 4ᵀ. 13ʰ. 21′. = 4, 5562 Täge. Die Rechnung aber giebt:

Zeit von der I. zur II. Beobachtung.	4, 5922	4, 5554	4, 5775
T+K =	4, 5562	4, 5922	4, 5922
	K = − 360; p	= − 368; q =	− 147.

Da nun $\frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda} = K$, ſo iſt, $360 = 18, 4\, y + 7, 3\, x$. Auf gleiche Art, da die Zeit von der erſten, zur zweyten Beobachtung = 70ᵀ. 12ʰ. = 7, 5000 und nach den Hypotheſen.

Die Zeit von der I. Beobachtung zur III.	I. Hypotheſe	II.	III.
	72, 0000	70, 4036	70, 8498
T+K =	70, 5000	72, 0000	72, 0000
K =	− 1, 50000; p	= − 1,5964; q	= − 1, 1502

ſo

ſo iſt 15000 = 798, 2 y + 575, x. Aus der erſten Gleichung wird x = 49, 3 — 2, 5 y, welcher Werth in die zweyte geſetzt, giebt, 63959 = 133524, woraus y = 20′. 53′. und x = — 3′. 45″. Dahero für die wahre Laufbahn des Cometen.

Die Länge des aufſteigenden Knoten = 1ˢ. 15°. 46′. 6″
Die Neigung der Bahn. = 47°. 10′. 53″.

§. 33. Die übrigen Elementen werden durch Interpoliren gefunden.

	I. Hypotheſe	II.	III.
a =	22246	22213	22195
		22246	22246

p = — 33, q = — 51.

Da nun, die zu a zu addirende Größe $K = \frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda}$ ſo wird: K = — 34 + 10 = — 24, dahero a = 22222 ſehr genau; ferners iſt auch:

	Hypotheſe I.	II.	III.
b =	44261	44418	44172
		44261	44261

p = 157; q = — 89 man muß folglich zu b addiren den Werth von $K = \frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda}$, oder K = 164 + 17 = 181, daher dann b = 44442.

	I.	II.	III.
	T h ′	T h ′	T h ′
Der Comet gieng durch das Perihelium 1744 den März.	1. 9. 39′	1. 8. 2′	1. 9. 17′
		1. 9. 39	1. 9. 39

p = — 1, 37; q = — 22′.

Dahero iſt $K = \frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda}$ = — 1ʰ. 38′, und folglich iſt die wahre Zeit des Perihelium, 1744. März, 1ᵀ. 8ʰ. 2′. Endlich iſt:

	I.	II.	III.
I. Beobachtung die wahre Anomalie =	8°. 5′. 50″.	7°. 14′. 10″.	7°. 55′. 20″
I. Beobacht. Diſtanz von ☋ Knoten =	35°. 54′. 25″	35°. 50′. 0.	36°. 3′. 35″
Diſtanz des ☋ von Perihelio =	27°. 48. 35″.	28°. 35′. 50″.	28°. 8′. 15″
		27°. 48′. 35″.	27. 48′. 35″

p = 47. 15; q = 19, 40. Dahero dann.

$K = \frac{py}{\eta} + \frac{qx}{\lambda}$ = 45′. 33″. Es wird alſo die Entfernung des abſteigenden Knoten von Perihelio ſeyn: 28°. 34′. 8″. Aus allen dieſen folgt nun die Beſtimmung der wahren Laufbahn dieſes Cometen, nämlich:

I. Di-

I. Diſtanz von der Sonne, im Perihelio	$= a =$	22222
	$\mathrm{L}\ a =$	4, 346783
II. Der halbe Parameter	$= b =$	44442
	$\mathrm{L.}\ b =$	4, 647793

III. Zeit des Perihelium: 1744. März 1ᵗ. 8ʰ. 2′. mittlere Zeit.

IV. Diſtanz des abſteigenden Knoten, von Perihelio = AS ☋ =	28°. 34′. 8″.
V. Länge des aufſteigenden Knoten ☊ =	1ˢ. 15°. 46′. 6″.
VI. Neigung der Bahn auf die Ecliptik =	47°. 10′. 53″.

§. 34. Die Laufbahn dieſes Cometen, iſt von der Parabel ſo wenig unterſchieden, daß man ſie ohne merklichen Fehler in Rechnen dafür annehmen kann. Es muß alſo auch die Umlaufszeit viele Jahrhunderte betragen, welches unter andern auch daraus erhellet, weil wir in der Halleyiſchen Cometentafel nicht einen finden, deſſen Elemente mit den gegenwärtigen nur einigermaſſen zu vergleichen wären. Damit wir aber ſehen, ob dieſe unſere Beſtimmung, auch mit allen Beobachtungen eintreffe, wollen wir aus ſelber den Ort des Cometen, von 3 Februar 8ʰ. 3′. 30″. berechnen, für welche Zeit zu Paris beobachtet wurde, 0ˢ. 0°. 18′. 26″. die Länge, und 19°. 42′. 53″ die Breite nördlich.

Aus den Sonnentafeln iſt der Ort der Sonne für dieſe Zeit 10ʳ. 14°. 26′. 13″. der Logarithme der Diſtanz von der Erde 4, 993967, man ziehe alſo die vorgegebene Zeit, Februar 3ᵗ. 8ʰ. 3′ ½ von der Zeit des Perihelium, ab

30 . 8 . 2

27ᵗ, — 1′ ½ der Unterſcheid, oder
26, 9989 Täge.

Um nun die Anomalie zu finden, ſuche man die Zahl $\mathrm{N} = \frac{a^2}{m \sqrt{b}}$; nämlich:

$\mathrm{L.}\ a^2 =$	8, 693586
$\mathrm{L.}\ \sqrt{b} =$	2, 323896
	6, 369690
$\mathrm{L.}\ m =$	5, 434553
abgezogen L. N =	0, 935137
von L. (26, 9989) Täge =	1, 431346
$\mathrm{L.}\ (t + \frac{1}{3} t^3 - \frac{2}{5} n t^5) =$	0, 496209

§. 35. Da aber die Zahl n ſo klein iſt, daß man ſie ganz auſſer Acht laſſen kann, ſo wird die wahre Anomalie v aus beygefügter Iten Tafel gefunden. Durch Interpoliren erhält man aber,

$v =$	117°. 27 . 24″.
Diſtanz des Perihel. von ☊ Knoten =	151 . 25 . 52
Elongation des Cometen von ☊ =	33 . 58′. 28″

Aus

Aus der wahren Anomalie v findet man die Diſtanz des Cometen SC von der Sonne, dann, da $SC = f = \frac{ab}{a + (b - a)\,\text{coſ.}\,v}$, weil $b = 2a$, ſo iſt, $f = \frac{2a}{1 + \text{coſ.}\,v} = \frac{a}{(\text{coſ.}\,\frac{1}{2}v)2}$, da nun,

$\frac{1}{2}v =$	58°. 43′. 42″
ſo iſt, L. coſ. $\frac{1}{2}v =$	9,715250
2 L. coſ. $\frac{1}{2}v =$	9,430500
L. $a =$	4,346783
folglich L. $f =$	4,916283

In der 13ten Figur, iſt der Ort des ☊ Knoten $= 1^s.\ 15°.\ 46'.\ 6''$.
die Länge der Erden $= 4^s.\ 14°.\ 26'.\ 13''$.
Alſo iſt der Winkel TSN $= s$ $= 88°.\ 40'.\ 7''$.

§. 36. Wir haben ſchon von vorhin angenommen, daß $ST = c$; $SC = f$; $CSN = \phi$; $TSN = s$, die Neigung $= i$; $SNT = n$, und die geocentriſche Breite $= p$, folglich iſt, $\text{tang.}\,n = \frac{c.\,\text{ſin.}\,s - f.\,\text{ſin.}\,\phi\ \text{coſ.}\,i}{f.\ \text{coſ.}\,\phi - \text{coſ.}\,s}$ und $\frac{\text{coſ.}\,n}{\text{tang.}\,p} = \frac{f.\,\text{coſ.}\,\phi - c.\,\text{coſ.}\,s}{f\,\text{ſin.}\,\phi\ \text{ſin.}\,i}$, durch welche Formeln der heliocentriſche Ort leichter gefunden wird, als durch die gewöhnliche trigonometriſche Berechnungen. Da nun:

L. $c =$	4,993967
L. $f =$	4,916283
$i =$	47°. 10′. 53″.
$s =$	88. 40′. 7″.
$\phi =$	33°. 58′. 28″.

ſo ſtellet man am bequemſten folgende Berechnung an:

L. $c =$	4,993967
addirt { L. ſin. $s =$	9,999882
L. coſ. $s =$	3,366080
L. c. ſin. $s =$	4,993849
L. c. coſ. $s =$	3,359967
L. $f =$	4,916283
addirt { L. ſin. $\phi =$	9,747270
L. coſ. $\phi =$	9,918705
L. f. coſ. $\phi =$	4,834988
L. f. ſin. $\phi =$	4,663553
addirt { L. coſ. $i =$	9,832300
L. ſin. $i =$	9,865400

L. f ſin. φ coſ. i =	4, 4 9 5 8 5 3
L. f ſin. φ ſin. i =	4, 5 2 8 9 5 3
c ſin. s =	9 8 5 4 9
f ſin. φ coſ. i =	3 1 3 2 2
Nenner =	6 7 2 7 2
f coſ. φ =	6 8 3 8 9
c coſ. s =	2 2 9 1
Nenner =	6 6 0 9 8
L. des Zählers =	4, 8 2 7 8 3 4
L. des Nenners =	4, 8 2 0 1 8 8
L. tang. n =	1 0, 0 0 7 6 4 6
Alſo n =	45°. 30′. 15″
addirt s =	88°. 40′. 7″
	134°. 10′. 22″
STN = t =	45°. 49′. 38″
oder t =	1ˢ. 15. 49. 38
Ort der Sonne =	10. 14. 26. 13
Länge des Cometen =	0ˢ. 0°. 15′. 51″.
L. coſ. n =	9, 8 4 5 6 3 0
L. f ſin. φ ſin. i =	4, 5 2 8 9 5 3
	4, 3 7 4 5 8 3
L. des Nenners =	4, 8 2 0 1 8 8
L. tang. p =	9, 5 5 4 3 9 5
geocentriſche Breite =	19°. 43′. 5″.

Dieſe berechnete Länge iſt um 2′. 35″, die Breite aber nur um 12″ von den Beobachtungen unterſchieden, welche geringe Fehler leicht zu vergeben ſind, weil ſelbſt bey den Planeten nicht ſelten größere begangen werden.

§. 37. Beſtimmen wir nun auch die Zeit, wenn der Comet in den Knoten geweſen iſt; da die wahren Anomalien dieſer zween Punkte ſchon bekannt ſind, ſo iſt:

	Für ☊	Für ☋
v =	151°. 25′. 52″.	28°. 34′. 8″.
$\frac{1}{2}v$ =	75. 42. 55.	14. 17. 5.
L. t =	0, 594110	9, 405870
L. t^3 =	1, 782330	8, 217610
L. 3 =	0, 477121	0, 477121

L. $\frac{1}{3}t^3$

L. $\frac{1}{3}t^3$ =	1, 305209	7, 740498
t =	3, 9274	0, 25461
$\frac{1}{3}t^3$ =	20, 1934	0, 00550
S =	24, 1208	0, 26011
L. S =	1, 382392	9, 415157
L. N =	0, 935137	0, 935137
	2, 313529	0, 350294
die Zeit vom Perihelio.......	207^{T}. 744	2^{T}. 2402
oder	207^{T}. 17^{h}. 50′.	2^{T}. 5^{h}. 45.
das Perihelium 1743. Auguſt.	214^{T}. 8. 2.	1^{T}. 8. 2 | März. 1744
1743. Auguſt.	6^{T}. 14. 12′.	3^{T}. 13. 47′ | März. 1744

Hieraus erſehen wir, daß der Comet ſchon im Jahre 1743 Auguſti 7. in der Frühe durch den aufſteigenden Knoten gegangen ſey, durch den abſteigenden aber 1744 März 3, 13^{h}. 47′. mittlere Zeit für Paris, welches mit unſeren vorigen Beſtimmungen aus den nicht ſehr genauen Elementen doch ziemlich übereinskömmt. Aus den Beobachtungen des Hr. Caſſini läßt ſich überhaupt abnehmen, daß der Comet beyläufig um die angeführte Zeit durch die Ecliptik müße gegangen ſeyn, weil ſeine Breite vom 25ten Februari bis zum 29ten ſchon um 8 Grade abgenommen hatte, und am 29ten nur 6 Grad betrug, welche er beyläufig in drey Tagen zurücklegen konnte.

§. 38. Dieſer Comet hat ſich alſo jenſeits der Ecliptik durch 209 Täge 23^{h}. 35′ verweilet, wird nun dieſe Zeit von der ganzen Periode abgezogen, ſo bleibt über, wie lange er ſich in den ſüdlichen Theile der Ecliptik aufgehalten, wo man eine große Ungleichheit in ſeinem Verweilen diſſeits, und jenſeits des Thierkreiſes bemerket. Da er aber im Monat Auguſt 1743 ſeinen Lauf nach Norden genommen, hat er ſich von der Ecliptik gegen Norden ſo weit entfernet, bis die heliocentriſche Breite der Neigung auf die Ecliptik gleich geworden iſt, in welchem Falle er von jedem Knoten um 90° entfernet war; auf gleiche Weiſe wiech er den 3ten März von dem Thierkreiſe ab, bis ſeine Diſtanz vom abſteigenden Knoten 90° betrug. Wir wollen nun ſehen wann dieſe zwey größten Elongationen von der Ecliptik ſich zugetragen haben:

Für die größte nördliche Elongation:

v =	61°. 25′. 52″.	118°. 34′. 8″
$\frac{1}{2}v$ =	30. 42′. 56″.	59. 17′. 4″
L. t =	9, 773875	0, 226123
L. t^3 =	9, 321625	0, 678369
L. 3 =	0, 477121	0, 477121
L. $\frac{1}{3}t^3$ =	8, 844504	0, 201248
L. N =	0, 935137	0, 935137

L. Nt =	0, 709012	1, 161260
L. $\frac{1}{3} Nt^3$ =	9, 779641	1, 136385
Nt =	5, 11696	14, 4964
$\frac{1}{3} Nt^3$ =	0, 60206	13, 6894
	5, 71902	28, 1858
Zeit vom Perihelio, zur größten Elongation.	$5^T. 17^h. 15'$	$28^T. 4^h. 27'$.
Das Perihelium war im März	$1^T. 8^h. 2'$	1. $8^h. 2'$.
oder Februar	30. 8. 2′	
Februar.	24. $14^h. 47'$	29. $12^h. 29'$. März

Die größte heliocentriſche Breite war alſo im Febr. 24. $14^h. 47'$. und der Comet entfernte ſich vom Auguſt 1743, bis Febr. 1744. durch 202 Täge, $0^h. 35'$ von der Ecliptik, nahete ſich aber in 7 Tägen 23 Stunden wieder. Da er ſich ferners unſern Augen entzogen hat, wuchs deſſen heliocentriſche Breite bis zu dem 29ten März $12^h. 29'$, wo ſie $47°. 10'. 53''$ betrug. Jetzt rückt er wieder gegen die Ecliptik, welche er aber nicht erreichet, bis ſeine wahre Anomalie $151°. 25'. 52''$ beträgt, welches erſt nach vielen Jahrhunderten geſchehen kann.

§. 39. Obgleich dieſe unſere Methode nur drey Beobachtungen erfodert, ſo wird es doch gut ſeyn, wenn deren mehrere verſuchet, und die Fehler auf ſolche Art gleich vertheilet werden, damit man der Wahrheit um ſo näher komme. Dann man wähle ſich zum Beyſpiel eine vierte Beobachtung, und berechne nur ihre Elongation von der Knoten Linie, nach einer jeden, aus den drey gemachten Hypotheſen; nach dieſem ſuche man für jede Hypotheſe die Zeit von der erſten zur vierten Beobachtung, aus den vorhin gefundenen Elementen des Cometen, und vergleiche ſie mit der obſervirten Zeit, wodurch man eine neue Gleichung für die Fehler x und y erhalten wird, ſo daß man durch drey Gleichungen die Werthe von x und y auf gedoppelte Art beſtimmen kann. Kommen nun zwey gleiche Werthe heraus, ſo war die erſte Beſtimmung genau, bekommt man aber ungleiche, ſo nehme man das Mittel, damit die Abweichung der Theorie von den Beobachtungen auf gleiche Art vertheilet werde. Und ſo könnte man eine beliebige Anzahl von Obſervationen nehmen, durch welche die wahre Bahn des Cometen ſehr genau ſich angeben läßt, wenn unſere Methode getreu befolget wird, ſollten gleich die Beobachtungen einzelweiſe genommen, nicht die verläßlichſten ſeyn. Dieſe neue Verbeſſerung wollen wir aber bey unſeren Cometen um ſo weniger anwenden, als ohnehin die Rechnung mit den Beobachtungen ſo genau zuſammtrift, daß man ſich eine größere Vollkommenheit nicht verſprechen darf.

Johann

Johann Freyherrn von Paccaſſi

Beyträge

zur Theorie der Cometen

ſamt Tafeln.

Beyträge zur Theorie der Cometen und Planeten.

1. Aufgabe.

Aus der gegebenen Declination, und dem geraden Aufſteigen eines Cometen, ſeine Länge und Breite finden.

Auflöſung.

§. 1. Der Comet ſey in c (Fig. 16) die Schieſe der Ecliptik $pe = o$ die Ergänzung der Abweichung $cp = d$; der Winkel $cpe = \varphi$; $ce = x$; und $pec = n$; ſo iſt:

coſ. x = coſ. d . coſ. o + ſin. d. ſin. o coſ. φ, nun aber iſt coſ. d. coſ. $o = \frac{1}{2}$ coſ. $(d+o) + \frac{1}{2}$ coſ. $(d-o)$ und ſin. d ſin. $o = \frac{1}{2}$ coſ. $(d-o)$ $- \frac{1}{2}$ coſ. $(d+o)$, folglich coſ. x = coſ. $(d-o)$ coſ.^{2} $\frac{1}{2}\varphi$ + coſ. $(d+o)$. ſin.^{2} $\frac{1}{2}$ φ; hieraus ſin. $n = \dfrac{\text{ſin. } \varphi. \text{ ſin. } d}{\text{ſin. } x}$ oder $= \left(\frac{1}{2}\text{ coſ. }(d-\varphi) - \frac{1}{2}\text{ coſ. }(d+\varphi)\right)$: ſin. x.

Beyſpiel.

§. 2. Im Jahre 1700 war nach Hr. la Hire die Abweichung des Sternes β, im Schweif des Löwen 16°. 14′. 44″ nördlich, das gerade Aufſteigen 173°. 26′. 44″. Die Schieſe der Ecliptik = 23°. 29′. folglich d = 73°. 45′. 16″; φ = 96°. 33′. 16″; $pe = o$ = 23°. 29′; coſ. $(d-o)$ = 39°. 43′. 44″; coſ. $(d+o)$ = − 7°. 1′. 16″. hieraus alſo coſ. x = 12°. 16′. 48″; ferners coſ. $(\varphi-d)$ = 67°. 12′. 0″; und coſ. $(\varphi+d)$ = 80°. 18′. 32″. alſo: n = 77°. 27′. 10″. folglich die Länge = 17°. ♍. 27′. 10″.

2. Aufgabe. Fig. 17.

Aus den Entfernungen eines Cometen von zween Fixſternen, deren Diſtanz, Abweichung, und gerades Aufſteigen bekannt ſind, die Abweichung, und Aſcenſion des Cometen finden.

Auflöſung.

§. 3. Ein Stern ſey in r, der andere in s, der Comet in c: die Ergänzung. Pr der Declination Nr des erſteren ſey $= d$; des anderen Ps $= \delta$ die Entfernungen ſind: $rs = t$; $cs = q$; $rc = p$; wenn nun $crs = \varphi$; $prs = \omega$, ſo iſt:

$$\text{coſ. } \varphi = \frac{\text{coſ. } q}{\frac{1}{2}\text{ coſ. }(p-t) - \frac{1}{2}\text{ coſ. }(d+t)} - \frac{\frac{1}{2}\text{ coſ. }(p+t) + \frac{1}{2}\text{ coſ. }(p-t)}{\frac{1}{2}\text{ coſ. }(p-t) - \frac{1}{2}\text{ coſ. }(p+t)}$$ und coſ.

$\omega =$

$\omega = \frac{\text{coſ. } \delta}{\frac{1}{2} \text{coſ. } (d-t) - \frac{1}{2} \text{coſ. } (d+t)} - \frac{\frac{1}{2} \text{coſ. } (d+t) + \frac{1}{2} \text{coſ. } (d-t)}{\frac{1}{2} \text{coſ. } (d-t) - \frac{1}{2} \text{coſ. } (d+t)}$; iſt nun $Pc = x$ ſo wird $\text{coſ. } x = (\frac{1}{2} \text{coſ. } (d+p) + \frac{1}{2} \text{coſ. } (d-p) (+ \text{coſ. } (\omega \pm \varphi). (\frac{1}{2} \text{coſ. } (d-p) - \frac{1}{2} \text{coſ. } (d+p))$, wenn endlich die Summe, oder Differenz der Aſcenſionen beyder Sterne $EPs = \zeta$ und $sPc = y$, ſo wird: $\text{coſ.}^2 \frac{1}{2} y = \frac{\text{coſ. } (x+\delta) - \text{coſ. } x}{\text{coſ. } (x+\delta) - \text{coſ. } (x-\delta)}$ oder coſ. $y = \frac{\text{coſ. } q}{\text{ſin. } x \,.\, \text{ſin. } \delta} - \text{cot. } x. \text{ cot. } \delta$. woraus dann $\zeta \mp y$ von ſelbſt folget.

Beyſpiel.

§. 4. Im Jahre 1665 den 7ten April 3^h. 14′ Morgens war die Entfernung des Cometen c von dem hellen Stern α des Adlers $= cr = p = 45°. 37'. 34''$. die Declination des Sternes war, $8°. 1'. 20''$. nördlich das gerade Aufſteigen $= 293°. 37'. 18''$. die Diſtanz des Cometen cs, vom Stern δ des Schwanes $= q = 35°. 57'. 30''$ die nördliche Abweichung des Sternes war $44°. 6'. 37''$. die Aſcenſion $307°. 30'. 30''$. Die Entfernung endlich beyder Sterne $rs = t$ war $38°. 3'. 48''$. Es iſt alſo $rP = d = 81°. 58'. 40''$; $sP = \delta = 45°. 53'. 23''$; folglich $(p+t) = 83°. 41'. 22''$; $(p-t) = 7°. 33'. 46''$; $(d+t) = 120°. 1'. 28''$; $(d-t) = 43°. 54'. 52''$; $(\delta+t) = 83°. 57'. 11''$; $(\delta - t) = 7°. 49'. 35''$. ferners coſ. $(p+t) = 6°. 18'. 38''$; coſ. $(p-t) = 82°. 26'. 14''$; coſ. $(d+t) = -30°, 1'. 28''$; coſ. $(d-t) = 46°. 5'. 8''$; coſ. $(\delta+t) = 6°. 2'. 49''$; coſ. $(\delta-t) = 82°. 10'. 25''$; coſ. $q = 54°. 2'. 30''$; coſ. $\delta = 44°. 6'. 37''$. hieraus findet man: coſ. $\varphi = (36°. 3'. 14'')$ folglich $\varphi = 53°. 56'. 46''$. und dann $\omega = 16°. 13'. 51''$; um nun $Pc = x$ zu finden, muß in der Formel von coſ. $(\omega \pm \varphi)$ das obere Zeichen genommen werden, welches giebt; $x = 70°. 16'. 3''$. und $cQ = 19°. 43'. 57''$ nördlich, endlich findet man $y = 31°. 42'. 32''$. woraus das gerade Aufſteigen des Cometen $339°. 17'. 52''$.

1. Zuſatz.

§. 5. Es iſt klar, daß bey dieſer, und allen ähnlichen Aufgaben verſchiedene Fälle vorkommen können, wenn die Declinationen verſchiedene Namen, und folglich die Winkel eine andere Lage haben: aus dem angeführten Beyſpiele wird man im Stande ſeyn, die Formel für jeden Fall zu gebrauchen.

2. Zuſatz.

§. 6. Die Gleichung, welche alle dieſe Stücke enthält, iſt folgende:

$$o = \text{coſ. } d \,.\, \text{coſ. } p + \text{coſ. } (\omega \pm \varphi) \left(\frac{\text{coſ.}^2 q - \text{coſ. } q \,.\, \text{coſ. } y \,.\, \text{ſin. } x \,.\, \text{ſin. } \delta - \text{coſ. } q}{\text{coſ. } x} \Big\} \text{c oſ. } d. \text{coſ. } t \; - \text{coſ. } p \Big\} + (\text{coſ. } p \,.\, \text{coſ. } d) \text{ coſ.}^2 t \right) - \text{coſ. } x$$

3. Auf-

3. Aufgabe Fig. 17.

Aus den Entfernungen eines Cometen von zween Fixſternen, deren **Längen** und **Breiten** bekannt ſind, die Breite und Länge des Cometen finden.

Auflöſung.

§. 7. Die Ergänzung der Breite or des Sternes r iſt $Er = g$; des Sternes s iſt $Es = h$; die Länge ♈ ♎ o des erſten iſt $= l$, des zweyten ♈ $t = m$; ao ſey $= x$; $cE = y$; $rs = z$; $rc = p$; $cs = q$ ſo iſt:

$\cos z = \cos (g - h) \cos^2 \tfrac{1}{2} (m - l) + \cos (g + h) \sin^2 \tfrac{1}{2} (m - l)$; wenn nun der Winkel $Ers = \beta$, und $crs = \varphi$, ſo wird;

$$\cos \beta = \frac{\cos h}{\tfrac{1}{2} \cos (g - z) - \tfrac{1}{2} \cos (g + z)} - \frac{\tfrac{1}{2} \cos (g + z) + \tfrac{1}{2} \cos (g - z)}{\tfrac{1}{2} \cos (g - z) - \tfrac{1}{2} \cos (g + z)} \text{ und}$$

$$\cos \varphi = \frac{\cos q}{\tfrac{1}{2} \cos (p - z) - \tfrac{1}{2} \cos (p + z)} - \frac{\tfrac{1}{2} \cos (p + z) + \tfrac{1}{2} \cos (p - z)}{\tfrac{1}{2} \cos (p - z) - \tfrac{1}{2} \cos (p + z)}; \text{ folglich}$$

der Winkel $Erc = Ers \pm crs = \beta \mp \varphi$; dahero:

$\cos y = \cos (g - p) \cos^2 \tfrac{1}{2} (\beta \pm \varphi) + \cos (g + p) . \sin^2 \tfrac{1}{2} (\beta \mp \varphi)$ und

$$\cos x = \frac{\cos p}{\tfrac{1}{2} \cos (g - y) - \tfrac{1}{2} \cos (g + y)} - \frac{\tfrac{1}{2} \cos (g + y) + \tfrac{1}{2} \cos (g - y)}{\tfrac{1}{2} \cos (g - y) - \tfrac{1}{2} \cos (g + y)}.$$

Beyſpiel.

§. 8. In dem Beyſpiel der 2ten Aufgabe, war $cr = p = 45^\circ. 37'. 34''$; $cs = q = 35^\circ. 57'. 30''$. die Länge des Sternes in r war $27^\circ. 3'. 37''$. die nördliche Breite, $29^\circ. 21'. 30''$; die Länge des Sternes in s war, $0^\circ. 48'. 7''$. ♓, die nördliche Breite, $59^\circ. 56'. 30''$. ſo iſt: $g = 70^\circ. 38'. 30''$; $h = 30^\circ. 3'. 30''$; woraus dann, $(g - h) = 40^\circ. 35'. 0''$; $\cos (g - h) = 49^\circ. 25'. 0''$; $\cos \tfrac{1}{2} (m - l) = \sin (73^\circ. 7'. 45'')$; $(g + h) = 100^\circ. 42'. 0''$; folglich wird $z = 38^\circ. 3'. 40''$; $(g - z) = 32^\circ. 34'. 50''$. $(g + z) = 108^\circ. 42'. 10''$; und $\beta = 26^\circ. 49'. 32''$; ferners $(p - z) = 7^\circ. 33'. 54''$; $(p + z) = 83^\circ. 41'. 14''$, und $\varphi = 54^\circ. 1'. 56''$. folglich $Erc = 80^\circ. 51'. 28''$; weiters $(g - p) = 25^\circ. 0'. 56''$; $(g + p) = 116^\circ. 16'. 4''$; hieraus $y = 63^\circ. 46'. 40''$; $(g - y) = 6^\circ. 51'. 50'$; $(g + p) = 134^\circ. 25'. 10''$; und endlich $x = 51^\circ. 52'. 31''$; Folglich ♈ ♎ $a = x +$ ♈ $o = 18^\circ. 56'. 8''$. ♓.

4. Aufgabe.

Aus zwey Declinationen, und geraden Aufſteigungen eines Cometen die ſcheinbare Bewegung ct in ſeiner ſcheinbaren Laufbahn finden, und den Winkel beſtimmen, welchen dieſe mit dem Equator machet, nebſt dem Punkt, wo ſie ihm ſchneidet.

Aufl ö ſ u n g. Fig. 18.

§. 9. In beygefügter Figur ſind die Declinationen ſüdlich cn, und nördlich tu, alſo iſt $(nc + 90°) = Pc = \delta$; es ſey nun Pt die Ergänzung der Abweichung $= d$, die Differenz des geraden Aufſteigens $= un = \varphi$, das Stück tc des größten Cirkels, der hier als die ſcheinbare Laufbahn des Cometen betrachtet wird, heiße y der Winkel $uLt = x$ ſo wird: $\text{coſ.}\, y = \text{coſ.}\, (\delta - d)\, \text{coſ.}^2 \tfrac{1}{2} \varphi + \text{coſ.}\, (\delta + d) . \text{ſin.}^2 \tfrac{1}{2} \varphi$; wenn nun $tcP = \sigma$, ſo wird $\text{tang.}\, \sigma = \dfrac{\text{ſin.}\, \varphi}{\text{cot.}\, d\, .\, \text{ſin.}\, d - \text{coſ.}\, \varphi\, \text{coſ.}\, \delta}$; und wenn die Abweichung $nc = f$, ſo iſt: $\text{coſ.}\, x = \tfrac{1}{2}\, \text{ſin.}\, (\sigma + f) + \tfrac{1}{2}\, \text{ſin.}\, (f - \sigma)$.

B e y ſ p i e l.

§. 10. Der ehrwürd. Hr. Fixlmillner hat 1771. den 13ten May um $9^h. 45'. 17'' \tfrac{1}{2}$ die nördliche Abweichung des Cometen gefunden $30°. 30'. 46''$. das gerade Aufſteigen $97°. 19'. 30''$. den 15ten May um $9^h. 45'. 58''$ war die nördliche Abweichung $30°. 16'. 51''$. die Aſcenſion, $100°. 17'. 56''$; folglich $tP = 59°. 29'. 14''$; $Pc = 59°. 43'. 9''$; $tPc = \varphi = 2°. 58'. 26''$; hieraus alſo findet man $tc = 2°. 34'. 13''$; $tcP = \sigma = 84°. 5'. 8''$; $cLn = x = 30°. 47'. 56''$; $nL. = 78°. 23'. 24''$ die Länge des Punktes L. war alſo $5^s. 29°. 41'. 10$.

Z u ſ a tz.

§. 11. Dieſe und nachfolgende Aufgabe, dürften in unſerer Cometen Theorie von ſehr geringen Nutzen ſeyn, weil man die Laufbahn nicht mehr als Cirkeln anſieht; unterdeſſen dienen ſie doch zu zeigen, daß dieſe Hypotheſe nicht einmal eine bequeme Annäherung zu den wahren Elementen ſey, (wie es ganz unlängſt ein bekannter Aſtronom behauptete,) wenn man geocentriſche Breiten, und Längen gebrauchen will; die heliocentriſche kann man aber nicht anwenden, weil ſie die Laufbahn als bekannt vorausſetzen.

5. A u f g a b e.

Aus zwey geocentriſchen Breiten, und Längen eines Cometen die Neigung ſeiner Bahn auf die Ecliptik, und den Ort des Knoten finden.

A u f l ö ſ u n g Fig. 19.

§. 12. Die zween Orte ſind t und c, die Breiten tu; cn ihre Ergänzungen $tE = l$; $cE = \lambda$, die Differenz der Längen $= \omega$; $tc = x$; $cLn = y$, ſo iſt:

$\text{coſ.}\, x = \text{coſ.}\, (l - \lambda)\, \text{coſ.}^2 \tfrac{1}{2} \omega + \text{coſ.}\, (l + \lambda)\, \text{ſin.}^2 \tfrac{1}{2} \omega$, wenn nun $tcE = \pi$ ſo wird:

$\text{ſin.}\, \pi = \dfrac{(\text{ſin.}\, \omega . \text{ſin.}\, l)}{\text{ſin.}\, x}$; und wenn $cn = \zeta$ ſo ergiebt ſich:

$\text{coſ.}\, y = \tfrac{1}{2}\, \text{ſin.}\, (\pi + \zeta) + \tfrac{1}{2}\, \text{ſin.}\, (\pi - \zeta)$ und

$\text{ſin.}\, Ln = \text{cot.}\, y\, .\, \text{tang.}\, \zeta$.

Beyſpiel.

§. 13. Der Comet von 1769 hatte eine nördliche Breite *ut* von 18°. 44′ 52″ und *cn* = 17°. 19′. 0″, die Länge in *t* war 7ˢ. 25°. 40′. 37″; die Länge in *c* war 7ˢ. 20°. 21′ 35″. Folglich φ = 5°. 19′. 2″. hieraus findet man: $x = tc =$ 5°. 15′. 42″; tcE $= \pi =$ 73°. 22′. 50″. $eln = y =$ 23°. 49′. 25″. und die Länge des Punktes L. in der Ecliptik = 9ˢ. 10°. 35′ 49″. alſo der entgegenſtehende Knoten in 3ˢ. 10°. 35′. 49″.

6. Aufgabe Fig. 20.

Aus drey Höhen und der Zeit der gemachten Obſervationen die Abweichung und Länge finden.

Auflöſung.

§. 14. Das Zenith ſey in Z der Pol in P und AZ; BZ; CZ; die Ergänzungen der Höhen, man nenne AZ $= \alpha$; BZ $= \beta$; CZ $= \gamma$; ZP $= p$; AP $= x$; = BP = PC; die Stunden Winkel APB $= \varphi$; BPC $= \omega$; ZPA $= y$; ſo iſt:

I. $\text{coſ.}\ \alpha = \text{coſ.}\ p\ .\ \text{coſ.}\ x + \text{ſin.}\ p\ \text{ſin.}\ x\ \text{coſ.}\ y.$

II. $\text{coſ.}\ \beta = \text{coſ.}\ p\ .\ \text{coſ.}\ x + \text{ſin.}\ p\ \text{ſin.}\ x\ \text{coſ.}\ (y+\varphi).$

III. $\text{coſ.}\ \gamma = \text{coſ.}\ p\ .\ \text{coſ.}\ x + \text{ſin.}\ p\ \text{ſin.}\ x\ \text{coſ.}\ (y+\sigma)$ Aus (I — II) iſt:

$(\text{coſ.}\ \alpha - \text{coſ.}\ \beta) = \text{coſ.}\ p\ .\ \text{coſ.}\ x + \text{ſin.}\ p\ \text{ſin.}\ x\ \text{coſ.}\ y - \text{coſ.}\ p\ .\ \text{coſ.}\ x + \text{ſin.}\ p\ .\ \text{ſin.}\ x\ .\ \text{coſ.}\ (y+\varphi)$, alſo

$$\frac{(\text{coſ}\ \alpha - \text{coſ.}\ \beta)}{\text{ſin.}\ p\ [\text{coſ.}\ y - \text{coſ.}\ (y+\varphi)]} = \text{ſin.}\ x.$$

Ferners erhält man aus (II — III)

$(\text{coſ.}\ \beta - \text{coſ.}\ \gamma) = \text{coſ.}\ p\ .\ \text{coſ.}\ x + \text{ſin.}\ p\ .\ \text{ſin.}\ x\ .\ \text{coſ.}\ (y+\varphi) - \text{coſ.}\ p\ .\ \text{coſ.}\ x + \text{ſin.}\ p\ .\ \text{ſin.}\ x\ .\ \text{coſ.}\ (y+\sigma)$

$$\frac{\text{coſ.}\ \beta - \text{coſ.}\ \gamma}{\text{ſin.}\ p\ [\text{coſ.}\ (y+\varphi) - \text{coſ.}\ (y+\sigma)]} = \text{ſin.}\ x.$$

Aus beyden Gleichungen wird:

$$\frac{\text{coſ.}\ \alpha - \text{coſ.}\ \beta}{[\text{coſ}\ y - \text{coſ.}\ (y+\varphi)]} = \frac{\text{coſ.}\ \beta - \text{coſ.}\ \gamma}{[\text{coſ.}\ (y+\varphi) - \text{coſ.}\ (y+\sigma)]}$$ hieraus aber

$(\text{coſ.}\ \alpha - \beta)\ .\ [\text{coſ.}\ y\ \text{coſ.}\ \varphi - \text{ſin.}\ y\ \text{ſin.}\ \varphi - \text{coſ.}\ y\ .\ \text{coſ.}\ \sigma - \text{ſin.}\ y\ \text{ſin.}\ \sigma] = (\text{coſ.}\ \beta - \text{coſ.}\ \gamma)\ .\ (\text{coſ.}\ y - \text{coſ.}\ y\ \text{coſ.}\ \varphi - \text{ſin.}\ y\ \text{ſin.}\ \varphi)$

oder $$\frac{(\text{coſ.}\ \alpha - \text{coſ.}\ \beta)}{(\text{coſ.}\ \beta - \text{coſ.}\ \gamma)} = \frac{\text{coſ.}\ y\ (1 - \text{coſ.}\ \varphi) - \text{ſin.}\ y\ \text{ſin.}\ \varphi}{(\text{coſ.}\ \varphi - \text{coſ}\ \sigma)\ \text{coſ.}\ y - \text{ſin.}\ y\ (\text{ſin.}\ \varphi - \text{ſin.}\ \sigma)}$$

oder auch $$\frac{(\text{coſ.}\ \alpha - \text{coſ.}\ \beta)}{(\text{coſ.}\ \beta - \text{coſ.}\ \gamma)} = \frac{(2\ \text{ſin.}^2\ \tfrac{1}{2}\varphi) - \text{tang.}\ y\ .\ \text{ſin.}\ \varphi}{(\text{coſ.}\ \varphi - \text{coſ.}\ \sigma) - (\text{ſin.}\ \varphi - \text{ſin.}\ \sigma)\ \text{tang.}\ y}$$: hieraus

endlich: $$\text{tang.}\ y = \frac{(\text{coſ.}\ \alpha - \text{coſ.}\ \beta)\ .\ (\text{coſ.}\ \varphi - \text{coſ.}\ \sigma) - (2\ \text{ſin.}^2\ \tfrac{1}{2}\varphi)(\text{coſ.}\ \beta - \text{coſ.}\ \gamma)}{(\text{coſ.}\ \alpha - \text{coſ.}\ \beta)\ (\text{ſin.}\ \varphi - \text{ſin.}\ \sigma) - (\text{coſ.}\ \beta - \text{coſ.}\ \gamma)\ \text{ſin.}\ \varphi}$$; oder auch

tang.

$$\text{tang.}\, y = \frac{2\text{ſin.}\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)\,.\,\text{ſin.}\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta)\,[2\text{ſin.}\tfrac{1}{2}(\varphi+\sigma)\,.\,\text{ſin.}\tfrac{1}{2}(\varphi-\sigma)] - 2\text{ſin.}^2\tfrac{1}{2}\varphi}{2\text{ſin.}\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)\,.\,\text{ſin.}\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta)\,[2\text{ſin.}\tfrac{1}{2}(\varphi-\sigma)\,.\,\text{coſ.}\tfrac{1}{2}(\varphi+\sigma)] - \text{ſin.}\,\varphi}$$

$$\frac{[2\,\text{ſin.}\tfrac{1}{2}(\beta+\gamma)\,\text{ſin.}\tfrac{1}{2}(\beta-\gamma)]}{[2\,\text{ſin.}\tfrac{1}{2}(\beta+\gamma)\,\text{ſin.}\tfrac{1}{2}(\beta-\gamma)]}$$

Beyſpiel.

§. 15. Die Höhe in A ſey $= 71^\circ.\ 15'$; in B $= 68^\circ.\ 34'$; in C $= 63^\circ.\ 54'$; ſo iſt ZA $= 18^\circ.\ 45'. = \alpha$; ZB $= 21^\circ.\ 26'. = \beta$, und ZC $= 26^\circ.\ 6'. = \gamma$, ferners $\varphi = 7^\circ.\ 51'$; $\varphi + \omega = \sigma = 20^\circ.\ 36'$;

folglich $\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta) = 20^\circ.\ 5'.\ 30''$; $\tfrac{1}{2}(\beta-\alpha) = 1^\circ.\ 20'.\ 30''$; $(\varphi+\sigma) = 14^\circ.\ 14'$; $\frac{(\sigma-\varphi)}{2} = 6^\circ.\ 22'.$; $\tfrac{1}{2}\varphi = 3^\circ.\ 56'$; $\frac{(\beta+\gamma)}{2} = 23^\circ.\ 46'$; $\frac{(\gamma-\beta)}{2} = 2^\circ.\ 20'$; nun iſt:

Log. 2ſin. $\tfrac{1}{2}(\beta+\alpha)$ =	9, 8 3 6 9 8 5 9
Log. ſin. $\tfrac{1}{2}(\beta-\alpha)$ =	8, 3 6 9 4 7 3 9
Log. 2ſin. $\tfrac{1}{2}(\varphi+\sigma)$ =	9, 6 9 1 7 3 7 9
Log. ſin. $\tfrac{1}{2}(\sigma-\varphi)$ =	9, 0 4 4 8 9 5 4
Log. 2ſin.$^2\tfrac{1}{2}\varphi$ =	8, 0 7 3 6 2 3 8
Log. 2ſin. $\tfrac{1}{2}(\beta+\gamma)$ =	9, 9 0 6 3 4 9 0
Log. ſin. $\tfrac{1}{2}(\gamma-\beta)$ =	8, 6 0 9 7 3 4 1
Log. 2ſin. $\tfrac{1}{2}(\sigma-\varphi)$ =	9, 3 4 5 9 2 5 4
Log. coſ. $\tfrac{1}{2}(\sigma+\varphi)$ =	9, 9 8 6 4 5 9 3
Log. ſin. φ =	9, 1 3 6 3 0 2 8

Aus dieſen nun folgt, L. tang. $y = 9,\ 7295201$, und $y = 28^\circ.\ 12'.\ 39''$.

7. Aufgabe.

Aus der gegebenen Fläche, die ein Comet, oder Planet in beſtimmter Zeit um die Sonne beſchrieben hat, den Parameter der Laufbahn zu finden.

Auflöſung.

§. 16. Man vergleiche, wie es Hr. Euler vorſchlägt, den Cometen mit einem andern Himmelskörper, von weſſen Laufbahn die Fläche = A die Umlaufszeit = T, der halbe Parameter $= b$; die Fläche der Cometen Bahn ſey $= \alpha$, ihre Zeit $= t$, der halbe Parameter $= p$; ſo iſt:

$A : a = T\sqrt{b} : t\sqrt{p}$ und

$\frac{A}{T\sqrt{b}} = \frac{a}{t\sqrt{p}}$; wenn nun $\frac{a}{t\sqrt{p}} = m$, ſo wird $\frac{A}{T\sqrt{b}} = m$. Wenn ferners der

Radius

Radius zum Umkreiſe, wie 1 : π, ſo iſt: $A = \pi \sqrt{b}$; und $m = \frac{\pi}{T}$; $T = \frac{\pi}{m}$; iſt nun $m = \frac{1}{n}$, ſo wird $n = \frac{T}{\pi}$, es iſt aber nach Eulers I. Aufgabe:

$$\begin{aligned} \text{Log. } T &= 2,5625973588 \\ \text{Log. } \pi &= 0,4971498727 \\ \hline \text{Log. } n &= 2,0654474861 \\ n &= 116,2648. \end{aligned}$$

Nennt man alſo die Fläche eines jeden beliebigen Sektors $= A$ den halben Parameter $= p$, die Zeit in welcher der dem Sektor zugehörige Bogen beſchrieben wird $= t$, ſo wird:

$$T = \frac{A \,.\, 116,2648;}{\sqrt{p}}$$

$$p = \frac{A^2}{T^2}(13517,5037)$$

8. Aufgabe.

Aus der Eccentricitet, und den halben Parameter, das Verhältniß der Diſtanz von der Sonne zur wahren Anomalie finden.

Auflöſung.

§. 17. Die Eccentricität ſey $= e$ der halbe Parameter $= p$, die Entfernung von der Sonne $= y$, die wahre Anomalie $= \phi$; ſo giebt die Natur der Ellypſe:

$y\,(e \text{ coſ. } \phi + a) = ap$ oder wenn $a = 1$

$y\,(e \text{ coſ. } \phi + 1) = p$ nun aber iſt

$p = (1 - e^2)$; folglich

$$y = \frac{1 - e^2}{e \text{ coſ. } \phi + 1} \text{ und}$$

$$\text{coſ. } \phi = \frac{(1 - e^2) - y}{ey}$$

1. Zuſatz.

§. 18. In der Parabel iſt, $y \text{ coſ. } \phi + y = p$; folglich

$$y = \frac{p}{\text{coſ. } \phi + 1} \text{ oder}$$

$$y = \frac{p}{2 \text{ coſ.}^2 \tfrac{1}{2}\phi} \text{ und}$$

$$\text{coſ. } \phi = \frac{p - y}{y};$$

 nennt

nennt man die Diſtanz des Brennpunktes vom Scheitel $= d$ ſo iſt

$$y = \frac{d}{\text{coſ.}^2 \frac{1}{2} \phi} \text{ und}$$

$$\text{coſ.}^2 \tfrac{1}{2} \phi = \frac{d}{y}.$$

2. Zuſatz.

§. 19. Man nehme noch einen Cometen, deſſen Diſtanz von der Sonne $= z$, die Entfernung im Perihelio $= n$ die wahre Anomalie aber $= \phi$ ſo wird

$$\text{coſ. } \phi = \frac{2d - y}{y}; \text{ und coſ. } \phi = \frac{2n - z}{z} \text{ folglich:}$$

$$d : n = y : z; \text{ und } d : n = \text{coſ.}^2 \tfrac{1}{2} \phi : \text{coſ.}^2 \tfrac{1}{2} \omega$$

Durch dieſe Formel iſt die VII Tafel berechnet worden.

9. Aufgabe. Fig. 21.

Aus zwo Diſtanzen F*m*; FM; und dem Winkel *m*FM, ſamt dem Parameter die ganze Laufbahn beſtimmen.

Aufldſung.

§. 20. Man nenne AF $= x$, den Parameter $= p$; ſo wird aus der Eigenſchaft der Ellypſe:

$$x^2 - 2x = - \tfrac{1}{2} p.$$

$$x = 1 \mp \sqrt{1 - \tfrac{1}{2} p}$$

Wenn ferners die Eccentricität $= e$, ſo iſt:

$$x(1 + e) = \frac{p}{2} \text{ und}$$

$$e = \frac{\frac{p}{2} - x}{x};$$

Endlich, wenn FM $= t$; AFM $= \phi$; F*m* $= \tau$; AF*m* $= \omega$; $(\phi - \omega) = \sigma$; ſo iſt

$$(\tau - \tfrac{1}{2}p)(t \text{ coſ. } \phi) = (\tau \text{ coſ. } \omega) . (t - \tfrac{1}{2}p)$$

$$\text{tang. } \phi = \frac{(t \text{ coſ. } \sigma)(\tau - \frac{1}{2}p) - \tau (t - \frac{1}{2}p)}{t (\tau - \frac{1}{2}p) \text{ ſin. } \sigma};$$

Aus welcher Formel coſ. ω leicht gefunden wird. Unterdeſſen läßt ſich dieſes bequemer finden, wenn man ſetzt:

$$t (e \text{ coſ. } \phi + 1) = \tfrac{1}{2} p$$

$$\tau (e \text{ coſ. } \phi + 1) = \tfrac{1}{2} p$$

woraus $\text{coſ. } \phi = \frac{\frac{1}{2} p - t}{te}$; $\text{coſ. } \omega = \frac{\frac{1}{2}p - \tau}{\tau e}$;

Beyſpiel.

§. 21. Bey dem Comet von 1770 iſt $\frac{1}{2}p = 0,\ 3865990$; $(1 - \frac{1}{2}p) = 0,\ 6134010$; $\sqrt{1 - \frac{1}{2}p} = 0,\ 7831805$; folglich $x = 0,\ 2168195$, welches von der wirklichen Diſtanz im Perihelio, aus der Berechnung des berühmten Hr. Lexell um 0, 000019 unterſchieden iſt. Ferners ſey $\tau = 0,\ 2640332$;
$e = 0,\ 7831996$, $\frac{1}{2}p = 0,\ 3865990$, und $t = 0,\ 6020974$; $\sigma = 38^\circ.\ 48'.\ 27''$.

Log. $(\frac{1}{2}p - \tau) = 9,\ 0883693$	Log. $(\frac{1}{2}p - t) = 8,\ 1282506$
Log. $\tau e = 9,\ 3155310$	Log. $(te) = 9,\ 4959699$
Log. cof. $\omega = 9,\ 7728383$	Log. cof. $\phi = 8,\ 6322807$
$\omega = 53^\circ.\ 39'.\ 3''$.	$\phi = 87^\circ.\ 32'.\ 30''$ das Suplement der wahren Anomalie, welche iſt $\phi = 92^\circ.\ 27'.\ 30''$.

welches mit den Berechnungen der XI. Tafel bis auf einige Secunden eintrift.

Zuſatz.

§. 22. In der Parabel iſt $\frac{p}{2} = t \text{ cof. } \phi + t$; und $\frac{p}{2} = \tau \text{ cof. } \omega + \tau$; folglich

$$\text{cof. } \phi = \frac{\frac{1}{2}p - t}{t}$$

$$\text{cof. } \omega = \frac{\frac{1}{2}p - \tau}{\tau}.$$

10. Aufgabe Fig. 21.

Aus der gegebenen mittleren Anomalie, die wahre finden.

Auflöſung.

§. 23. Die halbe große Achſe ſey $= 1$, der halbe Parameter $= p$; $FM = y$; $AFM = \phi$ ſo iſt:

$$y = \frac{p}{(e \text{ cof. } \phi + 1)} \text{ und cof. } \phi = \frac{p - y}{ey};$$

man nenne die Fläche $AFM = Q$, ſo iſt die Zeit in welcher ſie beſchrieben worden, $T = \frac{Q \cdot 116,\ 2648,}{\sqrt{p}}$, oder $T = \frac{Q\ n}{\sqrt{p}}$; ferners weil $dQ = \frac{1}{2} y^2 d\phi$, und $Q = \frac{1}{2} \int y^2 d\phi$, ſo wird $Q = \frac{1}{2} \int \frac{p^2\ d\phi}{(e \text{ cof. } \phi + 1)^2}$;

Um

Um dieſes zu integriren ſetze man: $\frac{\int \frac{1}{2} p^2 d\phi}{(e \cos.\phi + 1)^2} = \frac{A \sin.\phi}{1 + e \cos.\phi} + \int \frac{d\phi}{1 + e \cos.\phi}$, hat dieſe Vorausſetzung ſtatt, ſo muß im zweyten Gliede nur $d\phi$ bleiben, wenn man differenciiret, und alles unter einen Nenner bringt, es kömmt alſo darauf an, daß die Conſicienten in dieſer Abſicht beſtimmet werden.

Nach dieſer Bemerkung iſt:

$$\frac{d\phi}{(1 + e \cos.\phi)^2} = \frac{A\, d.\sin.\phi\, (1 + e \cos.\phi) - Aed.\cos.\phi \sin.\phi + Bd\phi\,(1 + e \cos.\phi)}{(1 + e \cos.\phi)^2} \text{ \&c.}$$

oder auch; $1 = A \cos.\phi + Ae \cos.^2\phi + Ae \sin.^2\phi + B + Be \cos.\phi + \&c.$ oder

$1 = (A + Be) \cos.\phi + Ae + B + \&c.)$ vergleicht man die Glieder,

ſo erhält man: $A + Be = 0$

$$Ae + B = 1$$

$$B = 1 - Ae$$

$$B = -\frac{A}{e}.$$

$$(1 - Ae) = -\frac{A}{e}.$$

$$A = \frac{-e}{(1 - e^2)}$$

$$B = \frac{1}{(1 - e^2)}$$

Es wird folglich:

$$\int \frac{d\phi}{(1 + e \cos.\phi)} = \frac{\frac{-e}{(1 - e^2)} \sin.\phi}{(1 + e \cos.\phi)} + \frac{1}{(1 - e^2)} \int \frac{d\phi}{(1 + e \cos.\phi)}.$$

Nun kömmt es darauf an, daß man das letzte Glied integrire, zu dieſem Ende ſey der Coſinus des Winkels $\phi = \frac{(1 - xx)}{(1 + xx)}$, ſo iſt:

$\int \frac{d\phi}{(1 + e \cos.\phi)} = \int \frac{2dx}{1 + e + (1 - e)\, x^2}$; es iſt aber $\frac{2dx}{1 + e + (1 - e)\, x^2}$ das Differentiale eines Bogens, deſſen Tangente $= \frac{(1 - e)\, x}{\sqrt{1 - e^2}}$, folglich, wenn $e > 1$, ſo wird,

$\int \frac{2dx}{1 + e + (1 - e)\, x^2} = \frac{1}{\sqrt{e^2 - 1}}\, L \frac{\sqrt{e^2 - 1} + (e - 1)\, x}{\sqrt{e^2 - 1} - (e - 1)\, x}$ oder auch;

$\frac{1}{\sqrt{e^2 - 1}}\, L. \frac{\cos.\phi + e + \sin.\phi \sqrt{1 - e^2}}{1 + e \cos.\phi}$; wenn aber $e < 1$; ſo wäre

ſ—

$$\int \frac{2dx}{1+e+(1-e)x^2} = \frac{2}{\sqrt{1-e^2}} \text{ Bogen tang. } \frac{(1-e)x}{\sqrt{1-e^2}} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-e^2}} \text{ Bogen tang. } \frac{2 \text{ ſin. } \phi \sqrt{1-e^2}}{(1+e)(1+\text{coſ. } \phi)-(1-e)(1-\text{coſ. } \phi)} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-e^2}} \text{ Bogen tang. } \frac{\text{ſin. } \phi \sqrt{1-e^2}}{(1+e \text{ coſ. } \phi)} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-e^2}} \text{ Bogen } \frac{\text{ſin. } \phi \sqrt{1-e^2}}{(1+e \text{ coſ.} \phi)} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-e^2}} \text{ Bogen } \frac{\text{ſin. } (e+\text{coſ. } \phi)}{(1+e \text{ coſ.} \phi)}.$$

Wenn $e=1$ wird $\int \frac{d\phi}{1+e \text{ coſ. } \phi} = \text{tang. } \tfrac{1}{2} \phi$; wann $e=o$, ſo wird

$\int \frac{d\phi}{(1+e \text{ coſ. } \phi)} = \frac{2dx}{(1+x^2)} = \text{Bogen tang. } x$. Folglich iſt die geſuchte Formel:

$$Q = \frac{-p^2 e \text{ ſin. } \phi}{2(1-e^2)(1+e \text{ coſ. } \phi)} + \frac{2}{(1-e^2)\sqrt{1-e^2}} \text{ Bogen tang. } \frac{(1-e)x}{\sqrt{1-e^2}} =$$

$$Q = \frac{-p^2 e \text{ ſin. } \phi}{2(1-e^2)(1+e \text{ coſ. } \phi)} + \frac{1}{(1-e^2)\sqrt{1-e^2}} \text{ Bogen tang. } \frac{\text{ſin. } \phi \sqrt{1-e^2}}{(1+e \text{ coſ. } \phi)}.$$

Zuſatz Fig. 2.

§. 24. In der Parabel iſt, $dQ = 8 t^{\frac{3}{2}} \int \frac{d\phi}{(1+\text{coſ. } \phi)^2}$ und

$$Q = \tfrac{8}{3} - \frac{\tfrac{1}{2} t^{\frac{3}{2}} \text{ ſin. } \phi}{(1+\text{coſ. } \phi)^2} (2+\text{coſ. } \phi), \text{ wo aber } t = AS.$$

2. Zuſatz.

§. 25. Man beſchreibe aus dem Brennpunkte F (Fig. 21.) mit dem Halbmeſſer F*o* den Bogen *oc*, und ſetze den Winkel BFM $= \phi$; MF$o = d\phi$; FM $= y$; ſo iſt $oc = yd\phi$ und die Area oFM $= \tfrac{1}{2} y^2 d\phi$; wenn nun dt, der Zeit proportional iſt, in welcher der Bogen oM beſchrieben wird, ſo iſt $dt = \tfrac{1}{2} y^2 d\phi$; oder $dt = y^2 d\phi$: wir haben aber vorhin gefunden, daß $y = \frac{(1-e^2)}{(1-e \text{ coſ. } \phi)}$, folglich $dt = \frac{(1-e^2)^2 d\phi}{(1-e \text{ coſ. } \phi)^2}$ und

 $\int dt =$

$\int dt = \int (1-e^2)^{2} (1-e \cos \varphi)^{-2} d\varphi$; oder wenn $(1-e^2) = \sin^2 \zeta$;
$\int dt = \int . [\sin^2 \zeta (1-\cos \zeta \cos \varphi)^{-2} d\varphi,]$ oder:

$$\int dt = \int . \left(\sin^4 \zeta d\varphi (1 + 2 \cos \zeta \cos \varphi + \tfrac{3}{2} \cos^2 \zeta \cos 2\varphi + \tfrac{3}{2} \cos^2 \zeta + \frac{3 \cdot 4 \cos^3 \zeta}{4} \cos \varphi + \cos^3 \zeta \cos 3\varphi) \&c. \right)$$ folglich:

$t = \sin^4 \zeta . [\int (1 + \tfrac{3}{2} \cos^2 \zeta)] d\varphi + \int 2 \cos \zeta \cos \varphi d\varphi + \int (\tfrac{3}{2} \cos^2 \zeta . \cos 2\varphi) d\varphi + \int 3 \cos^3 \zeta d\varphi + \int \cos^3 \zeta \cos 3\varphi d\varphi$;
$t = [\tfrac{3}{8} - \tfrac{1}{2} \cos 2\zeta + \tfrac{1}{8} \cos 4\zeta] . 1 + \tfrac{3}{2} \cos^2 \zeta) \varphi + 2 \cos \zeta . \sin \varphi + \tfrac{3}{4} \cos^2 \zeta . \sin 2\varphi + 3 \cos^3 \zeta \sin \varphi + \tfrac{1}{3} \cos^3 \zeta . \sin 3\varphi$, &c, &c.
wenn man alle Glieder wegläßt, in welchen $\cos \zeta$ in einer höheren, als der dritten Potenz vorkömmt; ſo iſt:

$$\frac{t}{(\sin^4 \zeta)(1 + \tfrac{3}{2} \cos^2 \zeta)} = \varphi + 2 \cos \zeta \sin \varphi - 3 \cos^3 \zeta \sin \varphi + \tfrac{3}{4} \cos^2 \zeta \sin 2\varphi + 3 \cos^3 \zeta \sin \varphi + + \tfrac{1}{3} \cos^3 \zeta . \sin 3\varphi \ \&c.$$ oder

$$\frac{t}{(\tfrac{3}{8} - \tfrac{1}{2} \cos 2\zeta + \tfrac{1}{8} \cos 4\zeta)(1 + \tfrac{3}{2} \cos^2 \zeta .)} = \varphi + 2 \cos \zeta \sin \varphi + \tfrac{3}{4} \cos^2 \zeta \sin 2\varphi + \tfrac{1}{3} \cos^3 \zeta \sin 3\varphi \ \&c. \ \&c.$$

Man nehme nun einen Cirkelbogen Z welcher der Zeit proportional iſt, ſo wird: $Z = \varphi + 2 \cos \zeta . \sin \varphi + \tfrac{3}{4} \cos^2 \zeta . \sin 2\varphi + \tfrac{1}{3} \cos^3 \zeta . \sin 3\varphi +$ &c. &c. welcher Ausdruck, die mittlere Anomalie Z durch die wahre φ angiebt.

Damit man aber auch die wahre Anomalie φ durch die mittlere Z finde, ſetzen wir erſtlich, $2 \cos \zeta = \alpha$; $\tfrac{3}{4} \cos^2 \zeta = \beta$; $\tfrac{1}{3} \cos^3 \zeta = \gamma$, ſo wird die obige Gleichung: $Z = \varphi + \alpha \sin \varphi + \beta \sin 2\varphi + \gamma \sin 3\varphi$ &c.; ferners wollen wir annehmen, daß, $\alpha \sin \varphi + \beta . \sin 2\varphi + \gamma \sin 3\varphi = m$, ſo wird:

$\varphi = Z - m = Z - \alpha \sin \varphi - \beta \sin 2\varphi - \gamma . \sin 3\varphi$, es iſt aber,
$\sin (Z-m) = \sin Z - m \cos Z - \tfrac{1}{2} m^2 \sin Z - \tfrac{1}{6} m^3 \cos Z -$ &c.
ſetzt man nun in jedem Gliede den Werth von $\sin \varphi$; $\sin 2\varphi$; $\sin 3\varphi =$ $\sin (Z-m)$; $\sin 2(Z-m)$; $\sin 3(Z-m)$; ſo wird zum Beyſpiel;

$\alpha . \sin \varphi = \alpha \sin Z - \alpha m \cos Z - \tfrac{1}{2} \alpha m^2 . \sin Z +$ &c. &c. oder

$\alpha \sin \varphi = \alpha \sin Z - \alpha^2 \cos Z \sin \varphi - \alpha\beta \cos Z . \sin 2\varphi - \frac{\alpha^3}{2} \sin Z \sin^2 \varphi +$ &c. &c. oder

$\alpha \sin \varphi = \alpha \sin Z - \alpha^2 \sin Z \cos Z + \alpha^3 \cos^2 Z \sin . Z - \alpha\beta \cos Z . \sin 2Z - \tfrac{1}{2} \alpha^3 . \sin^3 Z +$ &c. &c. woraus endlich:

$$\alpha \sin \varphi = \alpha \sin Z - \tfrac{1}{2} \alpha^2 \sin 2Z + \tfrac{1}{4} \alpha^3 \sin 3Z + \tfrac{1}{4} \alpha^3 \sin Z - \tfrac{1}{2} \alpha\beta \sin 3Z - \tfrac{1}{2} \alpha\beta \sin Z + \tfrac{1}{8} \alpha^3 \sin 3Z - \tfrac{1}{4} \alpha^3 \sin Z - \tfrac{1}{8} \alpha^3 \sin Z \ \&c. \ \&c.$$

Eben

Eben die Veränderung mache man in dem zweyten Gliede, ſo wird:
$\beta . \text{ſin}.\ 2\varphi = \beta . \text{ſin}.\ 2Z - \alpha . \beta . \text{ſin}.\ 3Z + \alpha\beta . \text{ſin}.\ Z$, im dritten Gliede kann man nur ſtatt φ das Z ſetzen, weil überhaupt alle Glieder ausgelaſſen werden, in welchen höhere Potenzen von coſ. ζ vorkommen; folglich wird:

$\gamma\ \text{ſin}.\ 3\varphi = \gamma\ \text{ſin}.\ 3Z$, hieraus alſo findet man:

$$\varphi = Z\left(-\alpha - \tfrac{1}{4}\alpha^3 + \tfrac{1}{2}\alpha\beta + \tfrac{1}{4}\alpha^3 + \tfrac{1}{8}\alpha^3 - \alpha\beta\right) \text{ſin}.\ Z + \left(\tfrac{1}{2}\alpha^2 - \beta\right) \text{ſin}.\ 2Z - \left(\frac{\alpha^3}{4} + \tfrac{1}{2}\alpha\beta - \tfrac{1}{3}\alpha^3 + \alpha\beta - \gamma\right) \text{ſin}.\ 3Z$$

oder endlich:

$$\varphi = Z - 2\,\text{coſ}.\,\zeta\ \text{ſin}.\ Z + \tfrac{1}{4}\text{coſ}.^3\,\zeta\ \text{ſin}.\ Z + \tfrac{5}{4}\text{coſ}.^2\,\zeta\ \text{ſin}.\ 2Z + \tfrac{13}{12}\text{coſ}.^3\,\zeta\ \text{ſin}.\ 3Z + \&c.\ \&c.$$

3. Zuſatz.

§. 26. In der Parabel iſt $z = \frac{1}{(\text{coſ}.^2\ \frac{1}{2}\varphi)}$; folglich $dt = \frac{d\varphi}{(2\,\text{coſ}.^4\ \frac{1}{2}\varphi)}$; und

$$t = \int \frac{d\varphi}{(2\,\text{coſ}.^4\,\frac{1}{2}\varphi)} = \frac{\text{ſin}.\ \frac{1}{2}\varphi}{6\,\text{coſ}.^3\,\frac{1}{2}\varphi} + \frac{\text{ſin}.\ \frac{1}{2}\varphi}{3\,\text{coſ}.\ \frac{1}{2}\varphi} = \frac{\text{tang}.\ \frac{1}{2}\varphi}{6\,\text{coſ}.^2\,\frac{1}{2}\varphi} + \text{tang}.\ \tfrac{1}{2}\varphi;$$ oder

$$6t = 3\ \text{tang}.\ \tfrac{1}{2}\varphi + \text{tang}.^3\ \tfrac{1}{2}\varphi.$$

Zuſatz.

§. 27. Der berühmte Hr. La Grange hat in den Gedenkſchriften der Akademie von Berlin 1769. S. 205. ꝛc. eine neue, und vollkommene Methode gegeben, dieſes Problem aufzulöſen. Sie gründet ſich auf die von ihm gefundene Auflöſung der Gleichung, $t = x + n$ ſin. x) Mem. de L'academie de Berlin 1768), ſetzet aber mehr Gründe voraus, als ich hier anbringen konnte, es lohnt ſich der Mühe, die vortrefflichen zwo Schriften, dieſes großen Geometers mit Aufmerkſamkeit zu leſen. —

Zuſatz.

§. 28. In den Memoires préſ. T. IV. p. 535 hat Hr. Jeurat eine Formel gegeben, die wahre Anomalie aus der mittleren zu finden, die ich wegen ihrer Allgemeinheit hier anführen will:

$$\varphi = Z + \left(-2e + \tfrac{1}{4}e^3 - \tfrac{5}{96}e^5\right)\text{ſin}.\ Z + \left(\tfrac{5}{4}e^2 - \tfrac{11}{24}e^4 + \tfrac{17}{192}e^6\right)\text{ſin}.\ 2Z + \left(-\tfrac{13}{12}e^3 + \tfrac{43}{64}e^5\right)\text{ſin}.^3\ Z + \left(\tfrac{103}{96}e^4 - \tfrac{451}{480}e^6\right)\text{ſin}.\ 4Z - \tfrac{1097}{960}e^5.\ \text{ſin}.\ 5Z + \tfrac{1223}{960}e^6\ \text{ſin}.^6\ Z$$

Beyſpiel.

§. 29. Obgleich bey den Planeten nur drey Glieder von dieſer Reihe erfodert werden, um die Anomalie zu finden, ſo ſind doch bey Cometen, deren Eccentricität beträchtlich iſt, alle die angeführten Glieder nicht hinreichend, um die Reihe convergirend zu machen, wie ſolches aus folgendem Beyſpiel des Cometen vom 1770. erhellet.

Man verlangt die wahre Anomalie, φ, wenn die mittlere $Z = 40°$ iſt? wenn wir die halbe große Achſe, dieſer Cometen Bahn $= 1$ ſetzen, ſo wird $e = 0,\ 7831996$

folglich:

Z	$=$	$+0,6981317$
$(-2e + \frac{1}{4}e^3 - \frac{5}{48}e^5)$ ſin. Z	$=$	$+0,9394984$
$+(\frac{5}{4}e^2 - \frac{11}{24}e^4 + \frac{17}{192}e^6)$ ſin. $2Z$	$=$	$+0,6053909$
$(-\frac{13}{12}e^3 + \frac{43}{64}e^5)$ ſin. $3Z$	$=$	$+0,6221874$
$(+\frac{103}{96}e^4 - \frac{451}{480}e^6)$ ſin. $4Z$	$=$	$+0,0639030$
$(-\frac{1097}{960}e^5)$ ſin. $5Z$	$=$	$+0,1151727$
$+(\frac{1223}{960}e^6)$ ſin. $6Z$	$=$	$-0,0256094$
	$\varphi =$	$3,0186897$
Alſo iſt,	$\varphi =$	$172°.\ 57'.\ 28''.$

11. Aufgabe. Fig. 2.

Aus zwo Diſtanzen SF; GS (Fig. 2) und dem Winkel FSG, die Zeit finden, in welcher der Bogen FG beſchrieben wird, wenn die Laufbahn eine Parabel iſt?

Auflöſung.

§. 30. Die Fläche des paraboliſchen Sector GSF, iſt $= 0,33$ ſin. $\omega \sqrt{gh}.$ $(g + h + \text{coſ.}\,\omega \sqrt{gh})$; wenn FS $= g$; GS $= h$; GSF $= 2\omega$; ferners iſt der halbe Parameter $p = \frac{2gh}{g + h - 2\,\text{coſ.}\,\omega\sqrt{gh}}$; und die Zeit iſt $= T = \frac{nQ}{\sqrt{p}}$

folglich $T = \frac{n}{3\sqrt{2}}\,(g + h + \text{coſ.}\,\omega \sqrt{hg})\sqrt{(g + h - 2\,\text{coſ.}\,\omega \sqrt{gh})}.$

Zuſatz Fig. 22.

§. 31. Man nenne die Senne CR $= c$; $cs = r$; SR $=$ R, weil nun die Fläche des paraboliſchen Sector SCRS $=$

$$\frac{c\,(R + r + \frac{1}{2}\sqrt{(R+r)^2 - c^2})}{3\sqrt{(R + r + \sqrt{(R+r)^2 - c^2}}}\sqrt{AS} \text{ oder}$$

$= \frac{1}{2}(R + r + c)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}(R + r - c)^{\frac{3}{2}}\,\frac{1}{3}\sqrt{AS}$, und die Zeit überhaupt $= \frac{Area}{m\sqrt{2\,AS}}$ ſo iſt

$$T = \frac{\left(\frac{R + r + c}{2}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{R + r - c}{2}\right)^{\frac{3}{2}}}{3m\sqrt{2}}$$

Zuſatz.

§. 32. Iſt der Abſtand von der Sonne CS $= r$, und die Senne CR $= c$ gegeben, und man wollte die Zeit finden, in welcher der Comet den Bogen CR beſchrieben hat, ſo läßt ſich dieſe aus obiger Formel leicht beſtimmen, dann wenn ſie $= t$, ſo iſt:

$$t = \frac{n-c}{\sqrt{2}}\left(\frac{c^2}{96 \,.\, r^{\frac{3}{2}}} + \tfrac{1}{2}\sqrt{r}\right) \text{ oder}$$

$$c^3 + 48\, c \,.\, r^2 = 96 \sqrt{2} \,.\, mtr^{\frac{3}{2}}.$$

welche Formeln des berühmten Herrn Lambert, überaus bequem ſind, beſonders, wenn die Senne klein iſt, und die Zeiten der Beobachtungen nahe auf einander folgen.

12. Aufgabe.

Aus zwo Diſtanzen von der Sonne (Fig. 26) Sn; Sm, ſamt dem Winkel nSm, und der Zeit, in welcher der Bogen nm iſt beſchrieben worden, den Parameter der Ellypſe finden, wenn $n\,Sm$ ſehr klein iſt.

Auflöſung.

§. 33. Man nenne die große Achſe $= x$; die Entfernung $Sm = r$; $nm = \varrho$; $Sq = y$; $Sn = c$; die unbekannte Periode des Cometen $= T$, ſo wird, $y =$

$$\frac{\sqrt{(2c^2\, r^2 + 2r^2\, \varrho^2 + 2c^2\, \varrho^2 - c^4 - r^4 - \varrho^4)}}{4\,\varrho^2}$$ oder wenn der

Winkel $nm\,S = \phi$: und $n\,Sm = \omega$;

$$y = -\, r.\text{ſin.}\,\phi \text{ oder auch:}$$

$$y = -\frac{r.c.\text{ſin.}\,\omega.}{\varrho}$$

Man vergleiche nun den Cometen mit einem bekannten Himmelskörper, deſſen große Achſe $= a$; und die Umlaufszeit $= \tau$: endlich zeige π die Peripherie eines Kreiſes an, deſſen Durchmeſſer $= a$, ſo iſt

$$T^2 = \frac{\tau^2\, x^3}{a^3}, \text{ und die Area des Dreyeckes } n\,Sm =$$

$$(\tfrac{1}{2}.y.\varrho) = -\tfrac{1}{2}(r.c\ \text{ſin.}\,\omega.).$$

Ferners iſt $Sl = FC = \sqrt{\left[(r^2x^2 - 4rx\,\frac{(r^2\, c^2\, \text{ſin.}^2\,\omega)}{\varrho^2} + \frac{4\,r^2}{\varrho^2}(r^2\, c^2\, \text{ſin.}^2\,\omega)\right]}$ und

die Area der ganzen Ellypſe $= -\dfrac{\frac{rc.\text{ſin.}\,\omega}{\varrho}\,\pi x\sqrt{(rx - r^2)}}{2\,ra}$.

Endlich weil $T = -\frac{1}{4} t.r.c$ ſin. ω. (Area Ellips) und ebenfalls, $T = \frac{\tau x \sqrt{x}}{a \sqrt{a}}$; ſo iſt:

$$\frac{\tau x \sqrt{x}}{a \sqrt{a}} = \frac{t \pi x \sqrt{rx - r^2}}{ra \varrho}$$, woraus dann

$$x = \frac{t^2 \pi^2 ra}{t^2 \pi^2 a - \tau^2 \varrho^2 r}.$$

13. Aufgabe.

Aus dem halben Parameter, und der wahren Anomalie, die Zeit finden, in welcher der Comet von dem Perihelium, bis an einem beſtimmten Punkt der Laufbahn gekommen iſt:

Auflöſung Fig. 22.

§. 34. Der Sector ASC iſt $= 0, 17 (0, 15 .p^2 . \text{tang.}^3 \frac{1}{2} \phi + 0, 75\, p . \text{tang.} \frac{1}{2} \phi)$ wenn $\frac{1}{2} p$ den Parameter, ϕ die wahre Anomalie, und T die Zeit andeuten (§. 24).

ferners: $T = \frac{\text{Sector ASC}}{m \sqrt{(0, 5)p}}$, folglich:

$$T = \frac{(0, 15\, p^2 . \text{tang.}^3 \frac{1}{2} \phi + 0, 75\, p\, \text{tang.} \frac{1}{2} \phi)}{6\, m \sqrt{(0, 5 . p)^3}}$$

Zuſatz.

§. 35. Es läßt ſich dieſes Problem auch noch auf eine viel bequemere Art auflöſen; dann ſetzen wir AS (Fig. 22) $= q$; ASC $= \phi$; SC $= r$; ſo kömmt alles darauf an, einen geſchmeidigen Ausdruck für den Sector ASC zu finden; in dieſer Abſicht iſt die Fläche ACP $= \frac{2}{3}$ AP . CP $= \frac{2}{3}$ AP . r ſin. ϕ, weil aber AP $= \frac{r^2 \text{ ſin.}^2 \phi}{4 q}$; ſo wird die Fläche ACP $= \frac{1}{6} \frac{(r^3 \text{ ſin.}^3 \phi)}{q}$; ferners iſt die Fläche ASC $=$ ACP $-$ SPC, aber SPC $= \frac{r^3 \text{ ſin.}^3 \phi - 4 q^2 r \text{ ſin.} \phi}{8 q}$, folglich der Sector ASC $= \frac{(r^3 \text{ ſin.}^3 \phi + 12\, r\, q^2 \text{ ſin.} \phi)}{24 q}$;

Um nun aus dieſer Formel, das ſin. ϕ wegzubringen, erinnere man ſich, daß ſin. $\phi = \frac{2}{r} \sqrt{qr - q^2}$, und r^3 ſin.$^3 \phi = 8\, q\, (r - q) \sqrt{(r-q)\, q}$, es verwandelt ſich alſo der gefundene Ausdruck des Sectors ASC in folgendem:

ASC =

$$ASC = \frac{8\,q\,(r-q)\sqrt{(r-q)\,q} + 24\,q^2\sqrt{(r-q)\,q}}{24\,q}$$

$$= \frac{(r-q)\sqrt{(r-q)\,q} + 3q\sqrt{(r-q)\,q}}{3}$$

Endlich iſt aus §. 16 bekannt, daß überhaupt $T = \frac{\text{Sector } ASC}{m\sqrt{2q}}$; folglich wird in unſerem Fall $T = \frac{(r-q)\sqrt{(r-q)\,q} + 3\,q\sqrt{(r-q)\,q}}{3\,m\sqrt{2q}}$

$$= \frac{[(r-q)+3q]\sqrt{(r-q)}\sqrt{q}}{3\,m\sqrt{2}\sqrt{q}}$$

$$T = \frac{(r+2\,q)\sqrt{(r-q)}}{3\,m\sqrt{2}} \text{ oder}$$

$$T = \frac{n(r+2q)\sqrt{(r-q)}}{3\sqrt{2}}$$

$$T = 27,\,408257\,(r+2q)\sqrt{(r-q)}.$$

1. Zuſatz.

§. 36. Dieſe Formel kömmt mit jener überein, welche der berühmte Herr Duſejour in ſeinem ſchönen Werke über die Cometen pag. 263 auf eine andere Art, als ich gefunden hat, und vielleicht wäre es ſehr dienlich, wenn man nach ſeiner Anleitung eine genaue Tafel berechnete, die dem Abſtand von der Sonne, für jede anzugebende Zeit enthielte.

2. Zuſatz.

§. 37. Aus den bekannten Elementen eines Cometen, und der Zeit, wenn er in Perihelio geweſen iſt, kann man durch Hilfe der VI. Tafel die entſprechende wahre Anomalie, und durch die VII. VIII. Tafel den Abſtand von der Sonne finden, ohne die beſchwerliche Auflöſung einer cubiſchen Gleichung zu gebrauchen; man ſetze Q = 10000, ſo wird T = 109, 6153 Täge; ferners, wenn die Entfernungen im Perihelio zweyer Cometen = D und Q, die entſprechenden Zeiten vom Perihelio = T und C, ſo folgt aus vorigen Formeln, daß $T : C = \sqrt{D^3} : \sqrt{Q^3}$; und wenn R und r die Abſtände von der Sonne in jedem beliebigen Punkte der Cometen Bahn ſind, ſo wird D : Q = R : r; endlich wenn (fig. 22. und fig. 23) zwey verſchiedene Parabeln vorſtellen, ſo iſt die Zeit von AC zur Zeit von ′A′L, wie die Fläche ASC zur Fläche ′A′S′L; wenn alſo die gegebenen Zeiten, im Verhältniß der Quadrat Wurzeln, aus den Cubis der Diſtanzen von der Sonne im Perihelio vermehret werden, ſo ſind die angeführten Tafeln für alle Cometen zu gebrauchen.

3. Zur

3. Zuſatz.

§. 38. Bey Gelegenheit dieſer Tafeln, deren Gebrauch in der beygefügten Erklärung beſchrieben iſt, lohnt es ſich der Mühe zu zeigen, wie der Ort eines jeden Cometen nach der Anleitung, und den Tafeln des Herrn Halley muß berechnet werden.

1. Man addire den beſtändigen Logarithmus 9, 960128, zu der Differenz der gegebenen Zeit, und der Zeit des Perihelium, und zu dieſer Summe, die arithmetiſche Ergänzung des Logarithmus von $\sqrt{D^3}$, ſo erhält man den Logarithmus **der mittleren Bewegung.**
2. Mit dieſer werde in der IIIten Tafel die wahre Anomalie, und der Logarithmus für den Abſtand von der Sonne geſucht; welche erſtere bey gerade gehenden Cometen zu dem Orte des Perihelium muß addiret, bey **rückgehenden** aber abgezogen werden, wenn die Zeit dem Perihelium vorgehet, und ſo umgekehrt, wenn ſie nachfolget, um den Ort des Cometen in ſeiner Bahn zu erhalten. Der Logarithmus für den **Abſtand** werde gleichfalls zu der Entfernung im Perihelium addirt, um die wahre Diſtanz des Cometen von der Sonne zu erhalten.
3. Aus dem Orte des Cometen in ſeiner Bahn, werde deſſen Entfernung von Knoten geſucht, wo dann durch die Neigung auf die Ecliptik, der auf dieſe reducirte Art des Cometen, ſamt ſeiner heliocentriſchen Breite, und dem Logarithmus des kurtirten Abſtandes durch bekannte trigonometriſche Berechnungen gefunden werden.

Beyſpiel.

§. 39. Man verlangt den Ort des Cometen vom Jahre 1683, den 23ten July, um 13^h, 40'', oder 21^T. 10^h. 50' nach dem Perihelium? —

Log. der Zeit	= 1, 3 1 0 7 2 3
Log. Conſt.	= 9, 9 6 0 1 2 8
Arithm. Ergänzung	= 0, 3 7 7 4 8 6
Log. der mittl. Bew.	= 1, 6 4 8 3 3 7
mittl. Bewegung	= 44, 4 9 8

Dieſem entſpricht in der IIIten Tafel der Winkel von 56°. 47'. 20''; und Log. für den Abſtand von der ⊙ = 0, 111336

Ort des Perihel., Tab. I.	= 2^s. 25°. 29'. 30''
wahre Anomalie Tab. III.	= 1^s. 26°. 47'. 20
Ort des Com. in der Bahn	= ♈. 28°. 42'. 10''
Ort des Knoten Tab. I.	♓. 23°. 23'. 0''
Ent. des Com. von Knoten	= 35°. 19'. 10''
Redukt auf die Eclipt.	= 4°. 48'. 30''
helioc. Ort des Com.	= ♓. 28°. 11'. 30''
nördl. Neigung	= 35°. 2. 0

Log. für den Abſtand von ☉ Tab. III.	=	0, 111336
Log. des Perihel. Abſt. Tab. I.	=	9, 748343
Log. der Neigung	=	9, 913187
Curtirte Weite	=	9, 772866
Ort der ☉	=	♌ 10°. 41′. 25″.
Ort des Cometen	=	♋ 5°. 11′. 50″.
Nördliche Breite	=	28°. 52′. 0″.
Beob. Ort des Com.	=	♋ 5°. 11′. 30″.
Beobachtete Breite	=	28°. 52′. 0″.

14. Aufgabe.

Die Entfernungen des Cometen von der Erde zu finden, wenn die übrigen Elementen gegeben ſind?

Aufloͤſung Fig. 24.

§. 40. Wenn die Sonne in S, die Erde in T, der Comet in ſeiner Laufbahn in C, und man ziehet das Loth $CN = q$, ſo iſt $CN = CS . \text{ſin. } NSC$, und $NS = CS \text{ coſ. } NSC$; läßt man aus T auf die Knotenlinie gleichfalls den Perpendikel TL fallen, ſo wird $LT = ST . \text{ſin. } TSL$; und $SL = LT . \text{coſ. } TSL$, endlich ziehe man das Loth Cc auf die Ecliptik, ſo iſt $Cc = (SC . \text{ſin. } NSC \text{ ſin. } CNc)$ und $Nc = CS . \text{ſin. } NSC . \text{coſ. } CNc$.

Man ſetze nun $SC = a$; $NSC = \varphi$; $CNc = i$; $ST = \delta$; $TSL = \omega$; $CT = x$; ſo iſt $NC = a \text{ ſin. } \varphi$; $NS = a \text{ coſ. } \varphi$; $Cc = a \text{ ſin. } \varphi . \text{ſin. } i$; $NC = a \text{ ſin. } \varphi \text{ coſ. } i$; $TL = \delta \text{ ſin. } \omega$; $SL = \delta \text{ coſ. } \omega$; ferners, $LT - NC = (\delta . \text{ſin. } \omega - a \text{ ſin. } \varphi . \text{coſ. } i)$, und $NS + LS = (a \text{ coſ. } \varphi + \delta \text{ coſ. } \omega)$; hieraus iſt:

$Tc^2 = (a \text{ coſ. } \varphi + \delta \text{ coſ. } \omega)^2 + (\delta \text{ ſin. } \omega - a \text{ ſin. } \varphi \text{ coſ. } i)^2$ und $Tc^2 + Cc^2 = TC^2$ oder:

$$TC^2 = [\delta^2 (\text{ſin.}^2 \omega + \text{coſ.}^2 \omega) - 2a\delta . \text{ſin. } \omega . \text{coſ. } i . \text{ſin. } \varphi + a^2 \text{ ſin.}^2 \varphi . \text{coſ.}^2 i] + [a^2 \text{ coſ.}^2 \varphi + 2a\delta \text{ coſ. } \varphi \text{ coſ. } \omega] + [a^2 \text{ ſin.}^2 \varphi . \text{ſin.}^2 i]$$, oder

$$TC = \sqrt{[\delta^2 + a^2 - 2a\delta (\text{coſ. } \varphi \text{ coſ. } \omega + \text{ſin. } \varphi \text{ ſin. } \omega \text{ coſ. } i)]}$$

Zuſatz.

§. 41. Wenn $\varphi = 180°$ ſo iſt der Comet in den Knoten, und

$$TC = \sqrt{(\delta^2 + a^2 - 2a\delta \text{ coſ. } \omega)}$$

wenn aber $\varphi = 90°$, ſo wäre

$$TC = \sqrt{(\delta^2 + a^2 - 2a\delta . \text{ſin. } \varphi . \text{ſin. } \omega . \text{coſ. } i)}$$

Zuſatz.

§. 42. Es ſey der Unterſchied der Länge des aufſteigenden Knoten, und des Perihelium $= n$, der Abſtand des Cometen vom Perihelium $= d$, die wahre Anomalie $= \lambda$, ſo iſt $\lambda = (\varphi + n)$ folglich:

$$TC^2 = \delta^2 + a^2 - 2a\delta [\cos.\, \omega \cos.\, (\lambda - n) + \sin.\, \omega \cos.\, i \sin.\, (\lambda - n)] \text{ oder}$$

$$TC^2 = \delta^2 + \frac{4d^2}{[2 \cos.^2 \tfrac{1}{2} (\varphi + n)]^2} - \frac{4d\delta}{2 \cos.^2 \tfrac{1}{2} (\varphi + n)} (\cos.\, \varphi \cos.\, \omega + \sin.\, \varphi \sin.\, \omega \cos.\, i)$$

15. Aufgabe.

Aus den gegebenen Elementen die Breite des Cometen finden.

Aufloͤſung.

§. 43. In dem rechtwinklichtem Dreyecke CcT, ſtellt der Winkel $CTc = l$ die geſuchte Breite vor, und es iſt; $\sin.\, l = \dfrac{a \sin.\, \varphi \,.\, \sin.\, i}{TC}$.

16. Aufgabe.

Aus den bekannten Elementen die Länge finden.

Aufloͤſung Fig. 24.

§. 44. Der Winkel cTS oder die Differenz der Längen des Cometen, und der Sonne heiße ζ, ſo giebt die Figur;

$$\cos.\, \zeta = \delta^2 - \frac{[(a \cos.\, \varphi + \delta \cos.\, \omega)^2 + (\delta \sin.\, \omega - a \sin.\, \varphi \,.\, \cos.\, i)^2] - (a^2 - a^2 \sin.^2 \varphi \,.\, \sin.^2 i)}{2\delta \sqrt{[(a \cos.\, \varphi + \delta \cos.\, \omega)^2 + (\delta \sin.\, \omega - a \sin.\, \varphi \,.\, \cos.\, i)^2]}}$$

Zuſatz.

§. 45. Wenn die ſcheinbare Breite des Cometen $= l$, und $TSL = \omega$, $NSC = \varphi$; $ST = \delta$, die ſcheinbare Länge des Cometen $= x$, die Länge der Sonne $= \odot$, ſo wird:

$$\sin.\, (x - \odot + \omega) = \frac{\text{tang.}\, l\, (\delta \,.\, \sin.\, \omega - a \sin.\, \varphi \cos.\, i)}{a \,.\, \sin.\, \varphi \,.\, \sin.\, i} \text{ oder wenn } (x - \odot) = y;$$

$$\sin.\, (y + \omega) = \frac{\text{tang.}\, l \,.\, (\delta \sin.\, \omega - a \sin.\, \varphi \,.\, \cos.\, i)}{(a \,.\, \sin.\, \varphi \,.\, \sin.\, i \,.)}, \text{ folglich}$$

$$\sin.\, y \cos.\, \omega - \cos.\, y \sin.\, \omega = \frac{\text{tang.}\, l\, (\delta \,.\, \sin.\, \omega - a \sin.\, \varphi \,.\, \cos.\, i)}{a \,.\, \sin.\, \varphi \,.\, \sin.\, i}$$

woraus zwar die Länge des Cometen gefunden wird, die Formel aber iſt ſo beſchwerlich, daß man ſie nicht wohl anwenden kann.

Zuſatz.

§. 46. Wenn wir die vorhergehenden Benennungen behalten, ſo iſt

$$\text{tang.}(\eta + \omega) = \frac{\delta\ \text{ſin.}\ \omega - a\ \text{ſin.}\ \phi\ \text{coſ.}\ i}{\delta\ \text{coſ.}\ \omega - a\ \text{coſ.}\ \phi} \text{ oder}$$

$$\frac{\text{tang.}\ \eta + \text{tang}\ \omega}{(1 - \text{tang.}\ \eta\ .\ t\omega} = \frac{\delta\ \text{ſin.}\ \omega - a\ \text{ſin.}\ \phi\ \text{coſ.}\ i}{\delta\ \text{coſ.}\ \omega - a\ \text{coſ.}\ \phi}, \text{ woraus}$$

$$\text{tang.}\ \eta = \frac{(\delta\ .\ \text{ſin.}\ \omega - a\ \text{ſin.}\ \phi\ .\ \text{coſ.}\ i) - \text{tang.}\ \omega\ (\delta\ \text{coſ.}\ \omega - a\ \text{coſ.}\ \phi)}{(\delta\ \text{coſ.}\ \omega - a\ \text{coſ.}\ \phi) + \text{tang.}\ \omega\ (\delta.\ \text{ſin.}\ \omega - a\ \text{ſin.}\ \phi\ .\ \text{coſ.}\ i)} \text{ oder}$$

$$\text{tang.}\ \eta = \frac{a\ .\ \text{ſin.}\ \omega\ \text{coſ.}\ \phi - a\ \text{ſin.}\ \phi\ .\ \text{coſ.}\ i\ .\ \text{coſ.}\ \omega}{\delta - a\ \text{coſ.}\ \phi\ \text{coſ.}\ \omega - a\ .\ \text{ſin.}\ \phi\ \text{ſin.}\ \omega\ .\ \text{coſ.}\ i}$$

17. Aufgabe.

Aus der geocentriſchen Breite, und Länge die heliocentriſche Länge, und Breite finden.

Aufloͤſung. Fig. 29.

§. 47. Wenn wir die ſchon gebrauchten Benennungen behalten, und die Erde in t, der Comet in C, der Anfang des Widders in ♈, ſo iſt ♈q die geocentriſche und ♈n die heliocentriſche Länge; ferners CTc die geocentriſche, CSc die heliocentriſche Breite; es ſey nun Sct = y, und CSc = x

$$\text{ſin.}\ y = \frac{\text{ſin.}\ \eta\ .\ \delta}{a\sqrt{1 - \text{ſin.}^2\ \phi\ .\ \text{ſin.}^2\ i}} \text{ es ſey ſin.}^2\ \phi\ .\ \text{ſin.}^2\ i = \text{ſin.}^2\ \lambda \text{ ſo wird}$$

$$\text{ſin.}\ y = \frac{\delta\ .\ \text{ſin.}\ \eta}{a\ \text{coſ.}\ \lambda}; \text{ eben ſo iſt}$$

$$\text{ſin.}\ x = \text{ſin.}\ \phi\ .\ \text{ſin.}\ i = \frac{\text{ſin. lat. geoc. CT}}{a}.$$

18. Aufgabe.

Aus den gegebenen Entfernungen des Cometen von der Sonne, und Erde, nebſt dem Abſtand der Erde von der Sonne, und von einem anderen Planeten, die Diſtanz des Cometen von dieſem Himmelskörper finden.

Aufloͤſung Fig. 27.

§. 48. Die Sonne ſtehe in S, die Erde in T, der Comet in C, der Planet in I, es ſey SC = a; CT = b; ST = t; TI = c; SI = d; CI = x ſo iſt

$$\text{coſ.}\ y = \frac{t^2 + d^2 - c^2}{2td}.$$

$\cos. z = \frac{a^2 + t^2 - b^2}{2at}$, wenn nun $(z + y) = \beta$, ſo wird

$$x^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cos. \beta$$

$$x^2 = a^2 + d^2 - 2ad \left(\frac{(t^2 + d^2 - c^2)}{2td} \frac{(a^2 + t^2 - b^2)}{2at} - \sin. z \sin. y \right).$$

19. Aufgabe.

Die kleinſte Entfernung des Cometen von der Erde finden.

Aufloͤſung. Fig. 27.

§. 49. Der Comet ſtehe in C, die Sonne in S, die Erde in T, und man nenne $SC = x$; $ST = y$; $CST = \phi$; $CT = z$, ſo iſt:

$$zz = x^2 + y^2 - 2xy \cos. \phi$$

welches ein kleinſtes ſeyn ſoll; zu dieſem Ende ſey $x + y = 2\lambda$; $x - y = 2\beta$ ſo wird

$$(\lambda^2 + \beta^2) - \cos. \phi\, (\lambda^2 - \beta^2) = z^2 \text{ oder wenn}$$

$$(\lambda^2 + \beta^2) = X; \; (\lambda^2 - \beta^2) = Z,$$

$$dX - \cos. \phi\, dZ - Z d\phi \sin. \phi = o$$

Zuſatz.

§. 50. Die Aufloͤſung dieſer Formel waͤre zwar nicht kuͤnſtlich, aber doch ſehr beſchwerlich, wir wollen alſo ſehen, ob die vorhin §. 38 gefundene Formel bequemer ſey: Wir hatten

$TC^2 = \delta^2 + a^2 - 2a\delta\, (\cos. \phi . \cos. \omega + \sin. \phi \sin. \omega \cos. i)$ folglich iſt:

$$[a - \delta (\cos. \omega \cos. \phi + \sin. \omega . \sin. \phi \cos. i)]\, d . a$$
$$- a\delta (\sin. \omega \cos. \phi \cos. i - \sin. \phi \cos. \omega)\, d . \phi$$
$$+ [\delta - a (\cos. \phi . \cos. \omega + \sin. \phi \sin. \omega \cos. i)]\, d . \delta$$
$$- a\delta (\sin. \phi \cos. \omega . \cos. i - \sin. \omega \cos. \phi)\, d . \omega = o$$

Dieſe Formel ſcheinet nun eben ſo wenig bequem, wenn wir aber die gehoͤrigen Werthe fuͤr $d . a$ und $d . \delta$ aus den Laufbahnen des Cometen, und der Erde ſubſtituiren, ſo wird ſie um vieles geſchmeidiger. Man ſetze alſo die Eccentricitaͤt der Erdbahn $= e$ den Parameter $= p$ die halbe große Achſe $= A$, den Radius Vector $= \delta$ die wahre Anomalie $= \tau$, ſo iſt nach §. 17.

$$2\delta \left(\frac{e}{A} \cos. \tau + 1 \right) = p \text{ oder}$$

$$d\delta \left(\frac{e}{A} \cos. \tau \right) - \frac{e}{A} \delta \sin. \tau d\tau = o$$

Wenn aber die Laͤnge des aufſteigenden Knoten des Cometen — der Laͤnge des Perihelium der Erde $= \gamma$, ſo iſt $\tau = (\gamma + \omega)$, alſo $\cos. \tau = \cos. (\gamma + \omega)$ und $d \cos. \tau = d \cos. (\gamma + \omega)$ folglich:

$$d\delta\left(\frac{e}{A}\ \text{coſ.}(\gamma+\omega)+1\right)-\frac{e}{A}\ \delta\ \text{ſin.}(\gamma+\omega)\,d\omega=o$$

Auf eben dieſe Art ſey der Radius Vector des Cometen $= a$, die Eccentricität $=$ E der Parameter $= \varrho$; Die Länge des aufſteigenden Knoten — der Länge des Perihelium des Cometen $= \pi$, die halbe Achſe $=$ A′, ſo iſt: $2a\left(\frac{E}{A'}\ \text{coſ.}(\varphi+\pi)+1\right) = \varrho$ und

$$da\left(1+\frac{E}{A'}\ \text{coſ.}(\varphi+\pi)\right)-\frac{E}{A'}\ a\ \text{ſin.}(\varphi+\pi)\ d\varphi=o$$

Aus dieſen beyden Differencial-Gleichungen müßen die Werthe von $d\delta$ und da in die Gleichung für die geſuchte Diſtanz geſetzet werden um den Ausdruck des Kleinſten zu erhalten.

Betrachten wir aber die obige Gleichung, ſo erhellet, daß wenn die Werthe von $d\delta$ und da weggeſchaft werden, die Differenzen $d\omega$ und $d\varphi$ ganz allein zurückbleiben; iſt nun die ganze Gleichung dem Nichts gleich, ſo muß jeder Coefficient von $d\omega$, und $d\varphi$ ebenfalls $= o$ ſeyn, und die Gleichung zerfällt bequem in zwo andere, welche beyde zugleich ſtatt haben, im Falle der Abſtand des Cometen von der Erde ein Kleinſtes ſeyn ſollte. Nach dieſer vorläufigen Anmerkung heißt die Formel für die kleinſte Entfernung:

$$[a-\delta(\text{coſ.}\,\omega\ \text{coſ.}\,\varphi+\text{ſin.}\,\omega\ \text{ſin.}\,\varphi\ \text{coſ.}\,i)]\frac{[Ea\ \text{ſin.}\ (\varphi+\pi)\ d\varphi]}{[A'+E\ \text{coſ.}\ (\varphi+\pi)]}$$
$$-\ a\delta\ (\text{ſin.}\,\omega\ \text{coſ.}\,\varphi\ \text{coſ.}\,i-\text{ſin.}\,\varphi\ \text{coſ.}\,\omega)\,d\varphi$$
$$+[\delta-a\,(\text{coſ.}\,\varphi\ \text{coſ.}\,\omega+\text{ſin.}\,\varphi\ \text{ſin.}\,\omega\ \text{coſ.}\,i)]\frac{[e\delta\ \text{ſin.}\ (\gamma+\omega)\ d\omega]}{[A+e\ \text{coſ.}\,(\gamma+\omega)]}$$

$-\ a\delta\,(\text{ſin.}\,\varphi\ \text{coſ.}\,\omega\ \text{coſ.}\,i-\text{ſin.}\,\omega\ \text{coſ.}\,\varphi)\,d\omega=o$ oder wenn wir, wie ſchon erinnert worden, die Coefficienten von $d\omega$ und $d\varphi$ dem Nichts gleich machen, ſo erhalten wir folgende zwo Gleichungen:

I. $$[\delta-a\,(\text{coſ.}\,\varphi\ \text{coſ.}\,\omega+\text{ſin.}\,\varphi\ \text{ſin.}\,\omega\ \text{coſ.}\,i)]\times$$
$$\left(\frac{e}{A}\,\text{ſin.}\,(\gamma+\omega)\right)-a\left[1+\frac{e}{A}\ \text{coſ.}\ (\gamma+\omega)\right]\times$$
$$(\text{ſin.}\ \varphi\ \text{coſ.}\ \omega\ \text{coſ.}\ i-\text{ſin.}\ \omega\ \text{coſ.}\ \varphi)=o$$ und

II. $$[a-\delta\ (\text{coſ.}\,\varphi\ \text{coſ.}\ \omega+\text{ſin.}\,\varphi\ \text{ſin.}\,\omega\ \text{coſ.}\,i)]\times$$
$$\left(\frac{E}{A'}\ \text{ſin.}\,(\varphi+\pi)\right)-\delta\left[1+\frac{E}{A'}\ \text{coſ.}\ (\varphi+\pi)\right]\times$$
$$(\text{ſin.}\ \omega\ .\ \text{coſ.}\ \varphi\ .\ \text{coſ.}\ i-\text{ſin.}\ \varphi\ .\ \text{coſ.}\ \omega)=o$$

Jede dieſer Gleichungen muß erfüllet werden, wenn der Abſtand des Cometen von der Erde ein Kleinſtes ſeyn ſoll.

Zuſatz.

§. 51. Wenn wir annehmen, die Erde bewege ſich in einem Cirkel, und der Comet in einer Parabel, ſo wird die Formel zwar um viel kürzer, aber auch um viel unſicherer,

 wie

wie es Herr Sejour pag. 38 ſelbſt anmerket, welcher übrigens für den Comet von 1770 gefunden hat, daß ſein kleinſter Abſtand von der Erde 1965 Theile, oder 679120 Meilen beträgt. ꝛc. ꝛc.

20. Aufgabe.

Die Entfernung des Cometen von jeden Planeten beſtimmen.

Auflöſung Fig. 27.

§. 52. Die Erde ſtehe in ihrer Laufbahn in T, die Sonne in S, der Comet in I; es ſey AB $= a$; R$n = b$; $b = \alpha$; $c\delta = \beta$; SIT $= \pi$; STI $= \gamma$; ST$f = n$; ST $= x$; TSI $= \lambda$; SG $= \zeta$; ſo wird aus der Natur der Ellipſe:

$$4 \text{ſin.} \pi^2 = 4 \text{coſ.} \tfrac{1}{2}n^2$$
$$= 2 (1 + \text{coſ.}\ n)$$
$$= \frac{b^2}{ax - x^2}$$
$$= \frac{\beta^2}{a\zeta - \zeta^2}, \text{ folglich}$$

$$\text{ſin.}\ \varphi = \frac{b}{2\sqrt{ax - x^2}} = \frac{\beta}{2\sqrt{\alpha\zeta - \zeta^2}}, \text{ woraus dann}$$

$$\zeta^2 - a\zeta = \frac{4\beta^2}{4b^2}(x^2 - ax) \text{ alſo}$$

$$\text{SI} = \zeta = \tfrac{1}{2}a \mp \sqrt{\tfrac{1}{4}a^2 - \left(\frac{4\beta^2}{4b^2}(x^2 - ax)\right)}, \text{ es iſt aber:}$$

$$\text{TI}^2 = \text{ST}^2 + \text{SI} - 2\text{ST coſ.}\lambda . \text{SI folglich}$$

$$\text{TI}^2 = x^2 + \left(\tfrac{1}{2}a \mp \sqrt{\tfrac{1}{4}a^2 - \left(\frac{\beta^2}{b^2}(x^2 - ax)\right)}\right)^2 - 2x \text{ coſ}\lambda \left(\tfrac{1}{2}a \mp \sqrt{\tfrac{1}{4}a^2 - \left(\frac{\beta^2}{b^2}(x^2 - ax)\right)}\right)$$

Zuſatz.

§. 53. Wenn man dieſe Gleichung differenciiret, und dem Nichts gleich machet, läßt ſich zwar der kleinſte Abſtand finden, jedoch iſt mit dieſer Formel wenig anzufangen.

21. Aufgabe.

Aus vier beobachteten Längen und Breiten eines Cometen ſeine Laufbahn in der Parabel beſtimmen.

Auflöſung Fig. 25.

§. 54. In der erſten Beobachtung ſey die Erde in T der Comet in Q, man ziehe das Loth PQ auf die Fläche der Ecliptik, wie auch die Lothe TK; QX; PX auf die Knoten

Linie D*d*. Ferners ſind PL; QZ Perpendikel auf TK und HZ; und CO ſteht ſenkrecht auf TD. Es ſey nun $TP = z$; $CTo = a$; ſo iſt $PC^2 = 1 \mp 2z \cos. a + z^2$, die Breite des Cometen ſey $= l$, ſo wird $PQ^2 = z^2 \tan.^2 l$ und $CQ^2 = 1 \mp 2z \cos. a + \frac{z^2}{\cos.^2 l}$. Wenn nun die Neigung der Bahn $= y$, ſo folgt $QX = \frac{z \tan. l}{\sin. y}$, wenn endlich $PTK = x$; $DCZ = \varphi$ ſo iſt:

$$PC = Z \sin. x;\ KC = \sin. (a \mp x) \text{ und}$$

$$CZ = [\sin. (a \mp x) \mp z \sin. x] \left(\frac{\cos. \varphi}{\sin. y \cos. l} \mp \frac{z . \tan. l . \sin. \varphi}{\sin. y} \right).$$

Wenn nun der Parameter $= p$, ſo iſt vermöge der Natur der Parabel,

$$CQ = 2\ CH \mp CZ \text{ oder}$$

$$CQ = \tfrac{1}{2} p \mp (\sin. (a \mp x) \mp z \sin. x) \cos. \varphi - \frac{Z \tan. l \sin. \varphi}{\sin. y.} \text{ und}$$

weil $PX = \sin. TCD - z \cos. PTK$ und $PX = \frac{z \tan. QTP}{\tan. QXP}$ ſo wird:

$$Z = \frac{\cos. (a \mp x)}{\tan. l . \cot. y + \cos. x.}$$

Werden nun beyde gefundene Werthe von CQ in eine Gleichung gebracht, und in ſelber der Ausdruck von z geſetzt, ſo erhält man endlich:

$$\tfrac{1}{2} p \mp [\sin. (a \mp x) \cos. \varphi] - \frac{\sin. \varphi \cos. (a - x) \cos. y}{\sin.^2 y + \cos. x} - \sqrt{\left(1 \mp \frac{2 \cos. a \cos. (a \mp x)}{\tan. l . \cot. y + \cos.} + \frac{\cos.^2 (a \mp x)}{(\tan.^2 l \cot. y + \cos. x)^2 \cos.^2 l}\right)} = o.$$

Es giebt aber jede der anderen drey Beobachtungen eine ähnliche Gleichung, wo p, y; und φ unverändert bleiben, alſo läßt ſich auf dieſe Art die Laufbahn eines Cometen theoretiſch beſtimmen.

Zuſatz.

§. 55. Ich ſagte mit Vorbedacht theoretiſch, dann ich zweifle ſehr, ob ſich ein Aſtronom finden wird, welcher die Laufbahn durch ſolche Formeln berechnen wollte, es ſey dann, man wäre ſo glücklich bequemere zu erdenken, dergleichen mir wenigſtens noch keine vorgekommen iſt.

2. Zuſatz. Fig. 26.

§. 56. Eine nicht ganz untaugliche Formel, läßt ſich aus unſerer Auflöſung der 12ten Aufgabe ableiten. Dann wenn wir die daſelbſt gebrauchten Benennungen behalten, ſo iſt aus der erſten Beobachtung:

$z =$

$$x = \frac{t^2 \pi^2 ra}{t^2 \pi^2 a - \tau^2 \varrho^2 r}$$

aus der zweyten: $x = \frac{'t^2 \pi^2 {}'r\, a}{'t^2 \pi^2 a - \tau^2 {}'\varrho^2\, r'}$, und

eben ſo aus der dritten; $x = \frac{'t^2 \pi^2 ra}{''t^2 \pi^2 a - \tau^2 {}''\varrho^2 r}$;

Betrachten wir nun die 26te Figur, in welcher $mS = r$; $nS = 'r$; $oS = ''r$; eben ſo, $nm = \varrho$; $on = '\varrho$; $om = ''\varrho$; der Winkel mSn ſey $= \omega$; $nSo = \varphi$ ſo iſt die Winkelgeſchwindigkeit von der erſten zur dritten Beobachtung $= (\omega + \varphi.)$ Nun aber iſt

$$\varrho^2 = r^2 + {}'r^2 - 2\, r\, 'r \text{ coſ. } \omega$$

$$'\varrho^2 = ''r^2 + {}'r^2 - 2\, ''r\, 'r \text{ coſ. } \varphi$$

$''\varrho^2 = ''r^2 + r^2 - 2\, ''r\, r \text{ coſ. } (\omega + \varphi)$; folglich erhalten unſere drey Werthe für x folgende Geſtalt:

$$\text{I. } x = \frac{t^2 \pi^2 ra}{t^2 \pi^2 a - \tau^2 r\, (r^2 + {}'r^2 - 2\, 'r r \text{ coſ. } \omega)}$$

$$\text{II. } x = \frac{'t^2 \pi^2 {}'ra}{'t^2 \pi^2 a - \tau^2 {}'r\, (''r^2 + {}'r^2 - 2\, ''r\, 'r \text{ coſ. } \varphi)}$$

$$\text{III. } x = \frac{''t^2 \pi^2 ra}{''t^2 \pi^2 a - \tau^2 r\, (''r^2 + r^2 - 2\, ''r r \text{ coſ. } (\omega + \varphi)\,]}$$

Setzen wir nun $t^2 \pi^2 a = L$; $'t^2 \pi^2 a = M$; $''t^2 \pi^2 a = N$, und $r = y$; $'r = z$; $''r = \xi$ ſo wird

$$\frac{L\, y}{(L - \tau^2 y)\, (y^2 + z^2 - 2yz \text{ coſ. } \omega)} = x \,.\, \text{I.}$$

$$\frac{M\, z}{(M - \tau^2 z)\, (z^2 + \xi^2 - 2 z \xi \text{ coſ. } \varphi)} = x \,.\, \text{II.}$$

$$\frac{N\, y}{(M - \tau^2 y)\, (y^2 + \xi^2 - 2y \xi \text{ coſ. } (\omega + \varphi)} = x \,.\, \text{III.}$$

Werden nun dieſe drey Gleichungen gehörig behandelt, ſo erhält man aus I. und III.

$L\,(N - \tau^2 y)\,.\,(y^2 + z^2 - 2\, z\, y \text{ coſ. } (\omega + \varphi) = N\,(L - \tau^2 y)\,(y^2 + z^2 - 2yz \text{ coſ. } \omega)$ woraus

$$\xi = y \text{coſ.} (\varphi + \omega) \mp \left(y^2 \text{coſ.}^2 (\varphi + \omega) + \frac{[(LN - N\tau^2 y)\,(y^2 + z^2 - 2yz \text{ coſ.} \omega) - y^2 (LN - L\tau^2 y)]}{(LN - L\tau^2\, y)} \right)^{\frac{1}{2}} = (\odot)$$

Aus I. und II. wird:

$$\xi = z \text{ coſ. } \varphi \mp [z^2 \text{coſ.}^2 \varphi + \left(\frac{(MLz - M\tau^2 zy)\,(y^2 + z^2 - 2yz \text{ coſ.} \omega) - z^2 (LMy - L\tau^2 yz)]}{(LMy - L\tau^2 yz)} \right)^{\frac{1}{2}} = (\,☽\,)$$

aus II. und III. endlich:

ξ=

$$\xi = \frac{(NyM - N\tau^2 yz)\, z \cos.\varphi - (MNz - M\tau^2 yz)\, y \cos.(\varphi + \omega)}{(NMy - N\tau^2 yz) - (MNz - M\tau^2 yz)} \mp$$

$$\sqrt{\left(\left(\frac{(NyM - Nzy\tau^2)\, z \cos.\varphi - (MNz - M\tau^2 yz)\, y \cos.(\varphi + \omega)}{[(NMy - N\tau^2 yz) - (MNz - M\tau^2 yz)]^2}\right)^2 + \frac{(MNz - M\tau^2 yz)\, y^2 - (MNy - N\tau^2 zy)\, z^2}{(MNy - N\tau^2 yz) - (MNz - M\tau^2 yz)}\right)} \ldots\ldots (♁)$$

Setzet man nun $(\varphi + \omega) = \lambda$, und vergleicht die Werthe ⊙ und ☽ von ξ, ſo wird $y \cos.\lambda = z \cos.\varphi$; folglich $y = \frac{z \cos.\varphi}{\cos.\lambda} = z \cos.\varrho$; es ſey $\cos.^2 \varrho = \cos.\delta$ ſo wird $(y^2 + z^2) = z^2 (1 + \cos.^2 \varrho) = z^2 (1 + \cos.\delta) = 2 z^2 \cos.^2 \tfrac{1}{2}\delta$; und $yz = z^2 \cos.\varrho$; folglich: $y \cos.\lambda = z \cos.\varphi$ und

$$\frac{LN(2\cos.^2\tfrac{1}{2}\delta - 2\cos.\varrho \cos.\omega) - N\tau^2(2z\cos.\varrho \cos.^2\tfrac{1}{2}\delta - 2z\cos.^2\varrho \cos.\omega) - LN\cos.^2\varrho + L\tau^2 z \cos.^3\varrho}{(LN - L\tau^2 z \cos.\varrho)} =$$

$$\frac{ML(2z\cos.^2\tfrac{1}{2}\delta - 2\cos.\omega . \cos.\varrho . z) - M\tau^2(2z^2\cos.^2\tfrac{1}{2}\delta \cos.\varrho - 2z^2\cos.\omega . \cos.^2\varrho) - LMz\cos.\varrho + L\tau^2 z^2 \cos.\varrho}{(LMz \cos.\varrho - L\tau^2 z^2 \cos.\varrho)}$$

Dieſe beyde Gleichungen laßen ſich nun alſo vorſtellen.

$\frac{A - Bz}{E - Fz} = \frac{G - HZ}{L - MZ}$; woraus dann

$$z^2 + z\,\frac{(EH + FG - MA - BL)}{(BM - FH)} + \frac{(AL - EG)}{(BM - FH)} = o$$

Setzt man nun den durch bekannte Größen gegebenen Werth von z in der Gleichung ♁ ſo wird die herauskommende Gleichung einen Ausdruck für z geben, welcher aber wegen des vermuthlich ſehr hohen Grades von z nicht anwendbar zu ſeyn ſcheinet, weswegen ich es auch für überflüßig halte weiter nachzurechnen.

22. Aufgabe. Fig. 30.

Aus drey ſehr nahen Beobachtungen die Laufbahn durch Verſuche beſtimmen.

Auflöſung Fig. 30.

§. 57. Die Erde ſtehe in ihrer Laufbahn in T; t; $'t$; die Sonne in s der Comet in C; $c . \gamma$; ſeine aus der Erde geſehenen Längen ſind TD; $t'C$; $'tB$; die Breiten CTD; $ct'C$; $\gamma' tB$; weil nun der Winkel DTS, den Unterſcheid der Längen des Cometen, und der Sonne anzeiget, und im Dreyecke DTS die Seite TS bekannt iſt, ſo wollen wir einen der zween übrigen Winkel DST oder TDS als wenn er gegeben wäre annehmen, und aus ſelben die ganze übrige Laufbahn zu beſtimmen ſuchen.

Es ſey alſo $DTS = \varphi$; $TS = a$; $DST = \xi$; und $TDS = [180° - (\varphi + \xi)] = \omega$; folglich:

$$\text{I. ſin. } \omega : a = \text{ſin. } \xi : TD$$

$$\text{II. ſin. } \omega : a = \text{ſin. } \varphi : DS$$

$$\text{coſ. lat. geocentr. } \frac{a \text{ ſin. } \xi}{\text{ſin. } \omega} = \text{ſin. lat. ſin. geocentr. } CD, \text{ oder}$$

$$\text{III. } \frac{a \text{ ſin. } \xi}{\text{ſin. } \omega} \text{ tang. lat. geocëntr.} = CD.$$

$$CD^2 + SD^2 = CS^2 \text{ oder}$$

$$\left(\frac{a^2 \text{ ſin.}^2 \xi}{\text{ſin.}^2 \omega} . \text{ tang.}^2 . \text{ lat. geocentr.}\right) + \frac{a^2 \text{ ſin.}^2 \varphi}{\text{ſin.}^2 \omega} = CS^2$$

$$\text{IV. } CS = R = \frac{a}{\text{ſin. } \omega} \sqrt{\text{ſin.}^2 \xi . \text{ tang.}^2 . \text{ lat. geocentr.} + \text{ſin.}^2 \varphi} . .$$

Nun kömmt es auf die Beſtimmung der übrigen Entfernungen von der Erde; und man ſetze: $TD = d$; $tu = e$, $AT = f$; $TS = a$, $CTD = l$; $n'C = z$; $A'C = 'l$; $\gamma' t B = ''l$; $TAt = \varrho$; $CTS = \beta$, ſo iſt:

$$AD = \frac{a \text{ ſin. } \zeta}{\text{ſin. } \omega} + f$$

$$Dn = \left(\frac{a \text{ ſin. } \zeta}{\text{ſin. } \omega} + f\right) \text{ ſin. } \varrho$$

$$(D'C)^2 = z^2 + \left(\frac{a \text{ ſin. } \zeta}{\text{ſin. } \omega} + f\right)^2 \text{ ſin.}^2 \varrho$$

$$Au = f \text{ coſ. } \varrho$$

$$An = \left(\frac{a \text{ ſin. } \zeta}{\text{ſin. } \omega} + f\right) \text{ coſ. } \varrho$$

$$A'C = \left(\frac{a \text{ ſin. } \zeta}{\text{ſin. } \omega} + f\right) \text{ coſ. } \varrho + z$$

$$u'C = \frac{a \text{ ſin. } \zeta}{\text{ſin. } \omega} \text{ coſ. } \varrho + z$$

$$t'C = \frac{a \text{ ſin. } \zeta}{\text{ſin. } \omega} \text{ coſ. } \varrho + z - e$$

$$c'C = \left(\frac{a \text{ ſin. } \zeta}{\text{ſin. } \omega} \text{ coſ. } \varrho + z - e\right) \text{ tang. } 'l$$

$$CD = \frac{a \text{ ſin. } \zeta}{\text{ſin. } \omega} \text{ tang. } l.$$

$$cp = c'C - CD = \frac{a \text{ ſin. } \zeta}{\text{ſin. } \omega} (\text{coſ. } \varrho \text{ tang. } 'l - \text{tang. } l) + (z - e) \text{ tang. } 'l$$

Es iſt aber $Cc^2 = Cp^2 + cp^2$, man ſetze nun $\frac{a \,\text{ſin.}\, \zeta}{\text{ſin.}\, \omega} + f = d + f = s$ ſo erhält man:

$$\begin{array}{l} Cc^2 = z^2\, \text{ſec.}^2\, {}'l + 2d\, \text{coſ.}\, \varrho\, \text{tang.}^2\, {}'l \\ \quad - d\, \text{tang.}\, l\, .\, \text{tang.}\, {}'l \\ \quad - 2e\, \text{tang.}^2\, {}'l \end{array} \left\{ \begin{array}{l} + d^2\, \text{coſ.}^2\, \varrho \\ z - 2de\, \text{coſ.}\, \varrho \\ + e^2 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} - 2d^2\, \text{tang.}\, l\, \text{coſ.}\, \varrho \\ \text{tang.}^2\, {}'l + 2de\, \text{tang.}\, l \\ \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} + d^2\, \text{tang.}^2\, l \\ \text{tang.}\, l + s^2\, \text{ſin.}^2\, \varrho; \\ \end{array} \right.$$

Hier wollen wir mit dem berühmten Herrn Lambert ſetzen:

$$Cc^2 = Dz^2 + Ez + F$$

weil nun $CS^2 = CT^2 + TS^2 - 2CT\, \text{coſ.}\, \beta\, .\, TS$, und

$$CT = CD^2 + TD^2$$ ſo wird

$$CS^2 = a^2 + d^2\, \text{ſec.}^2\, l - 2ad\, \text{ſec.}\, l\, .\, \text{coſ.}\, \beta;$$

Da nun die zwo Entfernungen von der Sonne CS und cS einander ſehr nahe ſind, ſo kann man ſetzen: $Cc = \frac{m\, T \sqrt{8}}{\sqrt{CS}}$, woraus dann folgende Gleichung des zweyten Grades:

$$Dz^2 + EZ + F = \frac{8\, m^2\, T^2}{\sqrt{(a^2 + d^2\, \text{ſec.}^2\, l - 2ad\, \text{ſec.}\, l\, .\, \text{coſ.}\, \beta)}}$$

und iſt z bekannt, ſo läßt ſich alles übrige ohne Mühe finden.

23. Aufgabe.

Aus drey Beobachtungen eines Cometen, deſſen curtirte Weite von der Erde, in der mittleren Obſervation finden, und daraus die ganze Laufbahn beſtimmen?

Auflöſung Fig. 30.

§. 58. Der Comet habe in C; c; γ geſtanden, die Erde in T; t; $'t$; die Sonne in S; man ſetze $t'C = z$; die geocentriſche Breite $ct'C = g$; $ct\,S = s$; $tS = d$ ſo iſt $tc = z\, .\, \text{ſec.}\, g$; und $cS^2 =$

$$d^2 + \text{ſec.}^2\, g\, .\, z^2 - 2zd\, .\, \text{coſ.}\, s\, .\, \text{ſec.}\, g.$$

Es ſey nun $t'C : TD = 1 : m$; $t'C : {}'tB = 1 : n$, ſo iſt $TD = mz$; ${}'tB = nz$; der Winkel $TA't$ heiße r; $TA = a$; ${}'tA = b$; $TS = c$; $S't = e$; die Breite $DTC = h$; ${}'t\gamma = l$; ſo daß $1 : \text{tang.}\, h = mz : DC = \text{tang.}\, h\, .\, m\, .\, z$, und $B\gamma = n\, .\, z\, .\, \text{tang.}\, l$.

Man ziehe Ci gleichlauffend mit DB ſo wird $\gamma i = (m\, .\, \text{tang.}\, h - n\, \text{tang.}\, l)\, z$. Ferners iſt, $AD = a + mz$; $AB = b + nz$; folglich

$$DB^2 = a^2 + 2amz + m^2 z^2 + b^2 + 2bnz + n^2 z^2 - 2ab\, \text{coſ.}\, r - 2anz\, \text{coſ.}\, r - 2bmz\, \text{coſ.}\, r - 2mnz^2\, \text{coſ.}\, r,$$ und $C\gamma^2 =$

$$a^2 + 2amz + m^2 z^2 + b^2 + 2bnz + n^2 z^2 + z^2 (m\, \text{tang.}\, h - n\, \text{tang.}\, l)^2 - 2ab\, \text{coſ.}\, r - 2anz\, \text{coſ.}\, r - 2bmz\, \text{coſ.}\, r - 2mnz^2\, \text{coſ.}\, r;$$ oder mit der vorhin gebrauchten Verkürzung: $C\gamma^2 = Az^2 + BZ + C$.

Wenn die Zeit, in welcher der Comet von C nach γ gekommen iſt, $= t$, und man vergleicht die Bewegung deſſelben mit der Bewegung der Erde, ſo folgt daß er in einer Entfernung, welche dem mittleren Abſtande 100000000 gleich wäre den Raum 2432746, 6 . t würde beſchrieben haben; ſetzt man alſo 24327466000 . $t = f$ ſo ergiebt ſich:

$$C\gamma^2 : cS = (Az^2 + Bz + C)\sqrt{\text{ſec.}^2 g \cdot z^2 - 2dz \,\text{coſ.}\, s \cdot \text{ſec.}\, g + d^2}$$

welches eine Gleichung des ſechſten Grades iſt.

Zuſatz.

§. 59. Dieſe Methode des berühmten Boſcovich beſchreibt der berühmte Herr P. Scherffer in ſeinen Inſtit. Aſtronom. Theoret. pag. 226—230; ſie iſt zwar ſehr mühſam, und ich zweifle, ob ſich die Aſtronomen ihrer bedienen werden; unterdeſſen habe ich es doch verſuchet, ſie auf den Comet von 1779. anzuwenden, obgleich der Erfolg meiner Erwartung gar nicht entſprach.

Beobachtungen

des Cometen von 1779. in der K. Sternwarte zu Mayland gemacht.

von denen Herrn Reggio, und Ceſaris.

Täge	Wahre Zeit			Gerades Aufſteigen.			Nördliche Abweich.		
	h	′	″	°	′	″	°	′	″
8 März	12.	44	52	221.	18	38	27	53	44
10	11.	36.	6	218	39	27	27	6	38
11	9	22	41	217	27	20	26	42	50
12	9	11	5	216	9	10	26	16	56
13	9	8	45	214	51	50	25	51	9
14	9	5	37	213	35	36	25	24	40
15	...	...	..	...	...	..	...	...	...
18	10	21	38	208	42	17	23	32	52
19	10	3	7	207	34	43	23	4	50
20	10	8	46	206	27	39	22	36	30
22	10	33	29	204	18	21	21	39	34
23	9	51	3	203	18	12	21	12	6
24	9	49	38	202	18	29	20	43	29
26	10	40	47	200	22	20	19	46	32
27	...	...	..	.....	...	...	...	..	..
2 April	...	...	...	....	...	...	...	...	..
3	9	7	8	193	57	38	16	11	45
4	8	59	48	193	17	1	15	46	51
5	..	..	..	....	..	..	..	..	...
6	9	11	14	191	59	16	14	56	20
7	9	24	42	191	23	1	14	32	22
8	9	30	39	190	47	56	14	8	14
10	9	57	22	189	42	30	13	21	3
11	9	41	35	189	12	6	12	58	57
12	10	6	20	188	42	28	12	36	35
13	9	50	11	188	14	47	12	15	8
14	9	34	19	187	48	20	11	53	55
15	9	28	28	187	22	54	11	33	2
16	9	28	23	186	59	5	11	12	21
19	...	...	..	....	...	...	...	...	..
21	10	5	47	185	14	25	9	34	5
22	9	30	12	184	56	52	9	16	27
6 May	9	18	51	182	18	47	5	29	37

§. 60. Ich wählte die Beobachtungen des 10; 11; und 12 März, für welche ich die Längen und Breiten nach der I. Aufgabe beſtimmte:

	Länge des Cometen				Breite nördl.		
I. Beobachtung	205°.	17′.	57″.	$= \alpha$.	39°.	45′.	2″.
II.	204.	14.	24	$= \beta$.	38°.	57′.	13″.
III.	203.	6.	14	$= \gamma$.	38°.	5′.	3″.
IV.	201.	18.	50	$= \delta$.	37°.	12′.	45″.

Die Orte der Sonne, und ihre Entfernungen von der Erde waren:

	Längen der Sonne			Abſtand von der ♁
I. Beobacht.	350°.	15′.	14″.	0, 9944
II.	351.	10.	27	0, 9946
III.	352.	9.	46	0, 9949
IV.	353.	9.	20	0, 9952

Berechnung der Laufbahn.

Fig. 31.

§. 61. Der Winkel KBS iſt 130° 40′. 13″; deſſen Ergänzung = 40°. 40′. 13″ = s der Logarithmus = 9, 8140510; KBG = 51°. 2′. 57″ = g; Log. ſec. g = 0, 1092129; man ſetze die Zeit von der erſten zur zweyten Beobachtung = $'t$; von der erſten zur dritten t ſo iſt:

$$BG : TD = {'t}.\text{ſin.}(\alpha-\gamma) : t\ \text{ſin.}(\alpha-\beta)$$

$$BG : TD = 1 : \frac{t\ \text{ſin.}(\alpha-\beta)}{'t\ \text{ſin.}(\alpha-\gamma)} \text{ oder}$$

$$BG : TD = 1 : m \text{ folglich}$$

$$BG : TD = 1 : \frac{1^{T}, 89929.\text{ſin.}(1°.\ 3'.\ 33'')}{0^{T}, 90735.\text{ſin.}(2°.\ 11'.\ 43'')} \text{ woraus}$$

Log. m = 0, 0044877: auf eben dieſe Art wird
BG: dt = 1: n und Log. n = 9, 9960132.

Fer-

Ferners iſt:

$$AtT = 55^\circ.\ 2'.\ 42''.$$
$$tAT = 2^\circ.\ 11'.\ 44''.$$
$$tST = 1^\circ.\ 54'.\ 32''.$$
$$TtS = 89^\circ.\ 54'.\ 35''.$$

$$\text{Log. } Tt = 8,\ 5203576$$
$$\text{Log. } AT = 9,\ 8506452 = \text{Log. } a.$$
$$\text{Log. } At = 9,\ 8618122 = \text{Log. } b.$$

$$ST = 0,\ 9949 = c.$$
$$SB = 0,\ 9946 = d. \Big\} \text{ Log. } d = 9,\ 9976485.$$
$$St = 0,\ 9944 = e.$$

$$\text{coſ. } TAt = r = 0,\ 9992757.$$
$$\text{Log. } r = 9,\ 9996812.$$
$$\text{Log. tang. } DTC = 9,\ 8941244 = \text{Log. } h.$$
$$\text{Log. tang. } dtc = 9,\ 9199707 = \text{Log. } l.$$
$$i = (nl - mh) = 0,\ 0323137.$$
$$\text{Log. } i = 8,\ 5093867$$
$$f = 0,\ 0460748$$
$$\text{Log. } f = 8,\ 6634641.$$

Hieraus iſt nun:

$$(m^2 + n^2 + i^2 - 2mnr) = -0,\ 0162498 = A;\ \text{und Log. } A = 8,\ 2108480.$$
$$(2brm + 2arn - 2bn - 2am) = -0,\ 0014512 = B;\ \text{und Log. } B = 7,\ 1617273.$$
$$(a^2 + b^2 - 2abr) = +0,\ 0010980 = C;\ \text{und Log. } C = 7,\ 0406023.$$

Endlich iſt $KS^2 = d^2 + g^2z^2 \pm 2dsgz$, wo aber das obere Zeichen zu gebrauchen, weil $KBS > 90^\circ$; folglich:

$$-Az^2 - Bz + C\sqrt{g^2z^2 + 2dsgz + d^2} = f^2.$$

Wird dieſe Gleichung aufgelöſet, ſo erhalten wir:

$$A^2g^2z^6 + \left.\begin{matrix} 2ABg^2 \\ + 2A^2dgs \end{matrix}\right\} z^5 \begin{matrix} + \\ + \\ + \end{matrix} \left.\begin{matrix} (B^2 - 2AC)\,g^2 \\ 4AB\,dgs \\ A^2d^2 \end{matrix}\right\} z^4 \begin{matrix} + \\ - \\ + \end{matrix} \left.\begin{matrix} (B^2 - 2AC)\,2dgs \\ 2BCg^2 \\ 2ABd^2 \end{matrix}\right\} z^3$$

$$\begin{matrix} + \\ - \\ + \end{matrix} \left.\begin{matrix} (B^2 - 2AC)\,d^2 \\ 4dgs\,BC \\ C^2g^2 \end{matrix}\right\} z^2 \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \left.\begin{matrix} 2C^2dgs \\ 2d^2BC \end{matrix}\right\} z$$

$$+ d^2C^2 - f^4 = 0.$$

Wird

Wird dieſe Gleichung in Zahlen aufgelöſet, ſo iſt:

$$\text{Log. } A^2 g^2 = 6,\ 6401218.\ +$$

$$\text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} 2\,AB\,g^2 \\ +\ 2\,A^2\,dgs \end{array} \right\} = 6,\ 7229628.\ +$$

$$\text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} (B^2 - 2\,AC)g^2 \\ +\ 4\,AB\,dgs \\ +\ A^2\,d^2 \end{array} \right\} = 6,\ 4536241.\ +$$

$$\text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} (B^2 - 2AC)\,2dgs \\ -\ 2\,BC\,g^2 \\ +\ 2\,AB\,d^2 \end{array} \right\} = 4,\ 4913617.\ -$$

$$\text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} (B^2 - 2AC)d^2 \\ -\ 4dgs.\,BC \\ +\ C^2 g^2 \end{array} \right\} = 5,\ 4851533.\ -$$

$$\text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} 2\,C^2\,dgs \\ -\ 2\,d^2\,BC \end{array} \right\} = 4,\ 2041200.\ -$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C^2\,d^2 \\ -\ f^4 \end{array} \right\} = 4,\ 5185139.\ -$$

Aus dieſer Berechnung entſtehet folgende Gleichung des ſechſten **Grades.**

$$z^6 + 0,\ 0828410.\ z^5 + 9,\ 8135023.\ z^4 - 7,\ 8512399.\ z^3 - 8,\ 8450315.\ z^2 - 7,\ 5639982.\ z - 0,\ 0075577. = 0.$$

wo ich gleich die Logarithmen der Coefficienten, ſtatt ihrer Zahlen geſchrieben habe.

Nun kömmt es darauf an die Wurzeln dieſer Gleichung zu entdecken. Wenn $z = 0,\ 34868$, ſo iſt die Gleichung:

$$+ 0,\ 00179706 + 0,\ 00623700 + 0,\ 00962078 - 0,\ 00030096 - 0,\ 00850913 - 0,\ 00127769 - 0,\ 00755770 = + 0,\ 00000936$$

folglich der Reſt bejaht, und z zu groß; nimmt man aber $z = 0,\ 34860$, ſo iſt:

$$+ 0,\ 00179458 + 0,\ 00622985 + 0,\ 00961196 - 0,\ 00030076 - 0,\ 00850523 - 0,\ 00127739 - 0,\ 00755770 = - 0,\ 00000469$$

Die

Die wahre Wurzel iſt alſo zwiſchen 0, 34868 und 0, 34860 enthalten, man ſetze z = 0, 34860 + x, ſo bekömmt man beyläufig, z = 0, 3486267, mit welcher wir die Berechnung der Laufbahn verſuchen wollen.

Erſte Beobachtung.	Dritte Beobachtung.
Log. z = ... 9, 5423610	. . . . 9, 5423610
Log. n = ... 9, 9960132	Log. m = ... 0, 0044877
Log. td = ... 9, 5383742	Log. TD = ... 9, 5468487
td = ... 0, 3454412	TD = ... 0, 3522481
Log. tang. (39°. 45′. 2″.) = 9, 9199717	Log. tang. (38°. 5′. 3″) = 9, 8941144
Log. td = ... 9, 5383742	Log. TD = ... 9, 5468487
Log. dc = ... 9, 4583459	Log. DC = ... 9, 4409631
Log. (tS — dt) = ... 9, 8122171	Log. (TS — DT) = ... 9, 8079758
Log. tang. ½ (tdS + tSd) = 9, 4992506	Log. tang. ½ (TDS + TSD) = 9, 4421209
9, 3114677	9, 2500967
Log. (tS + dt) = ... 0, 1270533	Log. (TS + DT) = ... 0, 1294153
9, 1844144	9, 1206814
8°. 41′. 36″.	7°. 31′. 17″.
Log. dS = ... 0, 1114533	Log. DS = ... 0, 1171389
Länge der Sonne. . . . 11ˢ. 20°. 15′. 14″.	Länge der Sonne. . . . . 11ˢ. 22°. 9′. 46″.
Heliocentriſche Länge des Cometen.	Heliocentriſche Länge des Cometen.
5ˢ. 29°. 5′. 0″.	6ˢ. 0°. 6′. 43″.
Heliocentriſche Breite. . . . . 12°. 31′. 54″	Heliocentriſche Breite. . . . . 11°. 54′. 8″.
Log. des Radius Vector = 0, 1219251	Log. des Radius Vector = 0, 1265776.

Aus dieſen wird nach §. 12 die Neigung gegen die Ecliptik leicht berechnet, die ich gefunden habe 33°. 56′. 58″. der Ort des aufſteigenden Knoten 0ˢ. 13°. 21′. 25″. und die Differenz der wahren Anomalie = 1°. 11′. 4″.

Wir wollen nun hieraus die Zeit von der erſten zur dritten Beobachtung beſtimmen, wozu die Formel des §. 31. dienet.

Nennt man alſo den größern Radius Vector SR (Fig. 21.) = R den kleinern CS = r den Winkel CSR = ϱ ſo iſt überhaupt:

$$CR^2 = K^2 = R^2 + r^2 - 2r\,R \cos.\ \varrho \text{ und}$$

$$\text{die Zeit } t = \frac{(R + r + K)^{\frac{3}{2}} - (R + r - K)^{\frac{3}{2}}}{0,\ 1032127}.$$

Es iſt alſo die Zeit von der erſten zur zweyten Beobachtung = $2,^T 88573$

folglich beträgt der Unterſcheid $0,^T 98644$.

Die übrigen Elementen werden durch die Auflöſungen der VIIIten. IX. XII. und XIII Aufgabe leicht beſtimmet; ſo daß alſo die durch dieſe Methode gefundene Laufbahn des Cometen folgende Abmeßungen hat:

Länge des aufſteigenden Knoten .... $0^s.\ 18^\circ.\ 21'.\ 25''$.
Neigung der Laufbahn .... $33^\circ.\ 56'.\ 58''$.
Länge des Perihelium .... $2^s.\ 15^\circ.\ 9'.\ 42''$.
Entfernung im Perihel 0, 277362
Zeit des Perihel .... 17 Jäner 1779; $9^h.\ 48'$.

Anmerkung.

§. 62. Ich bin weit entfernet, dieſe Aufgaben als genau anzupreiſen, glaube aber doch, daß die hier gebrauchte Methode für eine erſte Annäherung immer gut genug wäre, beſonders wenn man kein Liebhaber der insgemein gewöhnlichen Methode der falſchen Poſitionen iſt. Wenn man dieſe Laufbahn nach und nach verbeſſert, gelangt man endlich zu jener, welche der wahren am nächſten kommet, wo man ſich aber die langen Berechnungen nicht muß verdrüßen laſſen, welche eine unvermeidliche Folge des Problems, nicht aber ein Fehler der Methoden ſind.

24. Aufgabe.

Aus dem Abſtande im Perihelio, der wahren Anomalie und dem Radius Vector die große Achſe der ellyptiſchen Laufbahn finden.

Auflöſung.

§. 63. Es heiße die halbe große Achſe y; der Parameter p; die wahre Anomalie φ, der Abſtand von der Sonne r, die Eccentricität e und die Entfernung im Perihelio d ſo wird nach §. 17.

$$2r\,(e \cos.\ \varphi + y) = py, \text{ es iſt aber}$$

$$\tfrac{1}{2}p = \frac{y^2 - e^2}{y} \text{ und}$$

$$e = y - d \text{ folglich}$$

$$r \cos. \phi\, (y - d) + yr = y^2 - (y - d)^2, \text{ alſo}$$

$$y = \frac{d\,(r \cos. \phi - d)}{2\,(r \cos.^2 \tfrac{1}{2}\phi - d)};$$

25. Aufgabe.

Aus der gegebenen Entfernung im Perihelio, und der zukommenden wahren Anomalie in einer Parabel, die Verbeſſerung dieſer Anomalie in einer elliptiſchen Laufbahn finden.

Aufloͤſung Fig. 32.

§. 64. Es ſey PSN $= \phi$; PS $= p$; SN $= d = \dfrac{p}{\cos.^2 \frac{1}{2}\phi}$ (§. 18.). In der Ellypſe Pn BH, ſey die große Achſe $= a$, die kleine $= 2\sqrt{[p\,(a - p)]}$ der Parameter $= \dfrac{4\,ap - 4\,p^2}{a}$; die Abſciſſe PC $= x$ die Ordinate CB $= \dfrac{2}{a}$ $\sqrt{[(ap - p^2)\,(ax - x^2)]} = 2p^{\frac{1}{2}}\, x^{\frac{1}{2}}\left(1 - \dfrac{p}{2a} - \dfrac{x}{2a}\right)$; NC $= 2p^{\frac{1}{2}}\, x^{\frac{1}{2}}$; folglich CN — CB = NB $= p^{\frac{1}{2}}\, x^{\frac{1}{2}} \dfrac{(p + x)}{a}$. Die Area NP nB iſt $\int$NB . dx oder $\int \left(\dfrac{p^{\frac{3}{2}} x^{\frac{1}{2}}\, dx}{a} + \dfrac{p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{2}}\, dx}{a}\right) = p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} \left(\dfrac{2px}{3a} + \dfrac{2x^2}{5a}\right)$, welches ohne merklichen Fehler = NPν; zieht man dieſe Fläche NPν von dem paraboliſchen Sector PNS ab, ſo bleibt die Fläche νSP =

$$p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} \left(p + \tfrac{1}{2}x - \frac{2px}{3a} - \frac{2x^2}{5a}\right).$$ Es iſt ferners

$$\sqrt{4p} : \sqrt{\frac{(4ap - 4p^2)}{a}} = \text{Sector NSP, zu der Fläche } n\text{SP oder}$$

$$\sqrt{4p} : \sqrt{\frac{(4ap - 4p^2)}{a}} = p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} (p + \tfrac{1}{3}x) : p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{p}{2a}\right)(p + \tfrac{1}{3}x)$$

oder nSP $= p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} \left(p + \tfrac{1}{3}x - \dfrac{p^2}{2a} - \dfrac{px}{6a}\right)$ und νSP — nSP = νSn =

$$p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} \left(\frac{p^2}{2a} - \frac{px}{2a} - \frac{2x^2}{5a}\right).$$

Wenn NM die Normale iſt, ſo iſt PMN $= \frac{1}{2}$ PSN deren Tangente $= t$; und $x = pt^2$ folglich $vSn = \frac{p^3 t}{2a} (1 - t^2 - \frac{4}{5} t^4)$ und $nb = \frac{p^2 t \; (1 - t^2 - \frac{4}{5} t^4)}{a\,(t^2 + 1)}$ welcher Bogen den Winkel nSN mißt, wird nun dieſer in Theilen des Halbmeſſers $= 1$ ausgedrückt, ſo iſt SN : $nb = 1 : n$SN oder

$$(p + pt^2) : \left(\frac{p^2 t\,(1 - t^2 - \frac{4}{5} t^4)}{a\,(1 + t^2)}\right) = 1 : \frac{pt}{a}\left(\frac{1 - t^2 - \frac{4}{5} t^4}{(1 + t^2)^2}\right)$$

es ſey nun $t\left(\frac{1 - t^2 - \frac{4}{5} t^4}{(1 + t^2)^2}\right) = \sigma$ ſo iſt

$nb = \frac{p\sigma}{a}$; folglich der Winkel nSN $= \frac{p\sigma}{a}$ (206264″, 8).

Beyſpiel.

§. 65. Man giebt die wahre Anomalie von 44°. 3′. 20″. des Cometen von 1759 in einer Parabel, und verlangt die zugehörige Verbeſſerung in einer Ellypſe, deren größere Achſe = 35, 727, und die Entfernung im Perihelio = 0, 5825? Hier iſt

$t = 0,\ 40459$; $t^2 = 0,\ 16369$; $\frac{4}{5}t^4 = 0,\ 02143$;

$t\,(1 - t^2 - \frac{4}{5} t^4) = 0,\ 3296922992$; $(1 + t^2)^2 = 1,\ 35417$;

$\frac{t\,(1 - t^2 - \frac{4}{5} t^4)}{(1 + t^2)^2} = 0,\ 24346 = \sigma$, folglich;

Log. p = ...	9, 7652959
Log. σ = ...	9, 3864276
Log. m = ...	5, 3144251
	4, 4661486
Log. a = ...	1, 5529965
Log. $\frac{pm\sigma}{a}$ = ...	2, 9131521 = 818″, 8

folglich iſt die geſuchte Verbeſſerung — 13′. 39″. und hieraus die wahre Anomalie in der Ellypſe für die gleiche Zeit 43°. 49′. 41″.

26. Aufgabe.

Wenn alles verbleibt, wie bey der vorhergehenden Aufgabe, den Unterſchied des Radius Vector in der Parabel, von jenen in der Ellypſe angeben.

Auflöſung. Fig. 32.

§. 66. Weil die Dreyecke NBν; $nb\nu$; unendlich klein ſind, ſo iſt:

$$\text{ſin. } N\nu B : \text{ſin. } NB\nu = NB : N\nu = \frac{NB \cdot \text{ſin. } NB\nu}{\text{ſin. } N\nu B} =$$

$$\frac{NB \cdot \text{ſin. } TNP}{\text{ſin. } TNS} = tp^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} \left(\frac{p+x}{a}\right) = \frac{p^2 t^2}{a} (1 + t^2);$$ (§. 64.) ferners iſt auch,

$$1 : \frac{p\sigma}{a} = (p + pt^2) : nb = \frac{p^2\sigma}{a} (1 + t^2), \text{ und}$$

$$CM : CN = 1 : t = nb \text{ oder } \frac{p^2\sigma}{a} (1 + t^2) : b\nu = \frac{p^2 t \cdot \sigma}{a} (1 + t^2);$$

Es iſt aber $SN - Sn = N\nu + b\nu = \frac{p^2 t}{a} (t + \sigma) . (1 + t^2)$; wird dieſes von $SN = p (1 + t^2)$ abgezogen, ſo bleibt,

$$p (1 + t^2) . \left(1 - \frac{pt}{a} (t + \sigma)\right) \text{ und}$$

$$SN : Sn = (1 + t^2) : p (1 + t^2) \left(1 - \frac{pt}{a} (t + \sigma)\right) =$$

$$1 : 1 - \frac{pt}{a} (t + \sigma).$$

Beyſpiel.

§. 67. Behalten wir die Benennungen des vorhergehenden Beyſpieles (§. 65.) ſo iſt $\text{coſ.} \frac{1}{2}\phi = 0,927$; $\text{coſ.}^2 \frac{1}{2}\phi = 0,859329$; $p = 0,5825$; woraus $d = \frac{p}{\text{coſ.}^2 \frac{1}{2}\phi}$ (§. 18. §. 64) $= 0,67785$; $t = 0,40459$; $\frac{tp}{a} = 0,0065965$; $t + \sigma = 0,64805$; $\frac{tp}{a} (t + \sigma) = 0,00427486$; $1 - \frac{pt}{a} (t + \sigma) = 0,995725$; folglich iſt,

$$1 : 1 - \frac{pt}{a} (t + \sigma) = 1 : 0,995725 =$$

$$0,67785 : 0,67495.$$

Es iſt alſo die Verbeſſerung $- 0,0029$.

Zuſatz.

§. 68. Dieſe zwey Aufgaben, die ich aus der vortrefflichen Aſtronomie (a) des berühmten Hr. Carl Scherffer entlehnet habe, laſſen ſich nochfolgender maſſen auflöſen. Man

 nenne

(a) Inſtitutiones Aſtronomicae Theoreticae 1777. 4to. pag. 92. &c.

nenne die halbe groſe Achſe der Ellypſe = a die Verbeſſerung des paraboliſchen Radius Vector = x und behalte die übrigen Benennungen des §. 63, ſo iſt:

$$x = \frac{(2ar\ \text{coſ.}^4 \tfrac{1}{2}\phi - 2ad\ \text{coſ.}^2 \tfrac{1}{2}\phi - dr\ \text{coſ.}^2 \tfrac{1}{2}\phi \cdot \text{coſ.}\ \phi + d^2\ \text{coſ.}^2 \tfrac{1}{2}\phi - d)}{(d\ \text{coſ.}\ \phi\ \ \text{coſ.}^2 \tfrac{1}{2}\phi - \text{coſ.}^2 \tfrac{1}{2}\phi - 2a\ \text{coſ.}^4 \tfrac{1}{2}\phi)}$$, und wenn

die Correction der wahren Anomalie = y ſo iſt:

$$\text{coſ.}\ y . arc . y = \frac{(ar - 2ad + d^2 - \text{tang.}\ \phi)}{(dr - ar)\ \text{coſ.}\ \phi}.$$

Ende.

Ta=

Tafeln.

I. Tafel

Elemente

Aller bisher beobachteten Cometen.

Jahre	Länge des aufſteig. Knoten				Länge des Perihelium				Neigung			Diſtanz im Perihelio	Zeit des Perihelium				Lauf.
	s	°	′	″	s	°	′	″	°	′	″		T.	h.	′	″	
837	6	26	33	0	9	19	3	0	10	0	0	0, 58000	1 März.	0	0	0	D.
1231	0	13	30	0	4	14	48	0	6	5	0	94780	30 Jän.	7	22		D.
1264	5	28	45	0	9	5	45	0	30	25	0	41081	17 July.	6	10		D.
1299	3	17	8	0	0	3	20	0	68	57	0	31790	31 März	7	38		R.
1301	0	15	0	0	9	0	0	0	70	0	0	45000	22 Octob.				R.
1337	2	6	22	0	0	20	0	0	32	11	0	64453	1 Juny	0	40		R.
1456	1	18	30	0	10	1	0	0	17	56	0	58550	8 Juny	25	10		R.
1472	9	11	46	20	1	15	33	30	5	20	0	54273	28 Febr.	22	32		R.
1531	1	19	25	0	10	1	39	0	17	56	0	56700	24 Aug.	21	27		R.
1532	2	20	27	0	3	21	7	0	32	36	0	50910	19 Octobe	22	21		D.
1553	4	5	44	0	4	27	16	0	35	49	0	20280	16 Juny	19	39		D.
1556	5	25	42	0	9	8	50	0	32	6	30	46390	21 April	20	12		D.
1557	0	25	52	0	4	9	22	0	74	32	45	18342	26 Octob.	18	54		R.
1580	0	19	7	37	3	19	11	55	64	51	50	59533	28 Nov.	13	54	0	D.
1582	7	21	7	20	8	5	23	10	61	27	50	22570	6 May	16	9		R.
1585	1	7	42	30	0	8	51	0	6	4	0	109358	7 Octob.	19	29		D.
1590	5	15	30	40	7	6	54	30	29	40	40	57661	8 Febr.	3	54		R.
1593	5	14	15	0	5	26	19	0	87	58	0	8911	18 July	13	48		D.
1596	10	15	36	50	7	28	30	50	52	9	45	54941	8 Aug.	15	43		R.
1607	1	20	21	0	10	2	16	0	17	2	0	58680	26 Oct.	3	59		R.
1618	9	23	25	0	10	18	20	0	21	28	0	51298	17 Aug.	3	12		D.
1618	2	16	1	0	0	2	14	0	37	34	0	37975	8 Nov.	12	32		D.

I. Tafel.

Elemente

aller bisher beobachteten Cometen.

Jahre	Länge des aufſteig. Knoten. s. o. ' "	Länge des Perihelium. s. o. ' "	Neigung. o. ' "	Diſtanz im Perihelio	Zeit des Perihelium. h. ' "	Lauf.
1652	2 28 10 0	0 28 18 40	79 28 0	84750	12 Nov. 15 49 0	D.
1661	2 22 30 30	3 25 58 40	32 35 50	44851	26 Jänner 23 50 0	D.
1664	2 21 14 0	4 10 41 25	21 18 30	102575	4 Dec. 12 1 0	R
1665	7 18 2 0	2 11 54 30	76 5	10649	24 April 5 24 0	R
1672	9 27 30 30	3 16 59 30	83 22 10	69739	1 März 8 46 0	D.
1677	7 26 49 10	4 17 37 5	79 3 15	28059	6 May 0 46 0	R.
1678	5 11 40 0	10 27 46 0	3 4 20	123801	26 Aug. 14 12 0	D.
1680	9 2 2	8 22 39 30	60 56	612	18 Dec. 0 15 0	D.
1682	1 21 16 30	10 2 52 45	17 56	58328	14 Sept. 7 48 0	R.
1683	5 23 23	2 25 29 30	83 11	56020	13 July 2 59 0	R.
1684	8 28 15	7 28 52 0	65 48 40	96015	8 Juny 10 25 0	D.
1686	11 20 34 40	2 17 0 30	31 21 40	32500	16 Sept. 14 42 0	D.
1689	10 23 45 20	8 23 44 45	69 17	1689	1 Dec. 15 5 0	R.
1698	8 27 44 15	9 0 51 15	11 46	69129	18 Oct. 17 6 0	R.
1699	10 21 45 35	7 2 31 6	69 20	74400	13 Jan. 8 32 0	R.
1702	6 9 25 15	4 18 41 3	4 30	64590	13 März 14 2 0	D.
1706	0 13 11 40	2 12 29 10	55 14 10	42581	30 Jan. 4 32 0	D.
1707	1 22 46 35	2 19 54 56	88 36	85974	11 Dec. 23 39 0	D.
1718	4 7 55 20	4 1 26 36	31 12 53	102565	15 Jan. 1 24 36	R.
	4 8 43 0	4 1 30 0	30 20	102565	14 Jan. 23 48 0	—
1723	0 14 16 0	1 12 52 20	49 59	99865	27 Sept. 16 20 0	R.
1729	10 19 35 15	10 22 16 53	77 1 58	406980	23 Juny 6 45 22	D.
	10 10 32 37	10 22 40 0	76 58 4	426140	25 Juny 11 16 0	—

I. Tafel.

Elemente

aller bisher beobachteten Cometen.

Jahre	Länge des aufſteig. Knoten. s.	o.	'	"	Länge des Perihelium. s.	o	'	"	Neigung. o	'	"	Diſtanz im Perihelio.	Zeit des Perihelium.	h.	'	"	Lauf.
1737	7	16	22	0	10	25	55	0	18	20	45	22282	30 Jäne	8	30	0	D.
1739	6	27	25	14	3	12	38	40	55	42	44	67358	17 Juny	10	9	0	R.
1742	6	5	34	45	7	7	33	14	67	4	11	76555	8 Horn.	4	30	30	R.
1743	2	8	10	48	3	2	58	4	2	15	50	83811	10 Jan.	21	24	57	D.
1743	0	5	16	25	8	6	33	52	44	48	20	52057	20 Sept.	21	26	0	R.
1744	1	15	45	20	6	17	12	55	47	8	36	22206	1 März	8	26	20	D.
1747	4	26	58	27	9	10	5	41	77	56	55	229388	28 Horn.	11	54	19	R.
1748	7	22	52	16	7	5	0	50	85	26	57	84066	28 April	19	34	45	R.
1748	1	4	39	43	9	6	9	24	56	59	3	65525	18 Juny	1	33	0	D.
1757	7	4	5	50	4	2	39	0	12	39	6	33907	21 Oct.	9	42	0	D.
1758	7	20	50	9	8	27	37	45	68	19	0	21535	11 Juny	3	27	0	D.
1759	1	23	45	35	10	3	8	10	17	40	14	58490	12 März	13	41	0	R.
	1	23	49	21	10	3	16	20	17	35	20	58360	—	13	59	24	—
	1	23	47	58	10	3	12	30	17	38	11	583997	...	12	57	36	—
	1	23	49	0	10	3	16	0	17	39	0	58349	—	13	32	40	—
1760	2	19	50	45	4	18	24	35	4	51	32	96599	Dec. 1759. 16	21	13	0	R.
1760	4	19	39	24	1	23	24	20	78	59	22	79851	Nov. 1759. 27	2	28	20	D.
1762	11	19	20	0	3	15	15	0	84	45	0	101240	28 May	15	27	0	D.
	11	18	35	23	3	13	42	38	85	40	10	100686	—	2	2	0	—
	11	19	2	22	3	14	29	46	85	3	2	100986	—	7	0	49	—
	11	18	55	31	3	15	22	23	85	22	21	101415	29 May	0	27	48	—
1763	11	26	29	29	2	25	0	48	73	39	29	49842	1 ov.	21	6	29	D.
1764	3	19	20	6	0	16	11	48	53	54	19	56418	12 Horn.	10	29	0	R.
1766	8	4	10	50	4	23	15	25	40	50	20	50533	17 Horn.	8	50	0	R.
1766	1	17	5	0	6	25	15	0	8	20	0	63860	16 April	17	30	0	D.
1769	5	25	0	43	4	24	5	54	40	37	33	12376	7 Oct.	12	30	0	D.
	5	25	6	32	4	24	11	7	40	48	49	12272	—	1	58	40	—
	5	25	2	25	4	24	14	32	40	42	38	12298	—	12	26	17	—

I. Tafel.

Elemente

aller bisher beobachteten Cometen.

Jahre	Länge des aufſt. Knoten.				Länge des Perihelium.				Neigung.			Diſtanz im Perihelio.	Zeit des Perihelium.				Lauf.
	s.	o.	′.	″.	s.	o.	′.	″.	o.	′.	″.			h.	′	″	
1769	5	25	3	18	4	24	11	8	40	46	32	12258	7 Octob.	13	13	8	D.
	5	25	13	40	4	24	22	0	40	42	30	12280	—	17	46	0	—
	5	25	5	31	4	24	12	13	40	49	49	12276	—	15	1	31	—
1770	4	19	39	5	11	25	27	16	1	44	30	63688	9 Aug.	0	16	54	D.
1771	3	18	42	10	6	28	22	44	31	25	55	52824	Nov. 1770. 22	22	5	48	R.
1771	0	27	51	0	3	13	28	13	11	15	29	90576	18 April	22	14	27	D.
	0	27	49	37	3	13	48	21	11	16	44	90188	19	0	39	34	—
	0	27	55	18	3	13	31	9	11	16	38	90382	19	1	35	44	—
1772	8	12	34	5	3	18	6	22	18	59	40	101814	18 Febr.	20	50	35	D.
1773	4	1	15	37	2	15	35	43	61	25	21	113390	5 Sept.	11	18	45	D.
1774	6	0	57	26	10	16	27	57	82	47	40	142530	14 Aug.	4	20	0	D.
	6	0	50	13	10	16	48	24	82	48	38	142530	—	17	56	0	—
	6	0	54	0	10	16	38	0	82	48	0	142530	—	12	0	0	—
1779	0	25	3	1	2	27	14	0	32	26	14	713218	4 Jänner	2	30	0	D.

Elemente einiger Cometen in der Ellipſe.

	halbe große Achſe	halbe kleine Achſe.	halbe Parameter	Diſtanz im Perihelio.	periodiſche Zeit.
1759	1, 000000	0, 2522752	0, 0318365	0, 0161747	J. 77, 187210
1661	1, 000000	0, 1864934	0, 0695571	0, 0387585	J. 129, 265753
1556	1, 000000	0, 0045901	0, 00002106	0, 0000105	J. 292, 1654790
1770	1, 0000000	0, 6217703	0, 3865990	0, 2168005	J. 5, 499326

II. Tafel.

Für die paraboliſche Bewegung der Cometen.

Die wahre Anomalie iſt v und t = tang. $\frac{1}{2}$ v.

v wahre Anom	$t + \frac{1}{3} t^3$ Area der Parabel	L. $(t + \frac{1}{3} t^3)$ Log. der Parab. Area.	v wahre Anom	$t + \frac{1}{3} t^3$ Area der Parabel.	L. $(t + \frac{1}{3} t^3)$ Log. der Parab. Area.
Grad 0	0, 0000000	— ∞	Grad 9	0, 0788642	8, 8968799
	87271	∞		88477	461787
1	0, 0087271	7, 9408700	10	0, 0877119	8, 9430586
	87297	3010946		88747	418584
2	0, 0174568	8, 2419646	11	0, 0965866	8, 9849170
	87351	1752024		89046	382992
3	0, 0261919	8, 4171670	12	0, 1054912	9, 0232162
	87431	1260937		89374	353183
4	0, 0349350	8, 5432607	13	0, 1144286	9, 0585345
	87536	971075		89731	327867
5	0, 0436886	8, 6403682	14	0, 1234017	9, 0913212
	87672	794253		90114	306097
6	0, 0524558	8, 7197935	15	0, 1324131	9, 1219309
	87831	672339		90530	287215
7	0, 0612389	8, 7870274	16	0, 1414661	9, 1506524
	88019	583237		90976	270079
8	0, 0700408	8, 8453511	17	0, 1505637	9, 1777203
	88234	515288		91451	255974
9	0, 0788642	8, 8968799	18	0, 1597088	9, 2033177

v wahre Anom	$t + \frac{1}{3} t^3$ Area der Parab.	L. $(t + \frac{1}{3} t^3)$ Log. der Parab. Area	v wahre Anom	$t + \frac{1}{3} t^3$ Area der Parab.	L. $(t + \frac{1}{3} t^3)$ Log. der Parab. Area.
Grad			Grad		
18	0, 1597088	9, 2033177	33	0, 3048770	9, 4841247
	91959	248240		103816	145422
19	0, 1689047	9, 2276417	34	0, 3152586	9, 4986669
	92497	231548		104885	142137
20	0, 1781544	9, 2507965	35	0, 3257471	9, 5128806
	93068	221149		106068	139059
21	0, 1874612	9, 2729114	36	0, 3363539	9, 5267965
	93672	211763		107278	130352
22	0, 1968284	9, 2940877	37	0, 3470817	9, 5404317
	94310	203259		108539	133731
23	0, 2062594	9, 3144136	38	0, 3579356	9, 5538048
	94982	195525		109852	131283
24	0, 2157576	9, 3339661	39	0, 3689208	9, 5669331
	95691	188466		111216	128990
25	0, 2253267	9, 3528127	40	0, 3800424	9, 5798321
	96433	181997		1126 1	126850
26	0, 2349700	6, 3710124	41	0, 3913065	9, 5925171
	97212	176060		114118	124843
27	0, 2446912	9, 3886184	42	0, 4027183	9, 6050014
	98033	170599		115660	122971
28	0, 2544945	9, 4056783	43	0, 4142843	9, 6172985
	98888	165557		117260	121216
29	0, 2643833	9, 4222340	44	0, 4260103	9, 6294201
	99784	160895		118926	119577
30	0, 2743617	9, 4383235	45	0, 4379029	9, 6413778
	100724	156582		120658	118045
31	0, 2844341	9, 4539817	46	0, 4499687	9, 6531823
	101703	152575		122459	116614
32	0, 2946044	9, 4692392	47	0, 4622146	9, 6648437
	102726	148855		224331	115276
33	0, 3048770	9, 4841247	48	0, 4746477	9, 6763713

v wahre Anom	$t + \frac{1}{3} t^3$ Area der Parabel.	$L. (t + \frac{1}{3} t^3)$ Logar. der Parab. Area.	v wahre Anom	$t + \frac{1}{3} t^3$ Area der Parab.	$L. (t + \frac{1}{3} t^3)$ Logar. der Parab. Area.
Grad			Grad		
48	0, 4746477	9, 6763713	62	0, 6731708	9, 8281252
	126281	114036		163373	104142
49	0, 4872758	9, 6877749	63	0, 6895081	9, 8385394
	128303	112873		166905	103875
50	0, 5001061	9, 6990622	64	0, 7061986	9, 8489269
	130409	111796		170584	103657
51	0, 5131470	9, 7102418	65	0, 7232570	9, 8592926
	132601	110800		174422	103493
52	0, 5264071	9, 7213218	66	0, 7406992	9, 8696419
	134876	109873		178421	103374
53	0, 5398947	9, 7323091	67	0, 7585413	9, 8799793
	137244	109020		182590	103300
54	0, 5536191	9, 7432111	68	0, 7768003	9, 8903093
	139707	108235		186942	103279
55	0, 5675898	9, 7540346	69	0, 7954945	9, 9006372
	142270	107517		191480	103298
56	0, 5818168	9, 7647863	70	0, 8146425	9, 9109670
	144935	106860		196220	103368
57	0, 5963103	9, 7754723	71	0, 8342645	9, 9213038
	147708	106266		201166	103479
58	0, 6110811	9, 7860989	72	0, 8543811	9, 9316517
	150594	105729		206334	103635
59	0, 6261405	9, 7966718	73	0, 8750145	9, 9420152
	153598	105251		211731	103837
60	0, 6415003	9, 8071960	74	0, 8961876	9, 9523989
	156725	104827		217378	104084
61	0, 6571728	9, 8176796	75	0, 9179254	9, 9628073
	159980	104456		223277	104375
62	0, 6731708	9, 8281252	76	0, 9402531	9, 9732448

ν wahre Anom	$t + \frac{1}{3}t^3$ Area der Parabel.	L. $(t + \frac{1}{3}t^3)$ Logar. der Parab. Area.	ν wahre Anom	$t + \frac{1}{3}t^3$ Area der Parabel.	L. $(t + \frac{1}{3}t^3)$ Logar. der Parab. Area.
76	0, 9402531	9, 9732448	91	1, 3688601	10, 1363592
	229451	104709		368111	115245
77	0, 9631982	9, 9837157	92	1, 4056712	10, 1478837
	235911	105087		381665	116346
78	0, 9867893	9, 9942244	93	1, 4438377	10, 1595183
	242677	105512		395965	117500
79	1, 0110570	10, 0047756	94	1, 4834342	10, 1712683
	249760	105982		411070	118708
80	1, 0360330	10, 0153738	95	1, 5245412	10, 1831391
	257185	106491		427036	119978
81	1, 0617515	10, 0260229	96	1, 5672448	10, 1951369
	264969	107052		443914	121302
82	1, 0882484	10, 0367281	97	1, 6116362	10, 2072671
	273131	107655		461777	122686
83	1, 1155615	10, 0474936	98	1, 6578139	10, 2195357
	281699	108304		480706	124140
84	1, 1437314	10, 0583240	99	1, 7058845	10, 2319497
	290689	109001		500758	125650
85	1, 1728003	10, 0692241	100	1, 7559603	10, 2445147
	300141	109749		522027	127129
86	1, 2028154	10, 0801990	101	1, 8081630	10, 2572376
	310074	110539		544617	128869
87	1, 2338228	10, 0912529	102	1, 8626247	10, 2701245
	320519	111378		568605	130604
88	1, 2658747	10, 1023907	103	1, 9194852	10, 2831849
	331508	112270		594116	132373
89	1, 2990255	10, 1136177	104	1, 9788968	10, 2964222
	343078	113209		621261	134256
90	1, 3333333	10, 1249386	105	2, 0410229	10, 3098478
	355268	114206		650185	136192
91	1, 3688601	10, 1363592	106	2, 1060414	10, 3234670

v wahre Anom	$t + \frac{1}{3}t^3$ Area der Parabel.	L. $(t + \frac{1}{3}t^3)$ Logar. der Parab. Area.	v wahre Anom	$t + \frac{1}{3}t^3$ Area der Parabel.	L. $(t + \frac{1}{3}t^3)$ Logar. der Parab. Area.
106	2, 1060414	10, 3234670	120	3, 4641016	10, 5395906
	681009	138210		1439648	176840
107	2, 1741423	10, 3372880	121	3, 6080664	10, 5572746
	715916	140702		1531254	180508
108	2, 2457339	10, 3513582	122	3, 7611918	10, 5753254
	747051	142120		1630816	184339
109	2, 3204390	10, 3655702	123	3, 9242734	10, 5937593
	786624	144783		1739121	188323
110	2, 3991014	10, 3800485	124	4, 0981855	10, 6125916
	826836	147157		1857152	192478
111	2, 4817850	10, 3947642	125	4, 2839007	10, 6318394
	869928	149623		1985965	196806
112	2, 5687778	10, 4097265	126	4, 4824972	10, 6515200
	916132	152190		2126822	201322
113	2, 6603910	10, 4249455	127	4, 6951794	10, 6716522
	965746	154857		2281094	206031
114	2, 7569656	10, 4404312	128	4, 9232888	10, 6922553
	1019103	157641		2450375	210947
115	2, 8588759	10, 4561953	129	5, 1683263	10, 7133500
	1076486	160525		2636466	216076
116	2, 9665245	10, 4722478	130	5, 4319729	10, 7349576
	1183350	163535		2841418	221434
117	3, 0803595	10, 4886013	131	5, 7161147	10, 7571010
	1205088	166665		3067691	227035
118	3, 2008683	10, 5052678	132	6, 0228838	10, 7798045
	1277168	169919		3317927	232890
119	3, 3285851	10, 5222597	133	6, 3546765	10, 8030935
	1355165	173309		3593349	238885
120	3, 4641016	10, 5395906	134	6, 7140114	10, 8269820

v wahre Anom	$t+\frac{1}{3}t^3$ Area der Parabel.	L. $(t+\frac{1}{3}t^3)$ Logar. der Parab. Area.	v wahre Anom	$t+\frac{1}{3}t^3$ Area der Parabel.	L. $(t+\frac{1}{3}t^3)$ Logar. der Parab. Area.
134	6,7140114	10,8269820	148	17,625464	11,2461405
	3905592	245558		1,608797	379350
135	7,1045706	10,8515378	149	19,234261	11,2840755
	4246883	252144		1,824706	393616
136	7,5292589	10,8767522	150	21,058967	11,3234371
	4630260	259188		2,078751	408835
137	7,9922849	10,9026710	151	23,137718	11,3643206
	5059412	266572		2,379354	425102
138	8,4982261	10,9293282	152	25,517072	11,4068308
	5541169	274327		2,737148	442525
139	9,0523430	10,9567609	153	28,254220	11,4510833
	6083643	282480		3,165844	461238
140	9,6607073	10,9850089	154	31,420064	11,4972071
	669622	291052		3,683004	481379
141	10,330329	11,0141141	155	35,103068	11,5453450
	739010	300076		4,311613	503130
142	11,069339	11,0441217	156	39,414681	11,5956580
	817891	309590		5,081856	526683
143	11,887230	11,0750807	157	44,496537	11,6483263
	907868	319629		6,034015	552278
144	12,795098	11,1070436	158	50,530552	11,7035541
	1,010869	330233		7,222367	580197
145	13,805967	11,1400669	159	57,752919	11,7615738
	1,129269	341451		8,720981	610774
146	14,935236	11,1742120	160	66,473900	11,8226512
	1,265913	353338		10,632908	644416
147	16,201149	11,2095458	161	77,106808	11,8870928
	1,424315	365947		13,102930	681607
148	17,625464	11,2461405	162	90,209738	11,9552535

v wahre Anom	$t + \frac{1}{3}t^3$ Area der Parabel.	L. $(t + \frac{1}{3}t^3)$ Logar. der Parab. Area.	v wahre Anom	$t + \frac{1}{3}t^3$ Area der Parabel.	L. $(t + \frac{1}{3}t^3)$ Logar. der Parab. Area.
162	90, 209738	11, 9552535	171	696, 50162	12, 8429220
	16, 339289	722960		292, 67111	1523501
163	106, 549027	12, 0275495	172	989, 17273	12, 9952721
	20, 64650	769223		484, 0461	1729950
164	127, 19553	12, 1044718	173	1473, 2188	13, 1682671
	26, 48042	821340		861, 6103	1999880
165	153, 67595	12, 1866058	174	2334, 8291	13, 3682551
	34, 54088	880526		1693, 0339	2368196
166	188, 21683	12, 2746584	175	4027, 8630	13, 6050747
	45, 93237	948342		3802, 5759	2887114
167	234, 14920	12, 3694926	177	7830, 4389	13, 8937861
	62, 45521	1026849		10737, 522	3749781
168	296, 60441	12, 4721775	178	18567, 960	14, 2687642
	87, 15848	1118855		44167, 208	5287469
169	383, 76289	12, 5840630	178	62735, 168	14, 7975111
	125, 43102	1228203		438917, 01	9028915
170	509, 19391	12, 7068833	179	501652, 17	15, 7004026
	187, 30771	1360387		∞	∞
171	696, 50162	12, 8429220	180	unendlich.	unendlich.

III. Allgemeine Tafel.

für die paraboliſche Bewegung der Cometen.

Mittlere Bewegung.	Winkel vom Perihelio.			Logarithmus für die Diſtanz von der Sonne.	Mittlere Bewegung.	Winkel vom Perihelio.			Logarithmus für die Diſtanz von der Sonne.
°	°	′	″		°	°	′	″	
1	1	31	40	0. 000077	31	42	55	07	0. 062400
2	3	3	15	0. 000309	32	44	3	16	0. 065835
3	4	34	43	0. 000694	33	45	10	26	0. 069316
4	6	6	0	0. 001231	34	46	16	35	0. 072839
5	7	37	1	0. 001921	35	47	21	36	0. 076396
6	9	7	44	0. 002759	36	48	25	33	0. 079984
7	10	38	2	0. 003745	37	49	28	29	0. 083604
8	12	7	53	0. 004876	38	50	30	23	0. 087249
9	13	37	17	0. 006151	39	51	31	11	0. 090912
10	15	6	6	0. 007564	40	52	30	54	0. 094594
11	16	34	20	0. 009115	41	53	29	42	0. 098298
12	18	1	54	0. 010798	42	54	27	32	0. 102019
13	19	28	47	0. 012609	43	55	24	22	0. 105752
14	20	54	53	0. 014550	44	56	20	11	0. 109490
15	22	20	14	0. 016607	45	57	15	5	0. 113240
16	23	44	43	0. 018783	46	58	9	2	0. 116995
17	25	8	22	0. 021072	47	59	2	5	0. 120756
18	26	31	7	0. 023470	48	59	54	13	0. 124518
19	27	52	55	0. 025969	49	60	45	26	0. 128278
20	29	13	52	0. 028551	50	61	35	45	0. 132035
21	30	33	39	0. 031263	51	62	25	14	0. 135792
22	31	52	31	0. 034045	52	63	13	50	0. 139541
23	33	10	23	0. 036916	53	64	1	38	0. 143288
24	34	27	12	0. 039864	54	64	48	38	0. 147029
25	35	42	59	0. 042892	55	65	34	50	0. 150762
26	36	57	41	0. 045989	56	66	20	14	0. 154482
27	38	11	20	0. 049154	57	67	04	51	0. 158192
28	39	23	56	0. 052383	58	67	48	22	0. 161890
29	40	36	26	0. 055668	59	68	31	51	0. 165578
30	41	45	50	0. 059010	60	69	14	16	0. 169254

III. Tafel.

Für die paraboliſche Bewegung der Cometen.

Mittlere Bewegung.	Winkel vom Perihelio.			Logarithmus für die Diſtanz von der Sonne.	Mittlere Bewegung.	Winkel vom Perihelio.			Logarithmus für die Diſtanz von der Sonne.
°	°	′	″		°	°	′	″	
61	69	55	58	0. 172914	91	86	20	30	0. 274176
62	70	36	56	0. 176557	92	86	46	20	0. 277239
63	71	17	16	0. 180188	93	87	11	43	0. 280284
64	71	56	56	0. 183803	94	87	36	45	0. 283306
65	72	35	57	0. 187404	95	88	01	27	0. 286308
66	73	14	15	0. 190978	96	88	25	49	0. 2892[illegible]3
67	73	51	59	0. 194540	97	88	49	48	0. 292252
68	74	29	6	0. 198085	98	89	13	32	0. 295201
69	75	05	38	0. 201614	99	89	36	54	0. 298122
70	75	41	35	0. 205122	100	90	00	00	0. 301030
71	76	16	56	0. 208612	102	90	45	14	0. 306782
72	76	51	43	0. 212080	104	91	29	18	0. 312469
73	77	25	57	0. 215529	106	92	12	14	0. 318060
74	77	59	41	0. 218963	108	92	54	4	0. 323587
75	78	32	54	0. 222378	110	93	34	52	0. 329042
76	79	5	35	0. 225769	112	94	14	40	0. 334424
77	79	37	45	0. 229142	114	94	53	30	0. 339736
78	80	9	23	0. 232488	116	95	31	22	0. 344979
79	80	40	34	0. 235809	118	96	8	22	0. 350153
80	81	11	16	0. 239127	120	96	44	30	0. 355262
81	81	41	31	0. 242416	122	97	19	48	0. 360306
82	82	11	19	0. 245684	124	97	54	17	0. 365284
83	82	40	40	0. 248933	126	98	28	00	0. 370200
84	83	9	34	0. 252159	128	99	00	57	0. 375052
85	83	38	4	0. 255366	130	99	33	11	0. 379842
86	84	6	8	0. 258552	132	100	4	43	0. 384576
87	84	33	49	0. 261720	134	100	35	45	0. 389252
88	85	1	5	0. 264865	136	101	5	48	0. 393868
89	85	27	58	0. 267989	138	101	35	22	0. 398428
90	85	54	27	0. 271092	140	102	4	19	0. 402930

III. Tafel.

Für die paraboliſche Bewegung der Cometen.

Mittlere Be-wegung.	Winkel vom Perihelio.			Logarithmus für die Diſtanz von der Sonne.	Mittlere Be-wegung.	Winkel vom Perihelio.			Logarithmus für die Diſtanz von der Sonne.
°	°.	′	″		°.	°.	′	″	
142	102	32	41	0. 407380	204	113	37	25	0. 523406
144	103	00	31	0. 411784	208	114	9	52	0. 529705
146	103	27	47	0. 416132	212	114	41	23	0. 535886
148	103	54	31	0. 420430	216	115	12	02	0. 541958
150	104	20	43	0. 424676	220	115	41	51	0. 547922
152	104	46	22	0. 428866	224	116	10	52	0. 553782
154	105	11	33	0. 433012	228	116	39	7	0. 559538
156	105	36	16	0. 437110	232	117	6	38	0. 565199
158	106	00	32	0. 441164	236	117	33	27	0. 570762
160	106	24	23	2. 445178	240	117	59	35	0. 576233
162	106	47	47	0. 449144	244	118	25	5	0. 581616
164	107	10	44	0. 453060	248	118	49	57	0. 586912
166	107	33	17	0. 456936	252	119	14	14	0. 592122
168	107	55	27	0. 460772	256	119	37	56	0. 597252
170	108	17	14	0. 464208	260	120	1	6	0. 602301
172	108	38	37	0. 468318	264	120	23	44	0. 607274
174	108	59	39	0. 472030	268	120	45	52	0. 612174
176	109	20	20	0. 475705	272	121	7	30	0. 616998
178	109	40	40	0. 479340	276	121	28	39	0. 621754
180	110	20	40	0. 482937	280	121	49	22	0. 626438
182	110	20	20	0. 486498	284	122	9	38	0. 631056
184	110	39	41	0. 490022	288	122	29	28	0. 635608
186	110	58	44	0. 493512	292	122	48	54	0. 640098
188	111	17	28	0. 496965	296	123	7	57	0. 644525
190	111	35	55	0. 502384	300	123	26	36	0. 648893
192	111	54	05	0. 503769	310	124	11	40	0. 659559
194	112	11	58	0. 507121	320	124	54	36	0. 669880
196	112	29	34	0. 510441	330	125	35	34	0. 679876
198	112	46	55	0. 513729	340	126	14	44	0. 689568
200	113	4	00	0. 516984	350	126	52	12	0. 698970

III. Tafel.

Für die paraboliſche Bewegung der Cometen.

Mittlere Bewegung.	Winkel vom Perihehelio.			Logarithmus für die Diſtanz von der Sonne.	Mittlere Bewegung.	Winkel vom Perihelio.			Logarithmus für die Diſtanz von der Sonne.
o.	o.	'	"		o	o	'	"	
360	127	28	6	0. 708104	820	141	49	24	0. 970836
370	128	2	33	0. 716976	840	142	10	00	0. 978397
380	128	35	38	0. 725606	860	142	29	56	0. 985771
390	129	7	27	0. 734006	880	142	49	10	0. 992970
400	129	38	4	0. 742186	900	143	7	48	1. 000000
410	130	7	34	0. 750160	920	143	25	51	1. 006871
420	130	36	2	0. 757930	940	143	43	21	1. 013586
430	131	3	30	0. 765516	960	144	00	18	1. 020155
440	131	30	2	0. 772918	980	144	16	46	1. 026583
450	131	55	41	0. 780148	1000	144	32	46	1. 032876
460	132	20	30	0. 787216	1500	149	26	8	1. 158188
470	132	44	32	0. 794122	2000	152	26	15	1. 246058
480	133	7	50	0. 800882	2500	154	32	20	1. 313703
490	133	30	25	0. 807494	3000	156	7	27	1. 368678
500	133	52	20	0. 813969	3500	157	22	49	1. 414974
520	134	34	18	0. 826522	4000	158	24	36	1. 454950
540	135	14	0	0. 838600	4500	159	16	36	1. 490125
560	135	51	28	0. 850187	5000	160	1	12	1. 521521
580	136	27	6	0. 861369	5500	160	40	5	1. 549874
600	137	00	57	0. 872155	6000	161	14	24	1. 575718
620	137	33	13	0. 882575	6500	161	45	00	1. 599460
640	138	3	58	0. 892649	7000	162	12	34	1. 621417
660	138	33	21	0. 902401	7500	162	37	34	1. 641838
680	139	1	29	0. 911866	8000	163	00	23	1. 660922
700	139	28	25	0. 921012	8500	163	21	20	1. 678834
720	139	54	16	0. 929907	9000	163	40	42	1. 695708
740	140	19	5	0. 938549	9500	163	58	38	1. 711662
760	140	42	56	0. 946951	10000	164	15	20	1. 726784
780	141	05	55	0. 955124	50000	170	52	0	2. 197960
800	141	28	3	0. 963082	100000	172	45	44	2. 399556

IV. Tafel.

Für die Bewegung der Cometen in ellyptiſchen Laufbahnen.

Eccentriſche Anomalie.		Doppelte Area des Segmentes	Logar. der Sinus verſus der eccentr. Anomalie.	Unterſcheid
0°.	0′	0, 00000, 00[illegible]	0,000000	
	12	0, 00000, 001	4,784784..	..602059
	24	0, 00000, 006	5,386843..	..352180
	36	0, 00000, 019	5,739023..	..249874
	48	0, 00000, 045	5,988898..	..193816
1°.	0′	0, 00000, 089	6,182714..	..158357
	12	0, 00000, 15[illegible]	6,341071..	..133888
	24	0, 00000, 243	6,474959..	..115977
	36	0, 00000, 363	6,590936..	..102298
	48	0, 00000, 517	6,693234..	...91507
2°.	0′	0, 00000, 709	6,784741..	...82776
	12	0, 00000, 943	6,867517..	...75567
	24	0, 00001, 225	6,943084..	...69513
	36	0, 00001, 557	7,012597..	...64357
	48	0, 00001, 945	7,076954..	...59914
3°.	0′	0, 00002, 392	7,136868..	...56044
	12	0, 00002, 903	7,192912..	...52643
	24	0, 00003, 482	7,245555..	...49632
	36	0, 00004, 133	7,295187..	...46946
	48	0, 00004, 861	7,342133..	...44535
4°.	0′	0, 00005, 670	7,386668..	...42361
	12	0, 00006, 563	7,429029..	...40388
	24	0, 00007, 546	7,469417..	...38590
	36	0, 00008, 622	7,508007..	...36946
	48	0, 00009, 796	7,544953..	...35436
5°.	0′.	0, 00011, 072	7,580389..	...34044
	12	0, 00012, 454	7,614433..	...32758
	24	0, 00013, 947	7,647191..	...31564
	36	0, 00015, 434	7,678555..	...40455
	48	0, 00017, 280	7,709210..	...29420
6°.	0	0, 00019, 129	7,738630..	

IV. Tafel.

Für die Bewegung der Cometen in ellyptiſchen Laufbahnen.

Eccentriſche Anomalie.		Doppelte Area des Segmentes.	Logar. des Sinus verſus der eccentri. Anomalie.	Unterſcheid.
6°.	0′	0, 00019129	7, 738630	
	12	0, 00021106	7, 767084	.. 28454
	24	0, 00023214	7, 794633	.. 27579
	36	0, 00025458	7, 821332	.. 26699
	48	0, 00027842	7, 847233	.. 25901
7°.	0′	0, 00030370	7; 872381	.. 25148
	12	0, 00033047	7, 896818	.. 24437
	24	0, 00035877	7, 920584	.. 23766
	36	0, 00038863	7, 943715	.. 23131
	48	0, 00042011	7, 966243	.. 22528
8°.	0′	0, 00045324	7, 998199	.. 21956
	12	0, 00048806	8, 009611	.. 21412
	24	0, 00052463	8, 030505	.. 20894
	36	0, 00056297	8, 050906	.. 20401
	48	0, 00060314	8, 070836	.. 19930
9°.	0′	0, 00064517	8, 090317	.. 19481
	12	0, 00068910	8, 109367	.. 19050
	24	0, 00073499	8, 128006	.. 18639
	36	0, 00078286	8, 146251	.. 18245
	48	0, 00083277	8, 164118	.. 17867
10°.	0′	0, 00088475	8, 181622	.. 17504
	12	0, 00093884	8, 198778	.. 17156
	24	0, 00099510	8, 215599	.. 16821
	36	0, 00105355	8, 232097	.. 16498
	48	0, 00111424	8, 248286	.. 16189
11°.	0′	0, 00117722	8, 264176	.. 15890
	12	0, 00124252	8, 279777	.. 15601
	24	0, 00131019	8, 295101	.. 15324
	36	0, 00138027	8, 310157	.. 15056
	48	0, 00145280	8, 324953	.. 14796
12°.	0′	0, 00142782	8, 339499	.. 14546

IV. Tafel.

Für die Bewegung der Cometen in elliptiſchen Laufbahnen.

Eccentriſche Anomalie.		Doppelte Area des Segmentes.	Logar. des Sinus verſus der eccentri. Anomalie.	Unterſcheid.
12°.	0′	0, 00152782	8, 339499	.. 14304
	12	0, 00160537	8, 353803	.. 14099
	24	0, 00168550	8, 367872	.. 13842
	36	0, 00176824	8, 381715	.. 13622
	48	0, 00185365	8, 395338	.. 13410
13°.	0′	0, 00194175	8, 408747	.. 13204
	12	0, 00203259	8, 421951	.. 13003
	24	0, 00212622	8, 434954	.. 12808
	36	0, 00222267	8, 447762	.. 12620
	48	0, 00232198	8, 460382	.. 12437
14°.	0′	0, 00242420	8, 472819	.. 12258
	12	9, 00252937	8, 485077	.. 12085
	24	0, 00263752	8, 497162	.. 11917
	36	0, 00274871	8, 509079	.. 11753
	48	0, 00286297	8, 520832	.. 11593
15°.	0′	0, 00298034	8, 532425	.. 11438
	12	0, 00310087	8, 543863	.. 11287
	24	0, 00322459	8, 555150	.. 11139
	36	0, 00335154	8, 566289	.. 10996
	48	0, 00348177	8, 577285	.. 10856
16°.	0′	0, 00361532	8, 588141	.. 10719
	12	0, 00375223	8, 598860	.. 10585
	24	0, 00389254	8, 609445	.. 10456
	36	0, 00403629	8, 619909	.. 10328
	48	0, 00418352	8, 630229	.. 10205
17°.	0′	0, 00433427	8, 640434	.. 10084
	12	0, 00448858	8, 650518	... 9965
	24	0, 00464650	8, 660483	... 9849
	36	0, 00480806	8, 670332	... 9737
	48	0, 00497330	8, 680069	... 9626
18°.	0′	0, 00514227	8, 689695	

V. Tafel.

Verbeſſerung des Radius Vector, und der wahren Anomalie in der Ellypſe.

Wahre Anomalie.	Corrigirte Anomalie.	Log. der corrig. Anomalie.	Log. des corrig. Radius Vect.	Wahre Anomalie.	Corrigirte Anomalie.	Log. der corrig. Anomalie.	Log. des corrig. Radius Vect.
1	30	1, 4770	5, 8200	37	817	2, 9122	8, 9198
2	60	1, 7770	6, 4220	38	823	2, 9156	8, 9409
3	90	1, 9533	6, 7735	39	829	2, 9184	8, 9614
4	119	2, 0778	7, 0242	40	833	2, 9205	8, 9813
5	140	2, 1740	7, 2178	41	836	2, 9220	9, 0006
6	179	2, 2521	7, 2759	42	836	2, 9229	9, 0195
7	208	2, 3178	7, 5095	43	836	2, 9232	9, 0378
8	237	2, 3745	7, 6250	44	836	2, 9228	9, 0555
9	266	2, 4242	7, 7269	45	835	2, 9217	9, 0727
10	294	2, 4683	7, 8178	46	832	2, 9200	9, 0894
11	322	2, 5074	7, 8998	47	827	2, 9176	9, 1056
12	349	2, 5431	7, 9747	48	821	2, 9145	9, 1215
13	376	2, 5760	8, 0437	49	814	2, 9107	9, 1369
14	403	2, 6058	8, 1074	50	806	2, 9061	9, 1520
15	430	2, 6331	8, 1666	51	796	2, 9007	9, 1666
16	455	2, 6583	8, 2217	52	784	2, 8945	9, 1808
17	480	2, 6816	8, 2735	53	772	2, 8874	9, 1947
18	505	2, 7032	8, 3222	54	758	2, 8795	9, 2083
19	529	2, 7233	8, 3682	55	743	2, 8708	9, 2215
20	552	2, 7420	8, 4116	56	726	2, 8610	9, 2344
21	575	2, 7594	8, 4528	57	709	2, 8500	9, 2469
22	596	2, 7755	8, 4921	58	688	2, 8378	9, 2592
23	617	2, 7906	8, 5295	59	667	2, 8243	9, 2712
24	637	2, 8046	8, 5652	60	645	2, 8095	9, 2829
25	657	2, 8176	8, 5994	61	621	2, 7932	9, 2943
26	676	2, 8297	8, 6320	62	596	2, 7754	9, 3055
27	694	2, 8410	8, 6634	63	570	2, 7557	9, 3163
28	710	2, 8514	8, 6934	64	542	2, 7338	9, 3270
29	726	2, 8610	8, 7224	65	512	2, 7095	9, 3374
30	741	2, 8698	8, 7052	66	482	2, 6827	9, 3477
31	755	2, 8779	8, 7770	67	450	2, 6526	9, 3576
32	768	2, 8853	8, 8030	68	416	2, 6187	9, 3674
33	780	2, 8920	8, 8280	69	381	2, 5805	9, 3769
34	791	2, 8980	8, 8521	70	344	2, 5363	9, 3862
35	801	2, 9034	8, 8755	71	306	2, 4857	9, 3954
36	809	2, 9081	8, 8980	72	267	2, 4258	9, 4044

V. Tafel.

Verbeſſerung des Radius Vector und der wahren Anomalie in der Ellypſe.

Wahre Anomalie.	Corrigirte Anomalie.	Log. der corrig. Anomalie.	Log. des corrig. Radius Vect.	Wahre Anomalie.	Corrigirte Anomalie	Log. der corrig. Anomalie.	Log. des corrig. Radius Vect.
	—	—	—		+	+	—
73	226	2, 3537	9, 4132	106	1941	3, 2879	9, 6430
74	184	2, 2639	9, 4218	107	2033	3, 3081	9, 6495
75	140	2, 1458	9, 4303	108	2127	3, 3278	9, 6560
76	95	1, 9767	9, 4386	109	2223	3, 3469	9, 6627
77	48	1, 6840	9, 4468	110	2321	3, 3656	9, 6695
	+	+					
78	0	0, 0000	9, 4546	111	2421	3, 3840	9, 0763
79	49	1, 6910	9, 4624	112	2523	3, 4019	9, 6831
80	100	2, 0026	9, 4701	113	2627	3, 4195	9, 6901
81	152	2, 1827	9, 4777	114	2734	3, 4368	9, 6972
82	206	2, 3139	9, 4851	115	2843	3, 4538	9, 7044
83	261	2, 4170	9, 4924	116	2954	3, 4704	9, 7119
84	318	2, 5021	9, 4996	117	3068	3, 4868	9, 7195
85	376	2, 5750	9, 5067	118	3184	3, 5030	9, 7272
86	435	2, 6386	9, 5138	119	3302	3, 5188	9, 7352
87	496	2, 6951	9, 5207	120	3422	3, 5345	9, 7433
88	558	2, 7470	9, 5275	121	3547	3, 5499	9, 7416
89	622	2, 7936	9, 5342	122	3675	3, 5653	9, 7602
90	688	2, 8373	9, 5439	123	3806	3, 5805	9, 7690
91	754	2, 8767	9, 5475	124	3941	3, 5956	9, 7781
92	823	2, 9152	9, 5540	125	4078	3, 6105	9, 7874
93	892	2, 9506	9, 5605	126	4220	3, 6253	9, 7971
94	963	2, 9837	9, 5670	127	4364	3, 6399	9, 8070
95	1036	2, 0154	9, 5734	128	4513	3, 6545	9, 8172
96	1110	3, 0455	9, 5797	129	4667	3, 6690	9, 8278
97	1186	3, 0742	9, 5860	130	4825	3, 6835	9, 6387
98	1264	3, 1016	9, 5923	131	4989	3, 6980	9, 8500
99	1343	3, 1279	9, 5986	132	5158	3, 7125	9, 8118
100	1423	3, 1531	9, 6050	133	5332	3, 7269	9, 8740
101	1505	3, 1774	9, 6113	134	5512	3, 7413	9, 8866
102	1588	3, 2008	9, 6176	135	5698	3, 7557	9, 8997
103	1673	3, 2236	9. 6239	136	5890	3, 7701	9, 9132
104	1761	3, 2457	9, 6302	137	6088	3, 7845	9, 9273
105	1850	3, 2671	9, 6366	138	6297	3, 7991	9, 9419
	+	+	—		+	+	—

V. Tafel.

Verbeſſerung des Radius Vector und der wahren Anomalie in der Ellypſe.

wahre Anomal.	corrig. Anomalie.	Log. der corrig. Anomalie.	Log. des corrig. radius vector.
	+	+	—
139	6513	3, 8138	9, 9571
140	6739	3, 8286	9, 9729
141	6974	3, 8435	9, 9893
142	7219	3, 8585	10, 0064
143	7475	3, 8736	10, 0242
144	7743	3, 8889	10, 0427
145	8024	3, 9044	10, 0620
146	8316	3, 9199	10, 0822
147	8630	3, 9360	10, 1032
148	8962	3, 9524	10, 1251
149	9312	3, 9690	10, 1481
150	9681	3, 9859	10. 1720
151	10072	4, 0031	10, 1970
152	10491	4, 0208	10, 2231
153	10940	4, 0390	10. 2504
154	11416	4, 0575	10, 2792
155	11929	4, 0766	10, 3094
156	12483	4, 0963	10, 3412
157	13086	4, 1168	10, 3746
158	13740	4, 1380	10, 4098
159	14455	4, 1600	10, 4469
160	15223	4, 1825	10, 4861
	+	+	—

VI. Tafel. Für die paraboliſche Bewegung der Cometen.

Täge u. hundert Theile.	Wahre Anomalie.			Differenz.		Täge u. hundert Theile.	Wahre Anomalie.			Differenz.		Tage.	Wahre Anomalie.			Differenz.	
	°	'	"	'	"		°	'	"	'	"		°	'	"	'	"
0, 00	0	0	0			12 50	17	9	45			25 00	32	55	27		
0, 25	0	20	54	20	54	12 75	17	29	43	19	58	25 25	33	13	6	17	39
0 50	0	41	48	20	54	13 00	17	49	39	19	56	25 50	33	30	42	17	36
0 75	1	2	43	20	55	13 25	18	9	32	19	53	25 75	33	48	15	17	33
1 00	1	23	37	20	54	13 50	18	29	24	19	52	26 00	34	5	45	17	30
1 25	1	44	31	20	54	13 75	18	49	14	19	50	26 25	34	23	11	17	26
1 50	2	5	25	20	54	14 00	19	9	1	19	47	26 50	34	40	34	17	23
1 75	2	26	18	20	53	14 25	19	28	46	19	45	26 75	34	57	54	17	20
2 00	2	47	12	20	54	14 50	19	48	29	19	43	27 00	35	15	11	17	17
2 25	3	8	5	20	53	14 75	20	8	9	19	40	27 25	35	32	25	17	14
2 50	3	28	57	20	52	15 00	20	27	47	19	38	27 50	35	49	35	17	10
2 75	3	49	49	20	52	15 25	20	47	22	19	35	27 75	36	6	42	17	7
3 00	4	10	40	20	51	15 50	21	6	55	19	33	28 00	36	23	45	17	3
3 25	4	31	31	20	51	15 75	21	26	25	19	30	28 25	36	40	45	17	0
3 50	4	52	21	20	50	16 00	21	45	53	19	28	28 50	36	57	42	16	57
3 75	5	13	11	20	50	16 25	22	5	18	19	25	28 75	37	14	35	16	53
4 00	5	34	0	20	49	16 50	22	24	41	19	23	29 00	37	31	25	16	50
4 25	5	54	48	20	48	16 75	22	44	1	19	20	29 25	37	48	11	16	46
4 50	6	15	35	20	47	17 00	23	3	19	19	18	29 50	38	4	54	16	43
4 75	6	36	22	20	47	17 25	23	22	34	19	15	29 75	38	21	34	16	40
5 00	6	57	8	20	46	17 50	23	41	46	19	12	30 00	38	38	11	16	37
5 25	7	17	53	20	45	17 75	24	0	56	19	10	30 25	38	54	44	16	33
5 50	7	38	37	20	44	18 00	24	20	3	19	7	30 50	39	11	14	16	30
5 75	7	59	20	20	43	18 25	24	39	7	19	4	39 75	39	27	41	16	27
6 00	8	20	2	20	42	18 50	24	58	8	19	1	31 00	39	44	4	16	23
6 25	8	40	43	20	41	18 75	25	17	7	18	59	31 25	40	0	24	16	20
6 50	9	1	23	20	40	19 00	25	36	3	18	56	31 50	40	16	40	16	16
6 75	9	22	1	20	38	19 25	25	54	56	18	53	31 75	40	32	53	16	13
7 00	9	42	38	20	37	19 50	26	13	46	18	50	32 00	40	49	3	16	10
7 25	10	3	14	20	36	19 75	26	32	33	18	47	32 25	41	5	10	16	7
7 50	10	23	49	20	35	20 00	26	51	17	18	44	32 50	41	21	13	16	3
7 75	10	44	22	20	33	20 25	27	9	59	18	41	32 75	41	37	13	16	0
8 00	11	4	54	20	32	20 50	27	28	37	18	38	33 00	41	53	9	15	56
8 25	11	25	24	20	30	20 75	27	47	13	18	36	33 25	42	9	2	15	53
8 50	11	45	53	20	29	21 00	28	5	45	18	32	33 50	42	24	51	15	49
8 75	12	6	20	20	27	21 25	28	24	15	18	30	33 75	42	40	37	15	46
9 00	12	26	46	20	26	21 50	28	42	41	18	26	34 00	42	56	19	15	42
9 25	12	47	10	20	24	21 75	29	1	5	18	24	34 25	43	11	58	15	39
9 50	13	7	33	20	23	22 00	29	19	25	18	20	34 50	43	27	34	15	36
9 75	13	27	54	20	21	22 25	29	37	42	18	17	34 75	43	43	6	15	32
10 00	13	48	14	20	20	22 50	29	55	57	18	15	35 00	43	58	35	15	29
10 25	14	8	32	20	18	22 75	30	14	8	18	11	35 25	44	14	1	15	26
10 50	14	28	48	20	16	23 00	30	32	16	18	8	35 50	44	29	23	15	22
10 75	14	49	2	20	14	23 25	30	50	21	13	5	35 75	44	44	42	15	19
11 00	15	9	14	20	12	23 50	31	8	23	18	2	36 00	44	59	58	15	16
11 25	15	29	24	20	10	23 75	31	26	21	17	58	36 25	45	15	10	15	12
11 50	15	49	33	20	9	24 00	31	44	17	17	56	36 50	45	30	19	15	9
11 75	16	9	39	20	6	24 25	32	2	9	17	52	36 75	45	45	25	15	6
12 00	16	29	43	20	4	24 50	32	19	58	17	49	37 00	46	0	27	15	2
12 25	16	49	45	20	2	24 75	32	37	44	17	46	37 25	46	15	26	14	59
12 50	17	9	45	20	0	25 00	32	55	27	17	43	37 50	46	30	21	14	55

VI. Tafel. Für die paraboliſche Bewegung der Cometen.

Täge.		Wahre Anomalie. °	′	″	Differenz. ′	″	Täge.		Wahre Anomalie. °	′	″	Differenz. ′	″	Täge.		Wahre Anomalie. °	′	″	Differenz. ′	″
37	50	46	30	21	14	52	50	00	57	48	18	12	15	62	50	67	5	37	10	4
37	75	46	45	13	14	49	50	25	58	0	33	12	12	62	75	67	15	41	10	2
38	00	47	0	2	14	45	50	50	58	12	45	12	10	63	00	67	25	43	10	0
38	25	47	14	47	14	42	50	75	58	24	55	12	7	63	25	67	35	43	9	57
38	50	47	29	29	14	39	51	00	58	37	2	12	4	63	50	67	45	40	9	55
38	75	47	44	8	14	36	51	25	58	40	6	12	1	63	75	67	55	45	9	52
39	00	47	58	44	14	32	51	50	59	1	7	11	58	64	00	68	5	27	9	50
39	25	48	13	16	14	29	51	75	59	13	5	11	56	64	25	68	15	17	9	48
39	50	48	27	45	14	26	52	00	59	25	1	11	53	64	50	68	25	5	9	46
39	75	48	42	11	14	23	52	25	59	36	54	11	50	64	75	68	34	51	9	43
40	00	48	56	34	14	20	52	50	51	48	44	11	47	65	00	68	44	34	9	41
40	25	49	10	54	14	16	52	75	60	0	31	11	44	65	25	68	54	15	9	39
40	50	49	25	10	14	13	53	00	60	12	15	11	41	65	00	69	3	54	9	37
40	75	49	39	23	14	9	53	25	60	23	56	11	39	65	75	69	13	31	9	34
41	00	49	53	32	14	6	53	50	60	35	35	11	36	66	00	69	23	5	9	32
41	25	50	7	38	14	3	53	75	60	47	11	11	33	66	25	69	32	37	9	30
41	50	50	21	41	14	0	54	00	60	58	44	11	31	66	50	69	42	7	9	28
41	75	50	35	41	13	57	54	25	61	10	15	11	28	66	75	69	51	35	9	26
42	00	50	49	38	13	53	54	50	61	21	43	11	25	67	00	70	1	1	9	24
42	25	51	3	31	13	50	54	75	61	33	8	11	22	67	25	70	10	25	9	21
42	50	51	17	21	18	47	55	00	61	44	30	11	20	67	50	70	19	46	9	19
42	75	51	31	8	13	44	55	25	61	55	50	11	17	67	75	70	29	5	9	17
43	00	51	44	52	13	41	55	50	62	7	7	11	14	68	00	70	38	22	9	15
43	25	51	58	33	13	37	55	75	62	18	21	11	11	68	25	70	47	37	9	13
43	50	52	12	10	13	34	56	00	62	29	32	11	9	68	50	70	56	50	9	10
43	75	52	25	44	13	31	56	25	62	40	41	11	6	68	75	71	6	0	9	9
44	00	52	39	15	13	28	56	50	62	51	47	11	4	69	00	71	15	9	9	7
44	25	52	52	43	13	25	56	75	63	2	51	11	1	69	25	71	24	16	9	4
44	50	53	6	8	13	21	57	00	63	13	52	10	58	69	50	71	33	20	9	3
44	75	53	19	19	13	19	57	25	63	24	50	10	56	69	75	71	42	23	9	0
45	00	53	32	48	13	15	57	50	63	35	46	10	53	70	00	71	51	23	8	58
45	25	53	46	3	13	13	57	75	63	46	39	10	51	70	25	72	0	21	8	57
45	50	53	59	16	13	9	58	00	63	57	30	10	48	70	50	72	9	18	8	54
45	75	54	12	25	13	6	58	25	64	8	18	10	46	70	75	72	18	12	8	52
46	00	54	25	31	13	3	58	50	64	19	4	10	43	71	00	72	27	4	8	50
46	25	54	38	34	13	1	58	75	64	29	47	10	41	71	25	72	35	54	8	48
46	50	54	51	35	12	57	59	00	64	40	28	10	38	71	50	72	44	42	8	47
46	75	55	4	32	12	54	59	25	64	51	6	10	36	71	75	72	53	29	8	44
47	00	55	17	26	12	51	59	50	65	1	42	10	33	72	00	73	2	13	8	42
47	25	55	30	17	12	48	59	75	65	12	15	10	30	72	25	73	10	55	8	41
47	50	55	43	5	12	44	60	00	65	22	45	10	28	72	50	73	19	36	8	38
47	75	55	55	49	12	42	60	25	65	33	13	10	26	72	75	73	28	14	8	37
48	00	56	8	31	12	39	60	50	65	43	39	10	23	73	00	73	36	51	8	34
48	25	56	21	10	12	35	60	75	65	54	2	10	21	73	25	73	45	25	8	33
48	50	56	33	45	12	33	61	00	66	4	23	10	18	73	50	73	53	58	8	31
48	75	56	46	18	12	30	61	25	66	14	41	10	16	73	75	74	2	29	8	29
49	00	56	58	48	12	27	61	50	66	24	57	10	14	74	00	74	10	58	8	27
49	25	57	11	15	12	24	61	75	66	35	11	10	11	74	25	74	19	25	8	25
49	50	57	23	39	12	21	62	00	66	45	22	10	9	74	50	74	27	50	8	23
49	75	57	36	0	12	18	62	25	66	55	31	10	6	74	75	74	36	13	8	21
50	00	57	48	18			62	50	67	5	37			75	00	74	44	34	8	19

VI. Tafel. Für die paraboliſche Bewegung der Cometen.

Täge.		Wahre Anomalie. °	'	"	Differenz. '	"	Täge.		Wahre Anomalie. °	'	"	Differenz. '	"	Täge.		Wahre Anomalie. °	'	"	Differenz. '	"
75	00	74	44	34			87	50	81	5	54			100	00	86	26	28		
75	25	74	52	53	8	18	87	75	81	12	52	6	56	100	50	86	38	14	11	41
75	50	75	1	11	8	15	80	00	81	19	48	6	55	101	00	86	49	55	11	36
75	75	75	9	26	8	14	88	25	81	26	43	6	53	101	50	87	1	31	11	32
76	00	75	17	40	8	12	88	50	81	33	36	6	52	102	00	87	13	3	11	27
76	25	75	25	52	8	10	88	75	81	40	28	6	50	102	50	87	24	30	11	23
76	50	75	34	2	8	9	89	00	81	47	18	6	49	103	00	87	35	53	11	19
76	75	75	42	11	8	7	89	25	81	54	7	6	47	103	50	87	47	12	11	14
77	00	75	50	18	8	5	89	50	82	0	54	6	46	104	00	87	58	26	11	10
77	25	75	58	23	8	3	89	75	82	7	40	6	45	104	50	88	9	36	11	7
77	50	76	6	26	8	2	90	00	82	14	25	6	43	105	00	88	20	43	11	2
77	75	76	14	28	8	0	90	25	82	21	8	6	42	105	50	88	31	45	10	58
78	00	76	22	28	7	58	90	50	82	27	50	6	41	106	00	88	42	43	10	54
78	25	76	30	26	7	56	90	75	82	34	31	6	39	106	50	88	53	37	10	49
78	50	76	38	22	7	54	91	00	82	41	10	6	38	107	00	88	4	26	10	45
78	75	76	46	16	7	53	91	25	82	47	48	6	36	107	50	89	15	11	10	42
79	00	77	54	9	7	51	91	50	82	54	24	6	35	108	00	89	25	53	10	38
79	25	77	2	0	7	49	91	75	83	0	59	6	34	108	50	89	36	31	10	34
79	50	77	9	49	7	48	92	00	83	7	33	6	33	109	00	89	47	5	10	30
79	75	77	17	37	7	46	92	25	83	14	6	6	31	109	50	89	57	35	10	26
80	00	77	25	23	7	44	92	50	83	20	37	6	31	110	00	90	8	1	10	22
80	25	77	33	7	7	43	92	75	83	27	8	6	28	110	50	90	18	23	10	19
80	50	77	40	50	7	41	93	00	83	33	36	6	27	111	00	90	28	42	10	15
80	75	77	48	31	7	39	93	25	83	40	3	6	26	111	50	90	38	57	10	11
81	00	77	56	10	7	37	93	50	83	46	29	6	25	112	00	90	49	8	10	8
81	25	78	3	47	7	36	93	75	83	52	54	6	23	112	50	90	59	16	10	4
81	50	78	11	23	7	34	94	00	83	59	17	6	22	113	00	91	9	20	10	0
81	75	78	18	57	7	33	94	25	84	5	39	6	21	113	50	91	19	20	9	57
82	00	78	26	30	7	31	94	50	84	12	0	6	20	114	00	91	29	17	9	53
82	25	78	34	1	7	30	94	75	84	18	20	6	18	114	50	91	39	10	9	50
82	50	78	41	31	7	28	95	00	84	24	38	6	17	115	00	91	49	0	9	47
82	75	78	48	59	7	26	95	25	84	30	55	6	16	115	50	91	58	47	9	43
83	00	78	56	25	7	25	95	50	84	37	11	6	15	116	00	92	8	30	9	40
83	25	79	3	50	7	23	95	75	84	43	26	6	13	116	50	92	18	10	9	36
83	50	79	11	13	7	22	96	00	84	49	39	6	12	117	00	92	27	46	9	33
83	75	79	18	35	7	20	96	25	84	55	51	6	11	117	50	92	37	19	9	29
84	00	79	25	55	7	18	96	50	85	2	2	6	10	118	00	92	46	47	9	26
84	25	79	33	13	7	17	96	75	85	8	12	6	8	118	50	92	56	14	9	23
84	50	79	40	30	7	15	97	00	85	14	20	6	7	119	00	93	5	37	9	20
84	75	79	47	45	7	14	97	25	85	20	27	6	6	119	50	93	14	57	9	16
85	00	79	54	59	7	12	97	50	85	26	33	6	5	120	00	93	24	13	9	13
85	25	80	2	11	7	11	97	75	85	32	38	6	4	120	50	93	33	26	9	11
85	50	80	9	22	7	9	98	00	85	38	42	6	3	121	00	93	42	37	9	7
85	75	80	16	31	7	7	98	25	85	44	45	6	1	121	50	93	51	44	9	4
86	00	80	23	38	7	6	98	50	85	50	46	6	0	122	00	94	0	48	9	1
86	25	80	30	44	7	5	98	75	85	56	46	5	59	122	50	4	9	49	8	58
86	50	80	37	49	7	4	99	00	86	2	45	5	58	123	00	94	18	47	8	55
86	75	80	44	53	7	2	99	25	86	8	43	5	56	123	50	94	27	42	8	52
87	00	80	51	55	7	0	99	50	86	14	39	5	55	124	00	94	36	34	8	49
87	25	80	58	55	6	59	99	75	86	20	34	5	54	124	50	94	45	23	8	46
87	50	81	5	54	6	58	100	00	86	26	28	11	46	125	00	94	54	9	8	43

VI. Tafel. Für die paraboliſche Bewegung der Cometen.

Täge.	Wahre Anomalie °	'	"	Differenz. '	"	Täge.	Wahre Anomalie °	'	"	Differenz. '	"	Täge.	Wahre Anomalie °	'	"	Differenz. '	"
125 00	94	54	9			150	101	18	20			200	110	24	47		
125 50	95	2	52	8	40	151	101	31	47	13	27	201	110	33	37	8	46
126 00	95	11	32	8	37	152	101	45	6	13	19	202	110	42	23	8	42
126 50	95	20	9	8	35	153	101	58	18	13	12	203	110	51	5	8	38
127 00	95	28	44	8	32	154	102	11	22	13	4	204	110	59	43	8	35
127 50	95	37	16	8	29	155	102	24	19	12	57	205	111	8	18	8	31
128 00	95	45	45	8	16	156	102	37	9	12	50	206	111	16	49	8	28
128 50	95	54	11	8	24	157	102	49	52	12	43	207	111	25	17	8	23
129 00	91	2	35	8	21	158	103	2	27	12	35	203	111	33	40	8	20
129 50	96	10	56	8	18	159	103	14	56	12	29	209	111	42	0	8	17
130 00	96	19	14	8	15	160	103	27	18	12	22	210	111	50	17	8	13
130 50	96	27	29	8	13	161	103	39	34	12	16	211	111	58	30	8	10
131 00	96	35	42	8	10	162	103	51	42	12	8	212	112	6	40	8	5
131 50	96	43	52	8	8	163	104	3	44	12	2	213	112	14	45	8	3
132 00	96	52	0	8	5	164	104	15	40	11	56	214	112	22	48	8	0
132 50	97	0	5	8	2	165	104	27	29	11	49	215	112	30	48	7	56
133 00	97	8	7	8	0	166	104	39	13	11	44	216	112	38	44	7	53
133 50	97	16	7	7	57	167	104	50	50	11	37	217	112	46	37	7	49
134 00	97	24	4	7	55	168	105	2	20	11	30	218	112	54	26	7	46
134 50	97	31	59	7	52	169	105	13	45	11	25	219	113	2	12	7	44
135 00	97	39	51	7	50	170	105	25	4	11	19	220	113	9	56	7	40
135 50	97	47	41	7	47	171	105	36	17	11	13	221	113	17	36	7	37
136 00	97	55	28	7	45	172	105	47	25	11	8	222	113	25	13	7	33
136 50	98	3	13	7	43	173	105	58	27	11	2	223	113	32	46	7	31
137 00	98	10	56	7	40	174	106	9	23	10	56	224	113	40	17	7	28
137 50	98	18	36	7	38	175	106	20	14	10	51	225	113	47	45	7	25
138 00	98	26	14	7	36	176	105	30	59	10	45	226	113	55	10	7	22
138 50	98	33	50	7	33	177	106	41	39	10	40	227	114	2	32	7	19
139 00	98	41	23	7	31	178	106	52	14	10	35	228	114	9	51	7	16
139 50	98	48	54	7	28	179	107	2	43	10	29	229	114	17	7	7	14
140 00	98	56	22	7	27	180	107	13	7	10	24	230	114	24	21	7	11
140 50	99	3	49	7	24	181	107	23	26	10	19	231	114	31	32	7	7
141 00	99	11	13	7	22	182	107	33	40	10	14	232	114	38	39	7	5
141 50	99	18	35	7	19	183	107	43	49	10	9	233	114	45	44	7	3
142 00	99	25	54	7	18	184	107	53	54	10	5	234	114	52	47	7	0
142 50	99	33	12	7	15	185	108	3	54	10	0	235	114	59	47	6	57
143 00	99	40	27	7	13	186	108	13	48	9	54	236	115	6	44	6	54
143 50	99	47	40	7	11	187	108	23	38	9	50	237	115	13	38	6	52
144 00	99	54	51	7	9	188	108	33	23	9	45	238	115	20	30	6	49
144 50	100	2	0	7	6	189	108	43	4	9	41	239	115	27	19	6	46
145 00	100	9	6	7	4	190	108	52	41	9	37	240	115	34	5	6	44
										9	32						
145 50	100	16	10	7	3	191	109	2	13	9	27	241	115	40	49	6	42
146 00	100	23	13	7	0	192	109	11	40	9	23	242	115	47	31	6	39
146 50	100	30	13	6	59	193	109	21	3	9	19	243	115	54	10	6	36
147 00	100	37	12	6	56	194	109	30	22	9	15	244	116	0	46	6	34
147 50	100	44	8	6	55	195	109	39	37	9	10	245	116	7	20	6	32
148 00	100	51	3	6	52	196	109	48	47	9	6	246	116	13	52	6	30
148 50	100	57	55	6	50	197	109	57	53	9	2	247	116	20	22	6	27
149 00	100	4	45	6	48	198	110	6	55	8	58	248	116	26	49	6	25
149 50	101	11	33	6	47	199	110	15	53	8	54	249	116	33	14	6	22
150 00	101	18	20			200	110	24	47	8	50	250	116	29	36	6	30

VI. Tafel. Für die paraboliſche Bewegung der Cometen.

Täge.	Wahre Anomalie.			Differenz.		Täge.	Wahre Anomalie.			Differenz.		Täge.	Wahre Anomalie.			Differenz.	
	°	′	″	′	″		°	′	″	′	″		°	′	″	′	″
250	116	39	36			300	121	16	27			350	124	51	39		
251	116	45	56	6	18	301	121	21	17	4	48	351	124	55	29	3	48
252	116	52	14	6	16	302	121	26	5	4	46	352	124	59	17	3	48
253	116	58	30	6	13	303	121	30	51	4	45	353	125	3	5	3	47
254	117	4	43	6	11	304	121	35	36	4	44	354	125	6	52	3	46
255	117	10	54	6	9	305	121	40	20	4	42	355	125	10	38	3	45
256	117	17	3	6	7	306	121	45	2	4	41	356	125	14	23	3	44
257	117	23	10	6	5	307	121	49	43	4	40	357	125	18	7	3	43
258	117	29	15	6	3	308	121	54	23	4	38	358	125	21	50	3	42
259	117	35	18	6	0	309	121	59	1	4	37	359	125	25	32	3	41
260	117	41	18	5	59	310	122	3	38	4	35	360	125	29	13	3	41
261	117	47	17	5	56	311	122	8	13	4	34	361	125	32	54	3	39
262	117	53	13	5	54	312	122	12	47	4	33	362	125	36	33	3	38
263	117	59	7	5	53	313	122	17	20	4	32	363	125	40	11	3	38
264	118	5	0	5	50	314	122	21	52	4	30	364	125	43	49	3	37
265	118	10	50	5	49	315	122	26	22	4	29	365	125	47	26	3	35
266	118	16	39	5	46	316	122	30	51	4	27	366	125	51	1	3	35
267	118	22	25	5	45	317	122	35	18	4	27	367	125	54	36	3	34
268	118	28	10	5	42	318	122	39	45	4	25	368	125	58	10	3	34
269	118	33	52	5	41	319	122	44	10	4	24	369	126	1	44	3	32
270	118	39	33	5	39	320	122	48	34	4	23	370	126	5	16	3	31
271	118	45	12	5	37	321	122	52	57	4	21	371	126	8	47	3	31
272	118	50	49	5	35	322	122	57	18	4	20	372	126	12	18	3	30
273	118	56	24	5	33	323	123	1	38	4	19	373	126	15	48	3	29
274	119	1	57	5	31	324	123	5	57	4	18	374	126	19	17	3	28
275	119	7	28	5	30	325	123	10	15	4	17	375	126	22	45	3	27
276	119	12	58	5	28	326	123	14	32	4	16	376	126	26	12	3	28
277	119	18	26	5	26	327	123	18	48	4	14	377	126	29	38	3	26
278	119	23	52	5	24	328	123	23	2	4	13	378	126	33	4	3	25
279	119	29	16	5	23	329	123	27	15	4	12	379	126	36	29	3	24
280	119	34	39	5	21	330	123	31	27	4	11	380	126	39	53	3	23
281	119	40	0	5	19	331	123	35	38	4	10	381	126	43	16	3	23
282	119	45	19	5	17	332	123	39	48	4	8	382	126	46	39	3	21
283	119	50	36	5	16	333	123	43	56	4	8	383	126	50	0	3	21
284	119	55	52	5	14	334	123	48	4	4	6	384	126	53	21	3	20
285	120	1	6	5	12	335	123	52	10	4	6	385	126	56	41	3	19
286	120	6	18	5	11	336	123	56	16	4	4	386	127	0	0	3	19
287	120	11	29	5	9	337	124	0	20	4	3	387	127	3	19	3	18
288	120	16	38	5	8	338	124	4	23	4	2	388	127	6	37	3	17
289	120	21	46	5	6	339	124	8	25	4	1	389	127	9	54	3	16
290	120	26	52	5	4	340	124	12	26	4	0	390	127	13	10	3	15
291	120	31	56	5	3	341	124	16	26	3	59	391	127	16	25	3	15
292	120	36	59	5	2	342	124	20	25	3	58	392	127	19	40	3	14
293	120	42	1	4	59	343	124	24	23	3	56	393	127	22	54	3	13
294	120	47	0	4	59	344	124	28	19	3	56	394	127	26	7	3	13
295	120	51	59	4	56	345	124	32	15	3	55	395	127	29	20	3	12
296	120	56	55	4	56	346	124	36	10	3	54	396	127	32	32	3	11
297	121	1	51	4	53	347	124	40	4	3	53	397	127	35	43	3	10
298	121	6	44	4	52	348	124	43	57	3	51	398	127	38	53	3	10
299	121	11	36	4	51	349	124	47	48	3	51	399	127	42	3	3	9
300	121	16	27	4	50	350	124	51	39	3	50	400	127	45	12	3	8

VI. Tafel. Für die paraboliſche Bewegung der Cometen.

Täge.	Wahre Anomalie. °	′	″	Differenz. ′	″	Täge.	Wahre Anomalie. °	′	″	Differenz. ′	″	Täge.	Wahre Anomalie. °	′	″	Differenz. ′	″
400	127	45	12			450	130	9	6			500	132	11	1		
401	127	48	20	3	7	451	130	11	44	2	38	501	132	13	16	2	15
402	127	51	27	3	7	452	130	14	21	2	37	502	132	15	31	2	15
403	127	54	34	3	6	453	130	16	58	2	37	503	132	17	46	2	14
404	127	57	40	3	6	454	130	19	35	2	37	504	132	20	0	2	13
405	128	0	46	3	5	455	130	22	11	2	36	505	132	22	13	2	13
406	128	3	51	3	4	456	130	24	46	2	35	506	132	24	26	2	13
407	128	6	55	3	3	457	130	27	21	2	35	507	132	26	39	2	12
408	128	9	58	3	3	458	130	29	55	2	34	508	132	28	51	2	12
409	128	13	1	3	2	459	130	32	29	2	34	509	132	31	3	2	12
410	128	16	3	3	2	460	130	35	3	2	34	510	132	33	15	2	11
411	128	19	5	3	1	461	130	37	36	2	33	511	132	35	26	2	11
412	128	22	6	3	0	462	130	40	8	2	32	512	132	37	37	2	11
413	128	25	6	2	59	463	130	42	40	2	32	513	132	39	48	2	10
414	128	28	5	2	59	464	130	45	11	2	31	514	132	41	58	2	10
415	128	31	4	2	58	465	130	47	42	2	31	515	132	44	8	2	9
416	128	34	2	2	58	466	130	50	13	2	31	516	132	46	17	2	9
417	128	37	0	2	57	467	130	52	43	2	30	517	132	48	26	2	9
418	128	39	57	2	56	468	130	55	13	2	30	518	132	50	35	2	8
419	128	42	53	2	56	469	130	57	41	2	28	519	132	52	43	2	8
420	128	45	49	2	55	470	131	0	10	2	29	520	132	54	51	2	8
421	128	48	44	2	54	471	131	2	38	2	28	521	132	56	59	2	7
422	128	51	38	2	54	472	131	5	6	2	28	522	132	59	6	2	7
423	128	54	32	2	53	473	131	7	33	2	27	523	133	1	13	2	6
424	128	57	25	2	53	474	131	10	0	2	27	524	133	3	19	2	6
425	129	0	18	2	52	475	131	12	26	2	26	525	133	5	25	2	6
426	129	3	10	2	51	476	131	14	52	2	26	526	133	7	31	2	5
427	129	6	1	2	51	477	131	17	18	2	26	527	133	9	36	2	5
428	129	8	52	2	50	478	131	19	43	2	25	528	133	11	41	2	5
429	129	11	42	2	50	479	131	22	7	2	24	529	133	13	46	2	4
430	129	14	32	2	49	480	131	24	31	2	24	530	133	15	50	2	4
431	129	17	21	2	48	481	131	26	55	2	24	531	133	17	54	2	4
432	129	20	9	2	48	482	131	29	18	2	2[illegible]	532	133	19	58	2	3
433	129	22	57	2	48	483	131	31	40	2	22	533	133	22	1	2	3
434	129	25	45	2	46	484	131	34	3	2	2[illegible]	534	133	24	4	2	3
435	129	28	31	2	46	485	131	36	25	2	22	535	133	26	7	2	2
436	129	31	17	2	46	486	131	38	46	2	21	536	133	28	9	2	2
437	129	34	3	2	45	487	131	41	7	2	2	537	133	30	11	2	2
438	129	36	48	2	44	488	131	43	27	2	20	538	133	32	13	2	1
439	129	39	32	2	44	489	131	45	47	2	20	539	133	34	14	2	1
440	129	42	16	2	44	490	131	48	7	2	20	540	133	36	15	2	1
441	129	45	0	2	43	491	131	50	26	2	19	541	133	38	16	2	0
442	129	42	43	2	42	492	131	52	45	2	19	542	133	40	16	2	0
443	129	50	25	2	42	493	131	55	4	2	19	543	133	42	16	2	0
444	129	53	7	2	41	494	131	57	22	2	18	544	133	44	16	1	59
445	129	55	48	2	41	495	131	59	39	2	17	545	133	46	15	1	59
446	129	58	29	2	40	496	132	1	56	2	17	546	133	48	14	1	59
447	130	1	9	2	39	497	132	4	13	2	17	547	133	50	13	1	58
448	130	3	48	2	39	498	132	6	30	2	17	548	133	52	11	1	58
449	130	6	27	2	39	499	132	8	46	2	16	549	133	54	9	1	58
450	130	9	6			500	132	11	1	2	15	550	133	56	7	1	58
										2	15						

VI. Tafel. Für die paraboliſche Bewegung der Cometen.

Täge.	Wahre Anomalie. °	'	''	Differenz. '	''	Täge.	Wahre Anomalie. °	'	''	Differenz. '	''	Täge.	Wahre Anomolie. °	'	''	Differenz. '	''
550	133	56	7			600	135	28	0			900	141	50	30		
551	133	58	5	1	57	605	135	36	34	8	34	910	141	59	58	9	28
552	134	0	2	1	57	610	135	45	2	8	28	920	142	9	17	9	19
553	134	1	59	1	56	615	135	53	24	8	22	930	142	18	28	9	11
554	134	3	55	1	56	620	136	1	40	8	16	940	142	27	30	9	2
555	134	5	51	1	56	625	136	9	50	8	10	950	142	36	24	8	54
556	134	7	47	1	55	630	136	17	54	8	4	960	142	45	10	8	46
557	134	9	42	1	56	635	136	25	53	7	59	970	142	53	48	8	38
558	134	11	38	1	56	640	136	33	46	7	53	980	143	2	19	8	31
559	134	13	33	1	54	645	136	41	34	7	48	990	143	10	42	8	23
560	134	15	27	1	55	650	136	49	16	7	42	1000	143	18	57	8	15
561	134	17	22	1	54	655	136	56	53	7	37	1010	143	27	6	8	9
562	134	19	16	1	53	660	137	4	25	7	32	1020	143	35	7	8	1
563	134	21	9	1	54	665	137	11	53	7	28	1030	143	43	2	7	55
564	134	23	3	1	53	670	137	19	16	7	23	1040	143	50	51	7	49
565	134	24	56	1	53	675	137	26	33	7	17	1050	143	58	33	7	42
566	134	26	49	1	53	680	137	33	45	7	12	1060	144	6	8	7	35
567	134	28	42	1	52	685	137	40	53	7	8	1070	144	13	38	7	30
568	134	30	34	1	52	690	137	47	57	7	4	1080	144	21	1	7	23
569	134	32	26	1	51	695	137	54	56	6	59	1090	144	28	19	7	18
570	134	34	17	1	52	700	138	1	51	6	55	1100	144	35	31	7	12
571	134	36	9	1	51	705	138	8	42	6	51	1110	144	42	37	7	6
572	134	38	0	1	51	710	138	15	28	6	46	1120	144	49	38	7	1
573	134	39	51	1	50	715	138	22	10	6	42	1130	144	56	34	6	56
574	134	41	41	1	51	720	138	28	48	6	38	1140	145	3	24	6	50
575	134	43	32	1	50	725	138	35	22	6	34	1150	145	10	9	6	45
576	124	45	22	1	49	730	138	41	51	6	29	1160	145	16	49	6	40
577	134	47	11	1	50	735	138	48	17	6	26	1170	145	23	25	6	36
578	134	49	1	1	49	740	138	54	40	6	23	1180	145	29	55	6	30
579	134	50	50	1	49	745	139	0	59	6	19	1190	145	36	21	6	26
580	134	52	39	1	48	750	139	7	14	6	15	1200	145	42	42	6	21
581	134	54	27	1	49	755	139	13	26	6	12	1210	145	48	59	6	17
582	134	56	16	1	48	760	139	19	34	6	8	1220	145	55	11	6	12
583	134	58	4	1	47	765	139	25	38	6	4	1230	146	1	19	6	8
584	134	59	51	1	48	770	139	31	39	6	1	1240	146	7	22	6	3
585	135	1	39	1	47	775	139	37	37	5	58	1250	146	13	22	6	0
586	135	3	26	1	47	780	139	43	31	5	54	1260	146	19	17	5	55
587	135	5	13	1	47	785	139	49	22	5	51	1270	146	25	9	5	52
588	135	7	0	1	46	790	139	55	9	5	47	1280	146	30	56	5	47
589	135	8	46	1	46	795	140	0	54	5	44	1290	146	36	40	5	44
590	135	10	32	1	46	800	140	6	35	5	41	1300	146	42	20	5	40
591	135	12	18	1	46	810	140	17	48	11	13	1310	146	47	56	5	36
592	135	14	4	1	45	820	140	28	50	11	2	1320	146	53	28	5	32
593	135	15	49	1	46	830	140	39	39	10	49	1330	146	58	57	5	29
594	135	17	35	1	45	840	140	50	18	10	39	1340	147	4	22	5	25
595	135	19	20	1	44	850	141	0	45	10	27	1350	147	9	45	5	23
596	135	21	4	1	44	860	141	11	2	10	17	1360	147	15	3	5	18
597	135	22	48	1	44	870	141	21	9	10	7	1370	147	20	18	5	15
598	135	24	32	1	44	880	141	31	5	9	56	1380	147	25	30	5	12
599	135	26	16	1	44	890	141	40	52	9	47	1390	147	30	39	5	9
600	135	28	0			900	141	50	30	9	38	1400	147	35	45	5	6

VI. Tafel. Für die paraboliſche Bewegung der Cometen.

Täge.	Wahre Anomalie. °	′	″	Differenz. ′	″	Täge.	Wahre Anomalie. °	′	″	Differenz. ′	″	Täge.	Wahre Anomalie. °	′	″	Differenz. ′	″
1400	147	35	45	5	3	1900	150	59	17	3	17	2800	154	43	54		
1410	147	40	48	4	59	1910	151	2	34	3	15	2820	154	47	43	3	49
1420	147	45	47	4	57	1920	151	5	49	3	14	2840	154	51	30	3	47
1430	147	50	44	4	54	1930	151	9	3	3	12	2360	154	55	14	3	44
1440	147	55	38	4	50	1940	151	12	15	3	11	2880	154	58	56	3	42
1450	148	0	28	4	48	1950	151	15	26	3	10	2900	155	2	36	3	40
1460	148	5	16	4	46	1960	151	18	36	3	8	2920	155	6	14	3	38
1470	148	10	2	4	42	1970	151	21	44	3	7	2940	155	9	50	3	36
1480	148	14	44	4	40	1980	151	24	51	3	6	2960	155	13	23	3	33
1490	148	19	24	4	37	1990	151	27	57	3	5	2980	155	16	54	3	31
1500	148	24	1	4	34	2000	151	31	2	6	6	3000	155	20	23	3	29
1510	148	28	35	4	32	2020	151	37	8	6	0	3050	155	29	0	8	37
1520	148	33	7	4	30	2040	151	43	8	5	55	3100	155	37	26	8	26
1530	148	37	37	4	27	2060	151	49	3	5	50	3150	155	45	40	8	14
1540	148	42	4	4	24	2080	151	54	53	5	45	3200	155	53	43	8	3
1550	148	46	28	4	22	2100	152	0	38	5	41	3250	156	1	35	7	52
1560	148	50	50	4	20	2120	152	6	19	5	36	3300	156	9	17	7	42
1570	143	55	10	4	17	2140	152	11	55	5	32	3350	156	16	48	7	31
1580	148	59	27	4	15	2160	152	17	27	5	28	3400	156	24	10	7	22
1590	149	3	42	4	13	2180	152	22	55	5	24	3450	156	31	23	7	13
1600	149	7	55	4	11	2200	152	28	19	5	20	3500	156	38	27	7	4
1610	149	12	6	4	8	2220	152	33	39	5	15	3550	156	45	23	6	56
1620	149	16	14	4	6	2240	152	38	54	5	12	3600	156	52	10	6	47
1630	149	20	20	4	4	2260	152	44	6	5	8	3650	156	58	49	6	39
1640	149	24	24	4	2	2280	152	49	14	5	4	3700	157	5	22	6	33
1650	149	28	26	4	0	2300	152	54	18	5	0	3750	157	11	48	6	26
1660	149	32	26	3	58	2320	152	59	18	4	57	3800	157	18	7	6	19
1670	149	36	24	3	56	2340	153	4	15	4	54	3850	157	24	20	6	13
1680	149	40	20	3	54	2360	153	9	9	4	50	3900	157	30	27	6	7
1690	149	44	14	3	52	2380	153	13	59	4	46	3950	157	36	29	6	2
1700	149	48	6	3	50	2400	153	18	45	4	43	4000	157	42	24	5	55
1710	149	51	56	3	48	2420	153	23	28	4	40	4050	157	48	13	5	49
1720	149	55	44	3	47	2440	153	28	8	4	37	4100	157	53	56	5	43
1730	149	59	31	3	44	2460	153	32	45	4	33	4150	157	59	33	5	37
1740	150	3	15	3	43	2480	153	37	18	4	30	4200	158	5	4	5	31
1750	150	6	58	3	41	2500	153	41	48	4	27	4250	158	10	30	5	25
1760	150	10	39	3	39	2520	153	46	15	4	24	4300	158	15	51	5	21
1770	150	14	18	3	38	2540	153	50	39	4	22	4350	158	21	6	5	15
1780	150	17	56	3	35	2560	153	55	1	4	19	4400	158	26	16	5	10
1790	150	21	31	3	34	2580	153	59	20	4	16	4450	158	31	21	5	5
1800	150	25	5	3	32	2600	15	3	36	4	13	4500	158	36	22	5	1
1810	150	28	37	3	31	2620	154	7	49	4	11	4550	158	41	18	4	56
1820	150	32	8	3	29	2640	154	12	0	4	8	4600	158	46	9	4	51
1830	150	35	37	3	28	2660	154	16	8	4	6	4650	158	50	56	4	47
1840	150	39	5	3	25	2680	154	20	14	4	3	4700	158	55	38	4	42
1850	150	42	30	3	25	2700	154	24	17	4	0	4750	159	0	16	4	38
1860	150	45	55	3	23	2720	154	28	17	3	58	4800	159	4	50	4	34
1870	150	49	18	3	21	2740	154	32	15	3	55	4850	159	9	19	4	29
1880	150	52	39	3	20	2760	154	36	10	3	53	4900	159	13	45	4	26
1890	150	55	59	3	18	2780	154	40	3	3	51	4950	159	18	7	4	22
1900	150	59	17			2800	154	43	54								

VI. Tafel. Für die paraboliſche Bewegung der Cometen.

Täge.	Wahre Anomalie.			Differenz.		Täge.	Wahre Anomalie.			Differenz.	
	°	′	″	′	″		°	′	″	′	″
4950	159	18	7			8800	163	1	37		
5000	159	22	26	4	19	8900	163	5	33	3	56
5050	159	26	41	4	15	9000	163	9	25	3	52
5100	159	30	53	4	12	9100	163	13	14	3	48
5150	159	35	1	4	8	9200	163	17	0	3	46
5200	159	39	6	4	5	9300	163	20	43	3	43
5250	159	43	8	4	2	9400	163	24	22	3	39
5300	159	47	8	4	0	9500	163	27	58	3	36
5350	159	51	5	3	57	9600	163	31	31	3	33
5400	159	54	59	3	54	9700	163	35	1	3	30
5450	159	58	51	3	52	9800	163	38	28	3	27
5500	160	2	39	3	48	9900	163	41	52	3	24
5550	160	6	24	3	45	10000	163	45	13	3	21
5600	160	10	6	3	42	10100	163	48	32	3	19
5650	160	13	45	3	39	10200	163	51	48	3	16
5700	160	17	22	3	37	10300	163	55	2	3	14
5750	160	20	56	3	34	10400	163	58	12	3	10
5800	160	24	28	3	32	10500	164	1	21	3	9
5850	160	27	57	3	29	10600	164	4	27	3	6
5900	160	31	24	3	27	10700	164	7	31	3	4
5950	160	34	48	3	24	10800	164	10	32	3	1
6000	160	38	10	3	22	10900	164	13	31	2	59
6100	160	44	47	6	37	11000	164	16	28	2	57
6200	160	51	15	6	28	11100	164	19	22	2	54
6300	160	57	34	6	19	11200	164	22	15	2	53
6400	161	3	46	6	12	11300	164	25	5	2	50
6500	161	9	49	6	3	11400	164	27	54	2	49
6600	161	15	45	5	56	11500	164	30	41	2	47
6700	161	21	33	5	48	11600	164	33	26	2	45
6800	161	27	15	5	42	11700	164	36	8	2	42
6900	161	32	52	5	35	11800	164	38	48	2	40
7000	161	38	19	5	29	11900	164	41	27	2	39
7100	161	43	40	5	21	12000	164	44	4	2	37
7200	161	48	55	5	15	13000	164	8	43	24	39
7300	161	54	4	5	9	14000	165	30	55	22	12
7400	161	59	8	5	4	15000	165	51	5	20	10
7500	162	4	7	4	59	16000	166	9	30	18	25
7600	162	9	1	4	54	17000	166	26	25	16	55
7700	162	13	49	4	48	18000	166	42	3	15	38
7800	162	18	32	4	43	19000	166	56	32	14	29
7900	162	23	11	4	39	20000	167	10	2	13	30
8000	162	27	45	4	34	30000	168	48	41	98	39
8100	162	32	14	4	29	40000	169	50	44	62	3
8200	162	36	39	4	25	50000	170	34	49	44	5
8300	162	40	59	4	20	60000	171	8	25	33	36
8400	162	45	15	4	16	70000	171	35	14	26	49
8500	162	49	26	4	11	80000	171	57	21	22	7
8600	162	53	34	4	8	90000	172	16	4	18	43
8700	162	57	37	4	3	100000	172	32	9	16	5
8800	163	1	37	4	0						

VII. Tafel. Für die Entfernungen der Cometen von der Sonne.

Wahre Anomal. °	Logar. des Radius Vector.	Radius Vector.	Wahre Anomal.	Logar. des Radius. Vect.	Radius Vector.
1	0,0000330	1,000076	38	0,0486598	1,118561
2	0,0001324	1,000350	39	0,0513068	1,125400
3	0,0002976	1,000685	40	0,0540284	1,132474
4	0,0005292	1,001220	41	0,0568248	1,139790
5	0,0008270	1,001906	42	0,0596966	1,147352
6	0,0011912	1,002744	43	0,0626442	1,155165
7	0,0016216	1,003740	44	0,0656682	1,163237
8	0,0021184	1,004890	45	0,0687694	1,171573
9	0,0026818	1,006194	46	0,0719478	1,180179
10	0,0033116	1,007654	47	0,0752044	1,189061
11	0,0040080	1,009275	48	0,0785396	1,198228
12	0,0047714	1,011047	49	0,0819542	1,207686
13	0,0056114	1,013005	50	0,0854486	1,217443
14	0,0064986	1,015076	51	0,0890236	1,227506
15	0,0074628	1,017332	52	0,0926796	1,237883
16	0,0084944	1,019751	53	0,0964176	1,248583
17	0,0095934	1,022335	54	0,1002382	1,259616
18	0,0107602	1,025086	55	0,1041422	1,270961
19	0,0119946	1,028003	56	0,1081302	1,282715
20	0,0132970	1,030091	57	0,1122030	1,294901
21	0,0146678	1,034351	58	0,1163614	1,307258
22	0,0161068	1,037183	59	0,1206064	1,320100
23	0,0176146	1,041392	60	0,12 9378	1,333330
24	0,0191912	1,045180	61	0,1293592	1,346974
25	0,0208370	1,049145	62	0,1338688	1,361033
26	0,0225522	1,053300	63	0,1384683	1,375524
27	0,0243370	1,057638	64	0,1431590	1,390461
28	0,0261918	1,062164	65	0,1479416	1,405858
29	0,0281168	1,066883	66	0,1528172	1,421730
30	0,0301524	1,071894	67	0,1566868	1,434454
31	0,0321790	1,076909	68	0,1628516	1,454961
32	0,0343168	1,082223	69	0,1680126	1,472357
33	0,0365260	1,087742	70	0,1732710	1,490291
34	0,0388074	1,093471	71	0,1786280	1,508787
35	0,0411610	1,099413	72	0,1840848	1,527864
36	0,0435874	1,105573	73	0,1896426	1,547542
37	0,0460868	1,111954	74	0,1953028	1,567843

VII. Tafel. Für die Entfernungen der Cometen von der Sonne.

Wahre Anomal. °	Logar. des Radius Vector.	Radius Vector.	Wahre Anomal.	Logar. des Radius Vector.	Radius Vector.
75	0,2010666	1,588790	112	0,5048766	3,197986
76	0,2069358	1,610407	113	0,5162010	3,282472
77	0,2129112	1,632718	114	0,5277824	3,371147
78	0,2189948	1,655750	115	0,5395670	3,463913
79	0,2251876	1,679529	116	0,5515806	3,561070
80	0,2314920	1,704087	117	0,5638298	3,662940
81	0,2379090	1,729453	118	0,5763214	3,769827
82	0,2444402	1,755759	119	0,5890622	3,891089
83	0,2510878	1,781739	120	0,6020600	4,000000
84	0,2578530	1,810727	121	0,6153224	4,124035
85	0,2647382	1,839662	122	0,6288576	4,254589
86	0,2717450	1,869584	123	0,6426742	4,388096
87	0,2788756	1,900533	124	0,6567814	4,537132
88	0,2861318	1,932554	125	0,6711888	4,690172
89	0,2935158	1,965693	126	0,6859064	4,851839
90	0,3010300	2,000000	127	0,7009452	5,022792
91	0,3086764	2,035525	128	0,7163160	5,203745
92	0,3164574	2,072322	129	0,7320312	5,395500
93	0,3243756	2,110453	130	0,7481034	5,598809
94	0,3324334	2,149974	131	0,7645460	5,814950
95	0,340 334	2,190954	132	0,7813734	6,044681
96	0,3489782	2,233460	133	0,7986006	6,289275
97	0,3574708	2,177565	134	0,8162440	6,550041
98	0,3661142	2,323347	135	0,8343206	6,828425
99	0,3749112	2,370889	136	0,8528493	7,126057
100	0,3838650	2,420276	137	0,8718492	7,444234
101	0,3929790	2,471603	138	0,8913416	7,785487
102	0,4022564	2,524971	139	0,9113494	8,153600
103	0,4117008	2,580437	140	0,9318966	8,543631
104	0,4213160	2,638250	141	0,9530094	8,974482
105	0,4311058	2,698396	142	0,9747162	9,434141
106	0,4410740	2,761048	143	0,9970472	9,932240
107	0,4512248	2,826342	144	1,0200352	0,472110
108	0,4615626	2,894427	145	1,0427164	1,059010
109	0,4720920	2,965459	146	1,0681294	1,698470
110	0,4828174	3,039607	147	1,0933164	2,397000
111	0,4937430	3,117044	148	1,1193238	3,162057

VII. Tafel. Für die Entfernungen der Cometen von der Sonne.

Wahre Anomal.	Logar. des Radius Vector.	Radius Vector.	Wahre Anomal.	Logar. des Radius Vector.	Radius Vector.
149	1, 1462024	4, 002400	155	1, 3293264	1, 346485
150	1, 1740076	4, 928206	156	1, 3642422	3, 133543
151	1, 2029008	5, 955070	157	1, 4006894	5, 158768
152	1, 2326496	7, 086360	158	1, 4388024	7, 466443
153	1, 2636294	8, 349717	159	1, 4787340	0, 111604
154	1, 2958240	9, 761730	160	1, 5206596	3, 163443

VIII. Tafel.

Erweiterung der VII. Tafel.

Wahre Anomalie. ° ′		Logar. des Radius Vector.	Radius Vector.
0°.	10′.	0, 0000010	1, 00000020
	20′	0, 0000036	1, 00000180
	30′	0, 0000082	1, 00001900
	40′	0, 0000126	1, 00002900
0°.	50′	0, 0000230	1, 00005300
1°.	10′	0, 0000450	1, 00010360
	20′	0, 0000588	1, 00013540
	30′	0, 0000744	1, 00017136
	40′	0, 0000918	1, 00021166
1°.	50′	0, 0001112	1, 00025604
2°.	10′	0, 0001552	1, 00035780
	20′	0, 0001800	1, 00041910
	30′	0, 0002068	1, 00047630
	40′	0, 0002352	1, 00054160
2°.	50′	0, 0002656	1, 00061180
3°.	10′	0, 0003316	1, 00076386
	20′	0, 0003676	1, 00084055
	30′	0, 0004052	1, 00093350
	40′	0, 0004448	1, 00102477
3°.	50′	0, 0004860	1, 00111618
4°.	10′	0, 0005744	1, 00132454
	20′	0, 0006212	1, 00143142
	30′	0, 0006700	1, 00154954
	40′	0, 0007204	1, 00166023
4°.	50′	0, 0007728	1, 00178093
5°.	10′	0, 0008832	1, 00203571
	20′	0, 0009410	1, 00216907
	30′	0, 0010008	1, 00230704
	40′	0, 0010624	1, 00244930
5°.	50′	0, 0011260	1, 00259604

IX. Tafel.

Für die Bewegung des Cometen von 1531. 1607. und 1682.

Eccentri. Anomalie. °	′	Mittlere Bewegung.	Differenz.	Wahre Anomalie. °	′	″	Differenz. °	′	″	Logar. für den Abſtand von der ☉	Diffe-renz.
0	0	0, 00000000		0	0	0				0, 000000	
	12	0, 00011383	11383	1	33	12	1	33	12	0, 000078	78
	24	0, 00022770	11387	3	6	23	1	33	11	0, 000314	236
	36	0, 00034166	11396	4	39	29	1	33	6	0, 000706	392
	48	0, 00045570	11408	6	12	30	1	33	1	0, 001254	548
1	0	0, 00056998	11424	7	45	21	1	32	51	0, 001958	704
	12	0, 00068443	11445	9	18	3	1	32	42	0, 002817	859
	24	0, 0007991	11470	10	50	34	1	32	31	0, 003830	1013
	36	0, 00091411	11498	12	22	50	1	32	16	0, 004994	1164
	48	0, 00102943	11532	13	54	50	1	32	0	0, 006311	1317
2	0	0, 00114511	11568	15	26	33	1	31	43	0, 007778	1467
	12	0, 00126120	11609	16	57	55	1	31	22	0, 009396	1618
	24	0, 00137773	11615	18	28	59	1	31	4	0, 011156	1760
	36	0, 00149479	11707	19	59	39	1	30	40	0, 013064	1908
	48	0, 00161237	11758	21	29	53	1	30	14	0, 015115	2051
3	0	0, 00173052	11815	22	59	40	1	29	47	0, 017307	2192
	12	0, 00184929	11877	24	29	0	1	29	20	0, 019639	2332
	24	0, 00196871	11942	25	57	50	1	28	50	0, 022105	2466
	36	0, 00208885	12014	27	26	9	1	28	19	0, 023708	2603
	48	0, 00220972	12087	28	53	55	1	27	46	0, 027441	2733
4	0	0, 00233135	12163	30	21	9	1	27	14	0, 030303	2862
	12	0, 00245383	12248	31	47	46	1	26	37	0, 033292	2989
	24	0, 00257715	12332	33	13	49	1	26	3	0, 036403	3111
	36	0, 00270139	12424	34	39	13	1	25	24	0, 039636	3233
	48	0, 00282658	12518	36	3	58	1	24	45	0, 042987	3351
5	0	0, 00295274	12616	37	28	4	1	24	6	0, 046452	3465
	12	0, 00307994	12720	38	51	29	1	23	25	0, 050029	3577
	24	0, 00320820	12826	40	14	13	1	22	44	0, 053715	3686
	36	0, 00333758	12938	41	36	14	1	22	1	0, 057508	3793
	48	0, 00346809	13051	42	57	30	1	21	16	0, 061405	3897
6	0	0, 00359981	13172	44	18	3	1	20	33	0, 065400	3995

IX. Tafel.

Für die Bewegung des Cometen von 1531. 1607. und 1682.

Eccentri. Anomalie.		Mittlere Bewegung.	Differenz.	Wahre Anomalie. °	′	″	Differenz. °	′	″	Logar. für den Abſtand von der ☉	Differenz.
6	0	0, 00359981		44	18	3				0, 605400	
	12	0, 00373276	13295	45	37	51	1	19	48	0, 069493	4093
	24	0, 00386698	13422	46	56	54	1	19	3	0, 073676	4183
	36	0, 00400251	13553	48	15	10	1	18	16	0, 077952	4276
	48	0, 00413940	13689	49	32	41	1	17	31	0, 082315	4363
7	0	0, 00427769	13829	50	49	24	1	16	43	0, 086762	4447
	12	0, 00441741	13972	52	5	20	1	15	56	0, 091292	4530
	24	0, 00455861	14120	53	20	28	1	15	8	0, 095898	4606
	36	0, 00470132	14271	54	34	48	1	14	20	0, 100580	4682
	48	0, 00484560	14427	55	48	20	1	13	32	0, 105333	4753
8	0	0, 00499147	14587	57	1	3	1	12	43	0, 110157	4824
	12	0, 00513898	14751	58	12	58	1	11	55	0, 115046	4889
	24	0, 00528819	14921	59	24	5	1	11	7	0, 119999	4953
	36	0, 00543912	15093	60	34	24	1	10	19	0, 125013	5014
	48	0, 00559179	15267	61	43	53	1	9	29	0, 130083	5070
9	0	0, 00574626	15447	62	52	34	1	8	41	0, 135211	5128
	12	0, 00590259	15633	64	0	27	1	7	53	0, 140389	5178
	24	0, 00606080	15821	65	7	30	1	7	3	0, 145618	5229
	36	0, 00622 95	16015	66	13	46	1	6	16	0, 150894	5276
	48	0, 00638305	16210	67	19	13	1	5	27	0, 156216	5322
10	0	0, 00654715	16410	68	23	51	1	4	38	0, 161579	5363
	12	0, 00671331	16616	69	27	42	1	3	51	0, 166982	5403
	24	0, 00688156	16825	70	30	45	1	3	3	0, 172422	5440
	36	0, 00705193	17037	71	33	2	1	2	17	0, 177898	5476
	48	0, 00722447	17254	72	34	32	1	1	30	0, 183407	5509
11	0	0, 00739921	17474	73	35	15	1	0	43	0, 188946	5539
	12	0, 00757621	17700	74	35	11	0	59	56	0, 194514	5568
	24	0, 00775550	17929	75	34	22	0	59	11	0, 200109	5595
	36	0, 00793712	18162	76	32	46	0	58	24	0, 205728	5619
	48	0, 00812111	18399	77	30	27	0	57	41	0, 211371	5643
12	0	0, 00830751	18640	78	27	22	0	56	55	0, 217034	5663

X. Tafel. Für die Bewegung des Cometen von 1680 und 1681.

Eccentr. Anomalie. °	'	Mittlere Bewegung.	Differenz.	Wahre Anomalie. °	'	"	Differenz. '	"	Logar. für den Abſtand von der ☉	Differenz.
5	0	0, 00011850	693	17	24	12	20	12	9, 430205	16801
	6	0, 00012543	720	17	4	0	19	26	9, 447007	16490
	12	0, 00013263	747	16	44	34	18	44	9, 463497	16190
	18	0, 00014011	776	16	25	50	18	2	9, 479687	15898
	24	0, 00014787	804	16	7	48	17	24	9, 495585	15617
5	30	0, 00015591	834	15	50	24	16	47	9, 511202	15346
	36	0, 00016425	864	15	33	37	16	13	9, 526548	15084
	42	0, 00017289	893	15	17	24	15	39	9, 541632	14830
	48	0, 00018182	925	15	1	45	15	9	9, 556462	14585
	54	0, 00019107	955	14	46	36	14	38	9, 571047	14347
6	0	0, 00020062	988	14	31	58	14	11	9, 585394	14118
	6	0, 00021050	1020	14	17	47	13	43	9, 599512	13894
	12	0, 00022070	1053	14	4	4	13	17	9, 613406	13678
	18	0, 00023123	1086	13	50	47	12	54	9, 627084	13469
	24	0, 00024209	1121	13	37	53	12	29	9, 640553	13265
6	30	0, 00025330	1154	13	25	24	12	7	9, 653818	13068
	36	0, 00026484	1190	13	13	17	11	46	9, 666886	12877
	42	0, 00027674	1225	13	1	31	11	25	9, 679763	12690
	48	0, 00028899	1262	12	50	6	11	6	9, 692453	12509
	54	0, 00030161	1298	12	39	0	10	47	9, 704962	12333
7	0	0, 00931459	1335	12	28	13	10	39	9, 717295	12160
	6	0, 00032794	1372	12	17	44	10	12	9, 729455	11995
	12	0, 00034166	1411	12	7	32	9	55	9, 741450	11833
	18	0, 00035577	1450	11	57	37	9	39	9, 753283	11674
	24	0, 00037027	1489	11	47	58	9	24	9, 764957	11521
7	30	0, 00038516	1528	11	38	34	9	10	9, 776478	11371
	36	0, 00040044	1569	11	29	24	8	55	9, 787849	11224
	42	0, 00041613	1610	11	20	29	8	42	9, 799073	11082
	48	0, 00043223	1651	11	11	47	8	28	9, 810156	10943
	54	0, 00044874	1690	11	3	19	8	16	9, 821099	10808
8	0	0, 00046567	1735	10	55	3	8	4	9, 831907	10675
	6	0, 00048302	1778	10	46	59	7	52	9, 842583	10546
	12	0, 00050080	1822	10	39	7	7	41	9, 853129	10419
	18	0, 00051902	1865	10	31	26	7	30	9, 863548	10297
	24	0, 00053767	1910	10	23	56	7	20	9, 873845	10178
8	30	0, 00055677		10	16	36			9, 884023	

X. Tafel. Für die Bewegung des Cometen von 1680 und 1681.

Eccentr. Anomalie. °	'	Mittlere Bewegung.	Differenz.	Wahre Anomalie. °	'	"	Differenz. '	"	Logar. für den Abſtand von der ☉	Differenz.
8	30	0, 00055677	1955	10	16	36	7	9	9, 884023	10060
	36	0, 00057632	2001	10	9	27	7	0	9, 894083	9944
	42	0, 00059633	2047	10	2	27	6	51	9, 904027	9832
	48	0, 00061680	2093	9	55	36	6	41	9, 913859	9723
	54	0, 00063773	2141	9	48	55	6	32	9, 923582	9615
9	0	0, 00065914	4424	9	42	23	12	39	9, 933197	18916
	12	0, 00070338	4619	9	29	44	12	8	9, 952113	18513
	24	0, 00074957	4818	9	17	36	11	37	9, 970626	18127
	36	0, 00079775	5021	9	5	59	11	9	9, 988753	17756
	48	0, 00084797	5228	8	54	50	10	42	0, 006509	17399
10	0	0, 00090025	5440	8	44	8	10	18	0, 023908	17058
	12	0, 00095465	5657	8	33	50	9	54	0, 040966	16729
	24	0, 00101122	5876	8	23	56	9	31	0, 057695	16410
	36	0, 00106998	6100	8	14	25	9	11	0, 074105	16107
	48	0, 00113098	6328	8	5	14	8	51	0, 090212	16812
11	0	0, 00119426	6561	7	56	23	8	32	0, 106024	15526
	12	0, 00125987	6798	7	47	51	8	14	0, 121550	15253
	24	0, 00132785	7038	7	39	37	7	57	0, 136803	14990
	36	0, 00139823	7283	7	31	40	7	42	0, 151793	14732
	48	0, 00147106	7532	7	23	58	7	25	0, 166525	14486
12	0	0, 00154638	7786	7	16	33	7	12	0, 181011	14248
	12	0, 00162424	8043	7	9	21	6	58	0, 195259	14013
	24	0, 00170467	8305	7	2	23	6	44	0, 200272	13791
	36	0, 00178772	8571	6	55	39	6	32	0, 223063	13572
	48	0, 00187343	8841	6	49	7	6	20	0, 236635	13364
13	0	0, 00196184	9114	6	42	47	6	9	0, 249999	13159
	12	0, 00205298	9393	6	36	38	5	57	0, 263158	12960
	24	0, 00214691	9675	6	30	41	5	47	0, 276118	12766
	36	0, 00224366	9962	6	24	54	5	37	0, 288884	12581
	48	0, 00234328	10252	6	19	17	5	28	0, 301465	12399
14	0	0, 00244580	10547	6	13	49	5	19	0, 313864	12222
	12	0, 00255127	10846	6	8	30	5	9	0, 326086	12049
	24	0, 00265972	11149	6	3	21	5	1	0, 338135	11885
	36	0, 00277122	11456	5	58	19	4	53	0, 350020	11721
	48	0, 00288578	11767	5	53	26	4	45	0, 361741	11562
15	0	0, 00300345		5	48	41			0, 373303	

XI. Tafel.

Für die ellyptiſche Bewegung des Cometen von 1661.

Eccentr. Anomal.	Logar. des Radius Vector.	Radius Vector.	Wahre Anomalie. ° ′ ″
10	8, 5114689	0, 0324691	85. 50. 41
20	8, 8853159	0, 0767926	123. 50. 23
30	9, 1736523	0, 1491672	141. 19. 29
40	9, 3933821	0, 2473939	151. 1. 1
50	9, 5664139	0, 3684879	157. 11. 19
60	9, 7065214	0, 5087702	161. 29. 31
70	9, 8221484	0, 6639781	164. 41. 48
80	9, 9187587	0, 8293953	167. 12. 25
90	0, 0000000	1, 0000000	169. 15. 8
100	0, 0670708	1, 1670598	171. 9. 19
110	0, 1258064	1, 3360158	172. 27. 46
120	0, 1735358	1, 4912233	173. 46. 57
130	0, 2125870	1, 6315055	174. 58. 40
140	0, 2436580	1, 7525999	176. 4. 50
150	0, 2673594	1, 8508261	177. 6. 50
160	0, 2840244	1, 9232007	178. 5. 59
170	0, 2939147	1, 9675245	179. 3. 53
180	0, 2971912	1, 9824502	180. 0. 0

XII. Tafel.

Für die ellyptiſche Bewegung des Cometen von 1770.

Eccentr. Anomali.	Logar. des Rad. Vector.	Radius Vector.	Wahre Anomalie. ° ′ ″
10	9,3597785	0,2289761	28. 8. 5
20	9,4216532	0,2640332	53. 39. 7
30	9,5074780	0,3217294	75. 5. 17
40	9,6020817	0,4000344	92. 27. 30
50	9,6959717	0,4965692	106. 25. 18
60	9,7841792	0,6084003	118. 39. 40
70	9,8645882	0,7321302	127. 3. 22
80	9,9365087	0,8639990	134. 52. 8
90	0,0000000	1,0000000	141. 33. 17
100	0,0549958	1,1350022	147. 21. 4
110	0,1032562	1,2684978	152. 34. 19
120	0,1434832	1,3915972	157. 44. 8
130	0,1770745	1,5034313	161. 31. 46
140	0,2040928	1,5999658	165. 32. 3
150	0,2248437	1,6782712	169. 19. 28
160	0,2395247	1,7359673	172. 57. 48
170	0,2482921	1,7713255	176. 30. 20
180	0,2511999	1,7831997	180. 0. 0

XIII. Tafel.

Welche die Stunden, Minuten und Secunden in Theilen der Täge ausdrückt.

Stunden.	Decimal Theile	Minuten.	Decimal Theile.	Minuten.	Decimal Theile.	Secunden	Decimal Theile.
1	0,04166:	1	0,000694:	31	0,021527:	1	0,000011574:
2	0,08333:	2	0,001388:	32	0,022222:	2	0,000023148:
3	0,12500:	3	0,002083:	33	0,022916:	3	0,000034722:
4	0,12666:	4	0,002777:	34	0,023611:	4	0,000046296:
5	0,20833:	5	0,003472:	35	0,024305:	5	0,000057870:
6	0,25000:	6	0,004166:	36	0,025000:	6	0,000069444:
7	0,29166:	7	0,004861:	37	0,025694:	7	0,000081019:
8	0,33333:	8	0,005555:	38	0,026388:	8	0,000092593:
9	0,37500:	9	0,006250:	39	0,027083:	9	0,000104166:
10	0,41666:	10	0,006944:	40	0,027777:	10	0,000115741:
11	0,45833:	11	0,007638:	41	0,028472:	11	0,000127315:
12	0,50000:	12	0,008333:	42	0,029166:	12	0,000138890:
13	0,54166:	13	0,009027:	43	0,029861:	13	0,000150463:
14	0,58333:	14	0,009722:	44	0,030555:	14	0,000162037:
15	0,62500:	15	0,010416:	45	0,031250:	15	0,000173611:
16	0,66666:	16	0,011111:	46	0,031944:	16	0,000185186:
17	0,70833:	17	0,011805:	47	0,032638:	17	0,000196760:
18	0,75000:	18	0,012500:	48	0,033333:	18	0,000208332:
19	0,79166:	19	0,013194:	49	0,034027:	19	0,000219906:
20	0,83333:	20	0,013888:	50	0,034722:	20	0,000231482:
21	0,87500:	21	0,014583:	51	0,035416:	21	0,000243056:
22	0,91666:	22	0,015277:	52	0,036111:	22	0,000254630:
23	0,95833:	23	0,015972:	53	0,036805:	23	0,000266204:
24	1,00000:	24	0,016666:	54	0,037500:	24	0,000277780:
25	1,04166:	25	0,017361:	55	0,038194:	25	0,000289354:
26	1,08333:	26	0,018055:	56	0,038888:	26	0,000300926:
27	1,00000:	27	0,018750:	57	0,039583:	27	0,000312500:
28	1,16666:	28	0,019444:	58	0,040277:	28	0,000324074:
29	1,20833:	29	0,020138:	59	0,040972:	29	0,000385648:
30	1,25000:	30	0,020833:	60	0,041666:	30	0,000347222:

Erklärung der Tafeln.

Erklärung der Tafeln.

I. Tafel.

Dieſe Tafel enthält der Uiberſchrift gemäß die Elementen aller bisher beobachteten Cometen. Der berühmte engliſche Aſtronom Halley hat in dem Philoſoph. transact. des Jahres 1705 pag. 1882 die Berechnung der erſteren 36 gegeben, und nach ihm ſind die folgenden von verſchiedenen Aſtronomen hinzugefüget worden.

Durch Vergleichung der Laufbahne neuerer Cometen mit dieſer Tafel hat man einige Uibereinſtimmung der Elemente gefunden, und gemuthmaßet, daß jene, welche nicht viel verſchiedene Abmeſſungen haben, nur ein, und eben derſelbe Comet ſeyn könnten, deſſen Elemente bey jedesmaliger Erſcheinung durch die Wirkung der übrigen Himmelskörper in etwas ſind verändert worden. Anfangs war dieſer Gedanke gewiß nur eine Muthmaßung, weil die höchſt unſichern Beobachtungen in den älteren Zeiten, die Berechnung in paraboliſchen Laufbahnen, die unvollkommene Theorie der Sonne ſelbſt, in die Beſtimmung der Elemente einen viel zu merklichen Einfluß haben mußten, und alſo dieſe Gleichheit der Elemente, eben ſowohl einem Fehler in der Berechnung zugeſchrieben werden könnte. Unterdeſſen beſtimmte doch Halley, daß der Comet von 1456, eben der nämliche ſey, welcher in den Jahren 1531; 1607; und 1682 erſchienen iſt, und daß er im Jahre 1759 wieder ſichtbar werden ſolle. Wir wollen uns hier in den gelehrten Streit nicht einlaſſen, ob Halley ſeine Vorherſagung auf wirkliche Berechnung der anziehenden Kräfte des Jupiters, und Saturn gegründet, oder ſelbe nur überhaupt angegeben habe; (d'Alembert opuſcules mathem. T. 2. p. 218 &c.) genug iſt, daß der Comet den Befehlen des engliſchen Aſtronoms gehorchte, und im Jahre 1759 den 12. März im Perihelio war; dieſe Ehre gehöret alſo dem berühmten Hr. Halley ganz allein.

Nach dieſem Gelehrten hat der berühmte Geometer Hr. Clairaut die Elemente des Cometen auf eine ſtrengere analytiſche Art zu beſtimmen geſucht; (Théorie du Mouvement des Cometes. Paris 1759.) wozu ihm ſeine Auflöſung des großen Problems der drey anziehenden Körper; (Théorie de la lune 1750 und 1765) Anleitung gegeben hat; und er fand, daß der Comet den 15. April 1759 im Perihelio ſeyn müße, welches aber 33 Täge früher geſchehen iſt.

Dieſe Verſuche der berühmten Mathematiker geben zwar bewunderenswürdige Beweiſe der Stärke und der Vollkommenheit des menſchlichen Verſtandes, zeigen aber zugleich mit welch unglaublicher Mühe wir zu unſeren wenigen Entdeckungen gelangen, und wie ſehr es wahr iſt, daß ſelbſt da, wo wir gewiß zu ſeyn glauben, uns Unſicherheit und Finſterniß aufhalten.

Nebſt dieſem Cometen, glauben wir noch die Periode des Cometen von 1532 zu kennen, welcher alle 129 Jahre erſcheinen ſollte, und desjenigen von 1556, den unſere Enkeln im Jahre 1848 beobachten werden. Auch hat der berühmte Herr Lexell ganz

ganz unlängſt dem Cometen von 1771 eine Periode von 5 Jahren gegeben, worüber ich meine Gedanken noch zurückhalte.

Wenn man bedenkt 1mo. Daß wir die Maſſe von keinem Cometen kennen, 2do. daß die Beobachtungen nicht ganz zuverläßig ſind, 3^{tio}. daß die kurze Sichtbarkeit der Cometen kaum hinreichend iſt, eine erträgliche Parabel, geſchweige dann, eine genaue Ellypſe für ihre Laufbahn zu beſtimmen, 4to. daß **das Problem der drey Körper**, worauf doch alles ankömmt nur eine erträgliche Annäherung iſt, und mehr als menſchliche Kräfte in der Anwendung nach aller Strenge verlangte, und daß endlich die Theorie des **Jupiters**, und **Saturn** noch viel zu unvollkommen iſt, um deren Wirkungen auf die Cometen mit Sicherheit angeben zu können, ſo ſind wir gezwungen die Unvollkommenheit dieſes Theiles der Aſtronomie zu bekennen, und die bisher erhaltenen Vortheile für nichts mehr, als einen glücklichen Zufall anzuſehen.

II. Tafel. Fig. 22.

Die Erklärung dieſer Tafel iſt in jener Formel enthalten, welche der berühmte Herr Euler in der VII. Aufgabe §. 34. anführet, zum Uiberfluß kann man ſich noch folgenden Begriff davon machen. Der paraboliſche Ausſchnitt ASR iſt = ALCRM — SMR, wenn nun tang. $\frac{1}{2}$ anom. ver. $= t$, ſo iſt ASR $= \frac{4}{3}t^3 - t^3 + t = \frac{1}{3}t^3 + t$; ferners ſey die Zeit, in welcher der Comet von A nach L gekommen $= m$, und jene, in welcher er nach R gelanget iſt $= n$, ſo iſt $m : n =$ Fläche ASL : Fläche ASR, oder; $m : n = \frac{4}{3} : \frac{1}{3}t^3 + t$; oder $3mt + mt^3 = 4n$.

Die **erſte Columne** enthält die wahre Anomalie v, die zweyte den **paraboliſchen** Sector ASR $= \frac{1}{3}t^3 + t$, oder welches eben ſo viel iſt: die Zeit, in welcher der Bogen AR beſchrieben wird, die dritte den Logarithmus dieſer Fläche; man wollte alſo zum Beyſpiel die Zeit wiſſen, in welcher der Comet von 1759 eine wahre Anomalie von 40° beſchrieben hat? die Fläche ASL des Cometen dieſer Tafel heiße α, die Fläche ASR eben dieſes Cometen $= \beta$ (für die Anomalie 40°) die Zeit in welcher der Comet von A nach L gekommen $= 109^{T}, 6154 = t$ die Zeit, in welcher er die Anomalie 40° beſchrieben hat = X ſo iſt: $X = \frac{\beta . t}{\alpha}$; folglich:

Log. β	=	9, 5 7 9 8 3 2 1	(aus der Tafel)
Log. t	=	2, 0 3 9 8 7 1 6	
Log. $(\beta . t)$	=	1, 6 1 9 7 0 3 7	
Log. α	=	1 0, 1 2 4 9 3 8 6	(aus der Tafel)
Log. X	=	1, 4 9 4 7 6 5 1	
X	=	31^{T}, 2 4 3 8	

Fer-

Ferners die Diſtanz im Perihelio des Cometen von 1759 ſey = p. Die Diſtanz AS des Cometen der Tafel iſt = 1. Die geſuchte Zeit für die Anomalie von 40° des Cometen von 1759 ſey = T, ſo iſt: $T = X \sqrt{p^3}$ oder:

Log. X	=	1, 4 9 4 7 6 5 1
Log. $\sqrt{p^3}$	=	9, 6 4 7 9 4 3 8
Log. T	=	1, 1 4 2 7 0 8 9
T	=	1 3 ᵗ. 8 9 0 2.

III. Tafel.

Dieſe Tafel hat mit der vorhergehenden eine gleiche Abſicht; Herr Halley theilte die Fläche ASL (Fig. 22) in hundert Theile, und weil ſie der zwölfte Theil der zweyten Potenz des Parameters iſt, ſuchte er die Wurzeln aus 0, 04, 08, 0, 16 &c. = $RM^3 + 3RM$, welches eben ſo viele Werthe von RM ſind, und ſo gieng er weiter über den Ort R des Cometen hinaus; die Subnormale von R iſt = LS = 1 folglich iſt die Wurzel der angeführten Gleichung die tabellariſche Tangente des halben Winkels ASR. Weil ferners ein Comet, deſſen Diſtanz im Perihelio = 1, die wahre Anomalie von 90° in 109ᵗ. 14ʰ. 46′ beſchrieben würde, ſo müßten der paraboliſchen Area LAS, auf jeden Tag 0, 912280 Theile zukommen, davon der Logarithmus 9, 960128 für alle Cometen unverändert bleibet.

Es ſey alſo die Zeit, wenn ein gegebener Comet im Perihelio geweſen iſt = T, die Zeit, für welche man die wahre Anomalie, oder die Entfernung deſſelben von der Sonne verlangt = t, die Differenz dieſer Zeiten = D, die beſtändige Zahl = C, die mittlere Bewegung = m; ferners die periheliſche Entfernung von der Sonne = p, die arithmetiſche Ergänzung des Logarithmus von $\sqrt{p^3} = a$, ſo iſt: Log. m = Log. D + Log. C + Log. a.

Und mit dieſer mittleren Bewegung ſuche man in der dritten Tafel die zugehörige wahre Anomalie.

Z. B. Man verlangte die wahre Anomalie des Cometen von 1683 den 23. July 13ʰ. 40′. hier iſt D = 21ᵗ. 10ʰ. 50′; p = 56020; folglich:

Log. D	=	1, 3 1 0 7 2 3
Log. C	=	9, 9 6 0 1 2 8
Log. a	=	0, 3 7 7 4 8 6
Log. m	=	1, 6 4 8 3 3 7
m	=	4 4, 4 9 8

Dieſer mittleren Bewegung entſpricht in der Tafel die wahre Anomalie. 56°. 47′. 20″.

Die dritte Columne enthält jene Logarithmen, welche zu dem Logarithmus der Diſtanz von der Sonne im Perihelio müßen addiret werden, um die wahre Diſtanz von der Sonne

für

für die beſtimmte Zeit zu erhalten; in unſerem Beyſpiel iſt der Logarithmus in der dritten Columne, welcher der mittleren Bewegung 44, 498 zukömmt = 0, 1 1 1 3 3 6.

Log. p = 9, 7 4 8 3 4 3

9, 8 5 9 6 7 9

Alſo der Radius Vector = 0, 7 2 3 9 0 4.

IV. Tafel.

Die erſte Columne enthält die eccentriſche Anomalie ACR (Fig. 21), die zweyte das doppelte Segment ASRA, welches = r (arc. AR — ſin. ACR), die dritte enthält den Sinus verſus der eccentriſchen Anomalie, oder (AC — Cn); der Gebrauch dieſer Tafel ſetzet die Achſe der Cometen Bahn bekannt voraus, und beſteht darinn, daß die in der Parabel berechneten Anomalien und Entfernungen von der Sonne auf die Ellypſe reducirt werden.

Es ſey alſo die halbe große Achſe eines Cometen = A, die Diſtanz im Perihelio = D, die eccentriſche Anomalie = ϕ, die Eccentricität = E, die halbe kleine Achſe = a, die wahre Anomalie = v, ſo iſt:

I. (Log. D — Log. A) + Log. ſin. ϕ = 2 Area ΔAFR, welche zu der doppelten Area des Segmentes in der zweyten Columne muß addiret werden, um die mittlere Bewegung zu erhalten; ferners iſt:

II. Log. (2 ſin.^{2} $\frac{1}{2}\phi$) + Log. E = Log. X

III. (X + D) = Fm oder der wahre Radius Vector.

IV. (Log. a + Log. ſin. ϕ) — Log. (X + D) = ſin. v.

Und auf dieſe Art wäre für jeden Cometen, deſſen große Achſe ſchon bekannt iſt, eine mit dieſer Tafel ähnliche zu berechnen, wie ſolches für die Cometen von 1681; 1682; in der IX. und X. Tafel von Herr Halley, und in der XI. und XII. für die Cometen von 1661, und 1770 von mir geſchehen iſt.

Um aber dieſe Methode beſſer zu erklären, wollen wir ein Beyſpiel für den Cometen von 1770 wählen, es ſey ϕ = 16°; wenn die halbe große Achſe = 1, ſo iſt D = 0,2168005; E = 0,7831996; a = 0,6217703; p = 0, 3 8 6 5 9 9 0 folglich

Log. D = 9, 3 3 6 0 6 0 1
Log. A = 0, 0 0 0 0 0 0 0
Log. ſin. ϕ = 9, 4 4 0 3 3 8 1

9, 8 9 5 7 2 2 0
die Zahl iſt = 0, 7 8 6 5 4 2 2 1
Doppelte Area des Segmentes = 0, 0 0 3 6 1 5 3 2

Die mittlere Bewegung = 0, 7 9 0 1 5 7 5 3

Ferners

fernerꝰ iſt, Log. $(2\ \text{ſin.}^2\ \tfrac{1}{2}\ \varphi) = 8,5881405$
Log. E $= 9,8938725$

Log. X $= 8,4820130$
X $= 0,0303398$
D $= 0,2168005$

$(X+D) = 0,2471403$ der Radius Vector.

Endlich iſt: Log. $a = 9,7936301$
Log. ſin. $\varphi = 9,4403381$
$9,2339682$

Log. $(X+D) = 9,3929435$
Log. ſin. $\nu = 9,8410247$
folglich $\nu = 43^\circ.\ 54'.\ 18''$ die wahre Anomalie.

V. Tafel.

Dieſe Tafel iſt nach der Formel des berühmten Herrn Simpſon §. (64.) berechnet, und hat mit der IV. Tafel gleiche Abſicht. Ihre Berechnungsart erhellet aus der 25ten Aufgabe, und ihr Gebrauch wird durch folgendes Beyſpiel erläutert.

Beyſpiel.

Man habe für den Cometen von 1682. die wahre Anomalie, 44°. 3'. 20", und den Logarithmus für den Abſtand von der Sonne 0, 065838 aus der III. Tafel in einer Parabel berechnet, und wollte nun in einer Ellypſe beyde Stücke finden, deren große Achſe 35, 727, und die Entfernung von der Sonnen Nähe = 0, 5825; der Logarithmus von $\frac{35,727}{0,5825}$ iſt 1, 7877 dieſer werde von den Logarithmen 2, 9228, und 9, 0555, (welche in der 3ten und 4ten Columne bey 44°. 3' ſtehen) abgezogen, der Reſt giebt alsdann 13', 65, und 0, 001853; ſubtrahiret man beyde von 44°. 3'. 20", und von 0, 36583, ſo wird die wahre Anomalie in der Ellypſe ſeyn 43°. 49'. 41", und der Logarithmus für den Abſtand von der Sonne = 0, 063985.

Dann wir haben für den Winkel, welcher in der ellyptiſchen Bahn von dem aus der III. Tafel muß abgezogen werden, den Ausdruck gefunden $\frac{c}{a}\,mu$, (wo m den Bogen in

Theilen des Halbmeßers anzeiget, und u durch z beſtimmet iſt,) folglich wird $\frac{a}{c} : 1 = mu : \frac{a}{c}\, mu$, oder $L\,\frac{a}{c}\, mu = L.\ 1 + L.\ mu - L\,\frac{a}{c}$.

VI. Tafel.

Dieſer Tafel, deren Erklärung ich bereits §. 37. gegeben habe, bedienen ſich insgemein die Aſtronomen, um aus den Elementen, und der Zeit der Beobachtungen die **wahren Anomalien**, und die **Abſtände des Cometen von der Sonne** zu finden da, ihr Gebrauch in allen Lehrbüchern enthalten iſt, ſo wird es genug ſeyn ein Beyſpiel der Berechnung anzuführen.

Beyſpiel.

Man verlangt die **wahre Anomalie**, und den **Radius Vector** des Cometen 1759, welche er $49^{\mathfrak{T}}.\ 18^{h}.\ 55'.\ 20''$ vor oder nach dem Perihelium gehabt hat? —

Durch die XIII. Tafel iſt die Zeit...........	$49^{\mathfrak{T}},\ 7884$	
Logarithmus der Diſtanz im Perihelio	9, 7670816	
deſſen Hälfte......................	9, 8835408	
	9, 6506224	abgezogen von
Logarithmus der Zeit....................	1, 6971282	
	2, 0465058	

Dieſem Logarithmus entſprechen $111^{\mathfrak{T}}$, 3282.

Nun findet man in der VI. Tafel bey $111^{\mathfrak{T}}$. Die Anomalie $90^\circ.\ 28'.\ 42''$ die Differenz iſt $10'.\ 15''$, folglich iſt die Proportion:

$$5000 : 10'.\ 15'' = 3282 : 6'.\ 44''.$$

Alſo iſt die wahre Anomalie $= 90^\circ.\ 35'.\ 26''$

Wenn wir die Entfernung im Perihelio d nennen, und die wahre Anomalie φ, ſo iſt nach §. 18. der geſuchte **Radius Vector** $= \frac{d}{\text{coſ.}^2\, \frac{1}{2}\varphi}$, folglich:

Logarithmus coſ.² ½ (90°, 35′. 26″)	9, 6944705
Logarithmus von d	9, 7670816
	0, 0726111

Alſo der Radius Vector = 1, 18198

VII.

VII. und VIII. Tafel.

Da man durch vorhergehende Tafel den Werth des Radius Vector nicht unmittelbar findet, ſo habe ich durch die angeführte Formel (§. 18.) ſo wohl dieſe als die nachfolgende Tafel berechnet, deren Gebrauch ohnehin klar iſt.

IX. X. XI. XII. Tafel.

Der Gebrauch, und die Gründe dieſer vier Tafeln iſt ſchon in der Erklärung der IV. Tafel gegeben worden.

XIII. Tafel.

Dieſe Tafel hat ihren vorzüglichen Nutzen, wenn Stunden oder Minuten in Brüchen des Tages auszudrücken ſind; ihr Gebrauch iſt zu klar um ſich mit einem Beyſpiel aufzuhalten.

Ende.

Zugabe.

Die Berechnung der Laufbahn des Cometen von 1779, die ich §. 60. nur als ein Beyſpiel, um die Methode zu erklären angeführet habe, weichet von den Obſervationen allzuſehr ab, und machte, daß ich die beſchwerliche Arbeit wiederholte, um zu verſuchen, was eine ſorgfältigere Berechnung geben würde, ich fand nun:

Länge des Knoten....	$0^s.\ 24°.\ 57'.\ 18''$
Länge des Perihelium.........	2 . 27 . 9 . 40
Neigung der Laufbahn..... ..	$32°.\ 31'.\ 7''$
Abſtand im Perihel..	0, 7131153
Zeit des Perihel	4 Jäner $2^h.\ 40'.\ 40''$. m. Z.
	Direct.

Da dieſe Elemente mit den Beobachtungen ſehr genau übereinskommen, war ich begierig zu ſehen, ob ſie auch hinlangen würden, um die Ellypſe, und die periodiſche Zeit einigermaßen anzugeben, ich wußte, daß die Winkel Geſchwindigkeit in jedem Punkte der Parabel zu der Geſchwindigkeit im Perihelio wie 0, 25 : 1, in der Ellypſe aber größer als 0, 25 zu 1 ſeyn müße, aber zu dieſer Unterſuchung fehlten mir Beobachtungen die dem Perihelium nahe ſind; alsdann verſuchte ich die Formel, $x = \frac{r\ \text{coſ.}\ \varphi - d^2}{r\ \text{coſ.}^2\ \frac{1}{2}\varphi - 2d}$, wo x die halbe große Achſe, r der Radius Vector; φ die wahre Anomalie, d die Entfernung im Perihelium anzeigen, aber auch dieſes gab höchſt widerſprechende, und unmögliche Werthe, endlich nahm ich die Formel.

$$x = \frac{C - r}{C - r\,k^2}$$

wo x die große Achſe, C die beſtändige Zahl 591826599; r den Radius Vector, und k die kleine zwiſchen zwo Beobachtungen beſchriebene Senne andeuten, welches jedoch bald eine ungemein **lange**, bald eine **negative**, bald eine **unendliche** Achſe gab, woraus ebenfalls nichts folgte. Da ich nun nicht genug Muße, und Geduld fand in längere und ſehr mühſame Rechnungen auf Geradewohl mich zu verwikeln, ließ ich den Comet in guter Ruhe.

Nach einiger Zeit (den 13 Hornung) ſchrieb mir der berühmte Herr Bernulli von Berlin ſowohl neue Beobachtungen dieſes Cometen, nebſt der Nachricht, daß Herr Proſperin die ellyptiſche Laufbahn mit viel Mühe zu beſtimmen ſuche, (wozu ich ihm Glück und Geduld vom ganzen Herzen wünſche) ſondern er hatte auch die Gewogenheit mir Obſervationen des Cometen von 1780, nebſt einer doppelten Berechnung ſeiner paraboliſchen Laufbahn von dem berühmten Herrn Lexell mitzutheilen, die ich dann meinen Leſern nicht vorenthalten will.

Beobachtungen des Cometen von 1780.

	Paris wahre Zeit	Gerades Aufſteigen	Nördliche Abweich.
Octobr.	26^{T}. 17^{h}. 4$'$. 38	174°. 28$'$. 1$''$	14°. 12$'$. 16$''$.
	31. 16. 38 30	173. 46. 1	18. 3. 48.
	Novembr.		
	2. 17. 17 7	173. 30. 30	19. 41. 56.
	4. 17. 5. 52	173. 10. 1	21. 17. 9.
	5. 18. 26. 44	172. 58. 16	22. 8. 22.
	6. 16. 2. 49	172. 50. 21	22. 52. 50.
	7. 17. 9. 43	172. 39. 29	23. 44. 42

Aus dieſen, und anderen mir noch unbekannten Obſervationen haben der Herr Präſident von Saron, Herr Mechän, der Hr. Chevalier von Angos, und der berühmte Herr Lexell zu Paris die Laufbahn zu beſtimmen geſucht, ſie fanden:

Die Länge des Knoten	4^{s}. 4°. 30$'$. 0$''$	4^{s}. 4°. 0$'$. 0$''$
Länge des Perihelium.	8. 6. 19. 21	8. 6. 30. 14
Neigung der Bahn.	53. 15. 20	53. 56. 28
Logarith. der Sonnen Nähe.	9, 0020265	8, 9903713
Zeit des Perihel.	30 Sept. 16^{h}. 8$'$. 24$''$ m. Z.	30 Sept. 20^{h}. 16$'$. 22$''$ m. Z.

Die Berechnung der Laufbahn über mich zu nehmen, fehlet es mir dermalen an Muße, und vielleicht auch an Geduld, ich überlaße dieſe Arbeit anderen Liebhabern, und werde dieſes Blatt mit der Anzeige einiger Druck oder Schreibfehler enden.

pag. 136. §. 6. ſoll es heißen coſ. d. coſ. t.

138. §. 11. muß erinnert werden, daß die 4te und 5te Aufgabe ſehr brauchbar ſind, wenn man ſtatt der **geocentriſchen Breiten** ꝛc. ꝛc. die **heliocentriſchen** nehmen will.

pag. 139 §. 15. Hat man vergeſſen den Werth von ſin. x zu berechnen, es läßt ſich aber leicht ſehen wie er gefunden wird:

pag. §. 46. ſoll ſtehen, $\text{tang. } \eta = \frac{(\text{ſin. } \omega - \text{coſ. } i \,.\, \text{coſ. } \omega)\, a \text{ tang. } \phi}{\delta - a \,.\, \text{coſ. } \omega \, (2\, \text{ſin.}^2 \tfrac{1}{2} i)}$.

pag. §. 56. habe ich der Formel eine unverdiente Ehre erwieſen, da ich ſie, **nicht ganz untauglich** nannte; ſie iſt vielmehr eben ſo unbequem, als alle übrigen, durch die man dieſes ſchwere Problem bis auf dieſe Stunde aufzulöſen verſuchet hat.

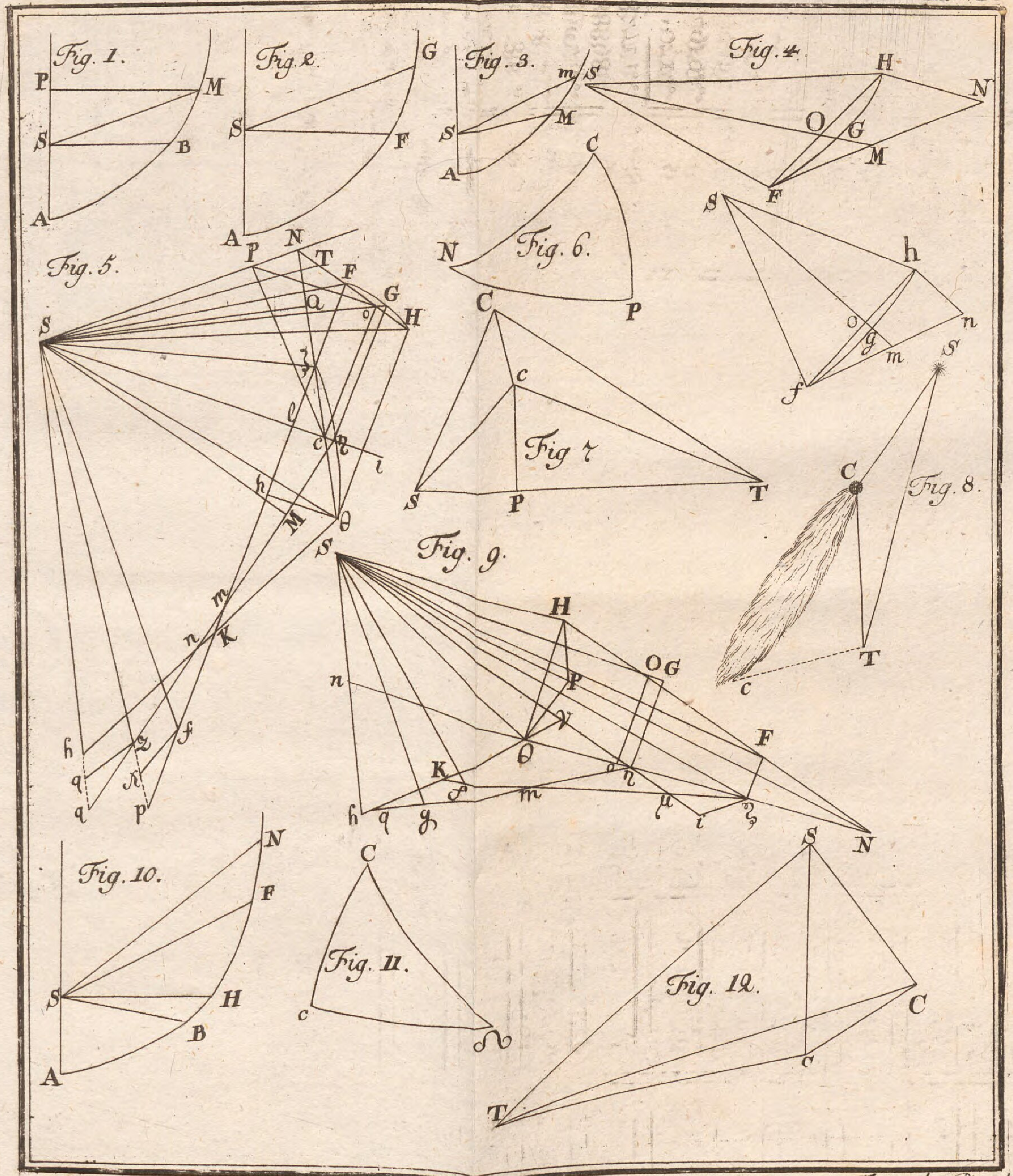
pag. §. 61 — 63. Sind verſchiedene Rechnungsfehler eingeſchlichen, welches bey langen Calculn eben nichts neues iſt, es iſt aber unnöthig ſelbe zu verbeſſern, weil dieſe Berechnung nur ein Beyſpiel abgeben ſollte, und alſo ein paar Fehler hier nicht vieles bedeuten.

Bayerische Staatsbibliothek München

Merkwürdigere Druckfehler.

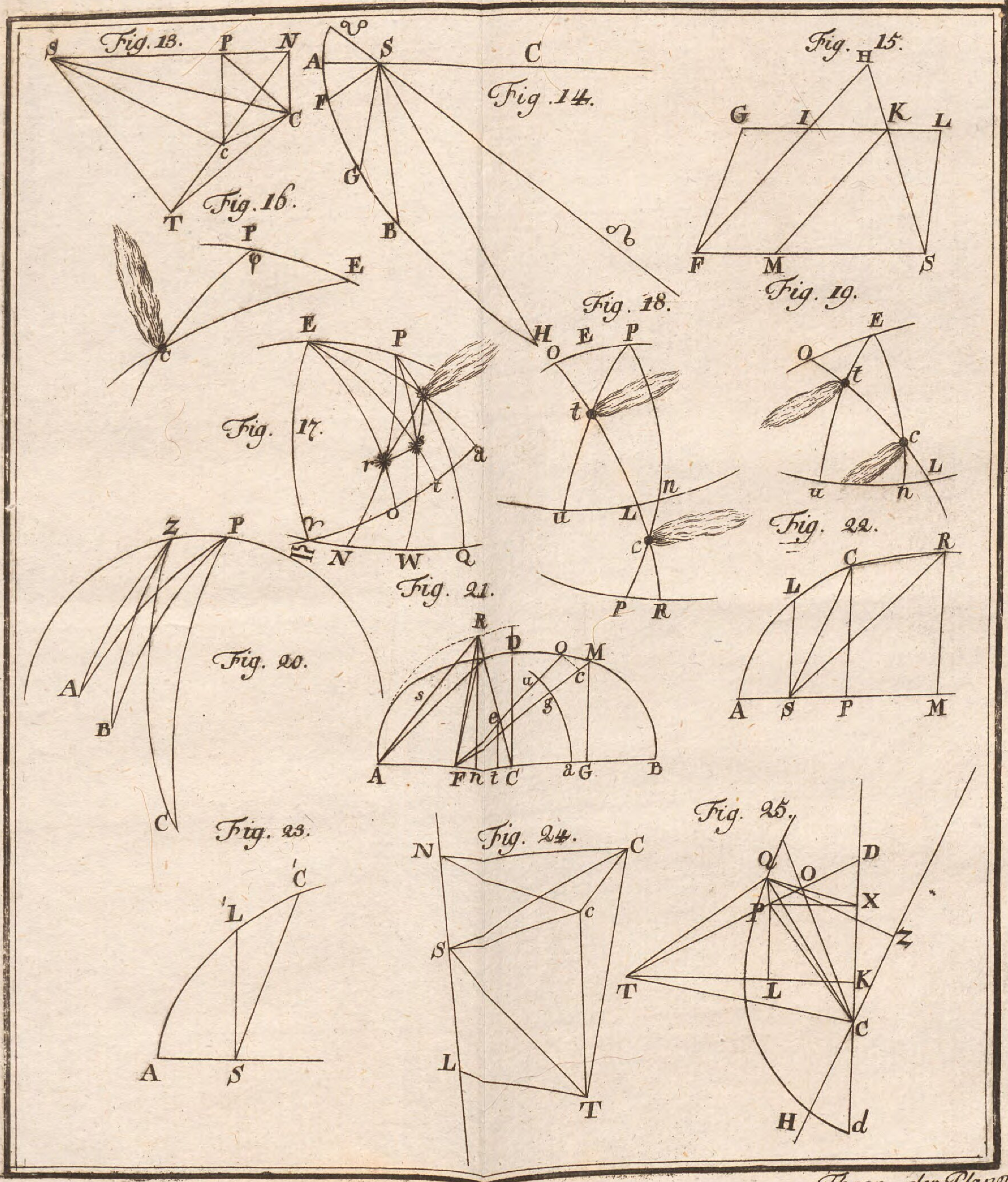
Seite	Zeile	Anſtatt.	Leſe.
4	17	PS . z	PS
17	26	$4d^2$	$4\delta^3$
28		$ʃʃ$ und in viel anderen Orten ſoll anſtatt $ʃ$ ein S ſtehen, welches die Figur ſelbſt anzeiget.	
136	2	$\frac{1}{2}$ coſ. $(d-p)(+$ coſ.	$\frac{1}{2}$ coſ. $d-p))+$ coſ.
136	30		coſ. d . coſ. t .
142	19		$e =$
142	20	t	τ
142	26	$\tau(e$ coſ. $\phi+1)$	τ (coſ. $\omega+1)$
148	19	cs	CS.
149	25		SC
153	22	LT—NC	NC—LT
158	8	Ru	Rn
		$b=\alpha$	$ab=\alpha$
158	17	ST	Sy^2.
192		Sind die Differenzen in der letzten Columne, unrichtig geſetzt.	

Tab. I



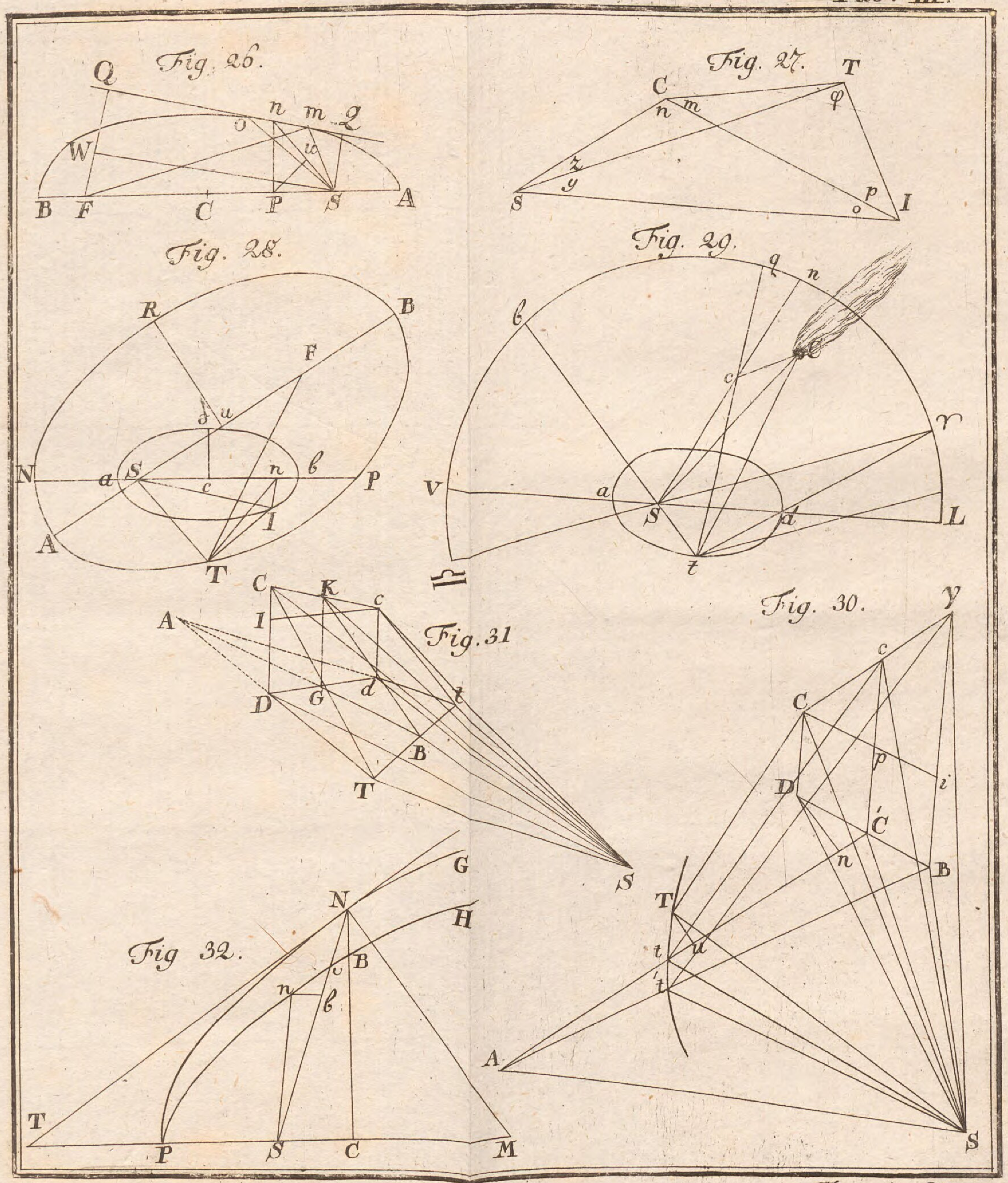
Theor. der Planet.

Tab. II.



Theor. der. Planet.

Tab. III.



Theor. der. Planet.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Euler, Leonhard

Leonh. Eulers, Director der Königl. Academie der Wissenschaften von Berlin, Mitglied der Kaiserl. Academie der Wissenschaften von Petersburg, der Kö nigl. von Paris, London und Göttingen [et]c. [et]c. Theorie der Planeten und Cometen

Wien 1781

4 Astr.p. 126
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10049123-3
VD18 11395982